

有限体积法定价欧式跳扩散期权模型<sup>①</sup>

甘小艇

楚雄师范学院 数学与统计学院, 云南 楚雄 675000

**摘要:** 考虑有限体积法求解 Kou 跳扩散期权定价模型. 基于线性有限元空间, 构造了向后 Euler 和 Crank-Nicolson 两种全离散有限体积格式, 并结合简单高效的递推公式逼近方程中的积分项. 理论分析表明所得的离散矩阵为 M-矩阵. 数值实验验证了方法的有效性.

**关键词:** 有限体积法; 跳扩散期权模型; 全离散格式

**中图分类号:** O241.82

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1000-5471(2018)11-0001-07

金融实证分析显示: 标准的 Black-Scholes 假设标的资产价格服从波动率为常数的对数正态分布<sup>[1]</sup>, 这与实际的市场观察并不吻合, 通常将这一现象称作波动率偏态或波动率微笑. 为了解决波动率微笑问题, 人们提出了期权定价模型的各种演变形式, 其中 Merton<sup>[2]</sup> 和 Kou<sup>[3]</sup> 跳扩散期权模型所隐含的波动率曲线与市场中观察到的波动率微笑十分接近, 受到了人们的广泛关注和研究<sup>[4]</sup>.

众所周知, 期权定价方法主要有两大类: 随机方法和偏微分方程(PDE)方法. 随机方法包括蒙特卡洛模拟法、二叉树和格子法等. PDE 方法包括有限差分法、有限元法和有限体积法等<sup>[5-14]</sup>. 尽管 Kou 模型下的欧式期权定价具有显示的定价公式, 但是开展新的数值方法的研究对于复杂的美式期权定价具有很好的指导意义.

基于线性有限元空间, 本文构造了 Kou 模型的向后 Euler 和 Crank-Nicolson 两种全离散有限体积格式, 数值实验验证了文中有限体积格式的有效性和稳健性.

## 1 跳扩散期权模型

假设标的资产价格  $x$  满足如下随机微分方程

$$\frac{dx(t)}{x(t-)} = \mu dt + \sigma dW(t) + d\left(\sum_{j=1}^{N(t)} V_j\right) \quad (1)$$

其中:  $\mu$  和  $\sigma$  分别为资产价格没有发生跳跃时的期望收益率和波动率,  $W(t)$  为标准的布朗运动,  $N(t)$  为强度为  $\lambda$  的泊松过程,  $\{V_j\}$  是一系列独立同分布的随机变量的集合, 并且服从对数双指数密度分布

$$f(y) = \begin{cases} q\alpha_2 y^{\alpha_2-1}, & y < 1 \\ p\alpha_1 y^{-\alpha_1-1}, & y \geq 1 \end{cases} \quad (2)$$

式中  $p, q, \alpha_1 > 1, \alpha_2$  都是正常数, 且  $p + q = 1$ .

由文献[10]可知, Kou 模型下欧式跳扩散期权价值  $v$  满足如下偏微分积分方程 (partial

① 收稿日期: 2016-10-19

基金项目: 云南省教育厅基金项目(2015Y443); 楚雄师范学院学术骨干资助项目(XJGG1601).

作者简介: 甘小艇(1983-), 男, 博士, 副教授, 主要从事金融计算和偏微分方程数值解法的研究.

integro-differential equation: PIDE)

$$v_\tau - \frac{1}{2}\sigma^2 x^2 v_{xx} - (r - \lambda\zeta)xv_x + (r + \lambda)v - \lambda \int_0^\infty v(xy)f(y)dy = 0 \quad (3)$$

其中:  $(\tau, x) \in (0, T] \times [0, \infty)$ ,  $\tau = T - t$ ,  $t$  为当前时间,  $T$  为到期日,  $r$  为无风险利率, 期望  $\zeta = \frac{p\alpha_1}{\alpha_1 - 1} +$

$\frac{q\alpha_2}{\alpha_2 + 1} - 1$ . 若考察欧式看跌期权, 其边界条件为:

$$v(\tau, 0) = Ke^{-r\tau}, \lim_{x \rightarrow \infty} v(\tau, x) = 0, \tau \in (0, T] \quad (4)$$

初值条件为  $v(0, x) = g(x)$ , 且

$$g(x) = \max\{K - x, 0\} \quad (5)$$

其中  $K$  为敲定价格.

为离散方便, 将方程(3) 简化为如下变系数抛物型方程

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} - \frac{\partial}{\partial x} \left( p(x) \frac{\partial v}{\partial x} \right) + q(x) \frac{\partial v}{\partial x} + cv - \lambda \left( \int_0^\infty v(xy)f(y)dy \right) = 0 \quad (6)$$

其中:  $p(x) = \frac{1}{2}\sigma^2 x^2$ ,  $q(x) = (\sigma^2 - r + \lambda\zeta)x$ ,  $c = r + \lambda$ , 并且满足相应的初值条件和边界条件.

## 2 有限体积格式

期权定价问题通常是定义在区域  $[0, \infty) \times [0, T]$  上, 为了采用数值方法离散, 我们先把原问题限制在一个截断的区域  $[0, X] \times [0, T]$  上, 其中  $X$  要取得足够大.

### 2.1 积分项逼近

采用文献[10] 中的线性插值技术和递推公式对方程(6) 中的积分项

$$-\lambda \int_0^\infty v(xy)f(y)dy$$

进行逼近, 并记离散后所得的稠密矩阵为  $\mathbf{R}$ .

为简单记, 首先不妨对  $E = [0, X]$  作如下均匀网格剖分  $T_h$ :

$$0 = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{m-1} < x_m = X$$

其中: 空间步长  $h = x_i - x_{i-1} = \frac{X}{m}$ ,  $E_i = [x_{i-1}, x_i]$ ,  $i = 1, \dots, m$ .

令  $y = \frac{z}{x}$ , 则有

$$J = \int_0^\infty v(xy)f(y)dy = \int_0^\infty \frac{v(z)f\left(\frac{z}{x}\right)}{x} dz \quad (7)$$

将  $J$  分成两部分,  $J = J^- + J^+$ , 其中

$$J^- = \int_0^x \frac{v(z)f\left(\frac{z}{x}\right)}{x} dz = q\alpha_2 x^{-\alpha_2} \int_0^x v(z)z^{\alpha_2-1} dz \quad (8)$$

$$J^+ = \int_x^\infty \frac{v(z)f\left(\frac{z}{x}\right)}{x} dz = p\alpha_1 x^{\alpha_1} \int_x^\infty v(z)z^{-\alpha_1-1} dz \quad (9)$$

接下来, 首先考虑  $J^-$  项的逼近. 在离散节点  $x_i (i = 1, 2, \dots, m-1)$  处, 有

$$J_i^- = q\alpha_2 x_i^{-\alpha_2} \int_0^{x_i} v(z)z^{\alpha_2-1} dz = \sum_{j=0}^{i-1} J_{i,j}^- \quad (10)$$

其中

$$J_{i,j}^- = q\alpha_2 x_i^{-\alpha_2} \int_{x_j}^{x_{j+1}} v(z) z^{\alpha_2-1} dz \quad (11)$$

在区间 $[x_j, x_{j+1}]$ 上对 $v(z)$ 进行线性插值处理, 可得

$$J_i^- \approx A_i^- = \sum_{j=0}^{i-1} A_{i,j}^- \quad (12)$$

其中

$$A_{i,j}^- = q\alpha_2 x_i^{-\alpha_2} \int_{x_j}^{x_{j+1}} \left( \frac{x_{j+1} - z}{h} v(x_j) + \frac{z - x_j}{h} v(x_{j+1}) \right) z^{\alpha_2-1} dz \quad (13)$$

经积分可得

$$A_{i,j}^- = \frac{qx_i^{-\alpha_2}}{(\alpha_2 + 1)h} [(x_{j+1}^{\alpha_2+1} - (x_{j+1} + \alpha_2 h)x_j^{\alpha_2})v(x_j) + (x_j^{\alpha_2+1} - (x_j - \alpha_2 h)x_{j+1}^{\alpha_2})v(x_{j+1})], j = 1, 2, \dots, i-1 \quad (14)$$

$$A_{i,0}^- = \frac{q}{\alpha_2 + 1} \left( \frac{x_1}{x_i} \right)^{\alpha_2} [v(0) + \alpha_2 v(x_1)] \quad (15)$$

考察逼近项 $A_i^-$ , 由(14)式易知

$$A_{i+1,j}^- = \left( \frac{x_i}{x_{i+1}} \right)^{\alpha_2} A_{i,j}^-, j = 0, 1, \dots, i-1 \quad (16)$$

再结合(12)式, 可有如下递推关系成立

$$A_{i+1}^- = \left( \frac{x_i}{x_{i+1}} \right)^{\alpha_2} A_i^- + A_{i+1,i}^-, i = 0, 1, \dots, m-1 \quad (17)$$

下面考察 $J^+$ 项的逼近, 记

$$J_i^+ \approx A_i^+ = \sum_{j=i}^{m-1} A_{i,j}^+ \quad (18)$$

其中

$$A_{i,j}^+ \approx p\alpha_1 x_i^{\alpha_1} \int_{x_j}^{x_{j+1}} v(z) z^{-\alpha_1-1} dz, j = i, \dots, m-2 \quad (19)$$

$$A_{i,m-1}^+ \approx p\alpha_1 x_i^{\alpha_1} \int_{x_{m-1}}^{\infty} v(z) z^{-\alpha_1-1} dz, j = m-1 \quad (20)$$

在区间 $[x_j, x_{j+1}]$ 上对 $v(z)$ 进行插值处理并求积分, 则式(19)可以改写为

$$A_{i,j}^+ = \frac{px_i^{\alpha_1}}{(\alpha_1 - 1)h} [(x_{j+1}^{1-\alpha_1} - (x_{j+1} - \alpha_1 h)x_j^{-\alpha_1})v(x_j) + (x_j^{1-\alpha_1} - (x_j + \alpha_1 h)x_{j+1}^{-\alpha_1})v(x_{j+1})], j = i, \dots, m-2 \quad (21)$$

由于 $A_{i,m-1}^+$ 需要在区间 $[x_m, \infty)$ 上求近似积分, 我们假设当 $x \geq x_m$ 时, 有线性形式 $v(x) = v(x_m) + c(x - x_m)$ 成立. 对于看跌期权有 $v(x_m) = 0, c = 0$ ; 对于看涨期权有 $v(x_m) = x_m - Ke^{-r\tau}, c = 1$ . 故

$$A_{i,m-1}^+ = \frac{px_i^{\alpha_1}}{(\alpha_1 - 1)h} [(x_m^{1-\alpha_1} - (x_m - \alpha_1 h)x_m^{-\alpha_1})v(x_{m-1}) + (x_m^{1-\alpha_1} - (x_m^{-\alpha_1})v(x_m) + x_m^{1-\alpha_1}hc)] \quad (22)$$

同理, 逼近项 $A_i^+$ 亦有如下递推关系成立:

$$A_{i-1}^+ = \left( \frac{x_{i-1}}{x_i} \right)^{\alpha_1} A_i^+ + A_{i-1,i-1}^+, i = 2, \dots, m-1 \quad (23)$$

其中 $A_{m-1}^+ = A_{m-1,m-1}^+$ 可由(22)式给出.

综上所述

$$(\mathbf{Rv})_i = -\lambda(A_i^- + A_i^+), i = 1, \dots, m-1 \quad (24)$$

其中 $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_{m-1})^T$ 为 $(m-1) \times 1$ 阶未知向量.

我们注意到, 递推关系(17)和(23)在实际应用中对积分项的逼近带来很大的方便. 关于积分逼近和稠密矩阵  $\mathbf{R}$  有如下两个重要定理成立.

**定理 1**<sup>[10]</sup> 对任意给定的  $\tau \in (0, T]$ , 假设  $v(\tau, x)$  关于  $x \in [0, X]$  二阶连续可导. 则当  $\alpha_2 > 0$ ,  $\alpha_1 > 1$  时, 有如下结论成立

$$|J_i^- - A_i^-| = O(h^2), |J_i^+ - A_i^+| = O(h^2)$$

**定理 2**<sup>[10]</sup> 矩阵  $\mathbf{R} + \lambda \mathbf{I}$  是一个对角占优的  $Z$ -矩阵<sup>[15]</sup>, 即

$$\sum_j (\mathbf{R} + \lambda \mathbf{I})_{i,j} \geq 0, \mathbf{R}_{i,j} \leq 0, \forall j \neq i, i = 1, \dots, m-1$$

## 2.2 有限体积格式

取试探函数空间  $U_h$  为相应于  $T_h$  的线性有限元空间, 即满足:

(i)  $v_h \in C(E)$ ,  $v_h(X) = 0$ ;

(ii)  $v_h$  在每个  $E_i$  上是线性函数, 它完全由单元的两端点的值唯一确定. 为构造检验函数空间, 作对偶剖分  $T_h^*$ :

$$0 = x_0 < x_{\frac{1}{2}} < x_{\frac{3}{2}} < \dots < x_{m-\frac{1}{2}} < x_m = X$$

并记  $E_0^* = [x_0, x_{\frac{1}{2}}]$ ,  $E_i^* = [x_{i-\frac{1}{2}}, x_{i+\frac{1}{2}}]$ ,  $E_m^* = [x_{m-\frac{1}{2}}, x_m]$ .

取检验函数空间  $V_h$  为相应于  $T_h^*$  的分片常数函数(阶梯函数)空间, 即满足如下条件的函数  $\bar{v}_h$  的集合:

(i)  $\bar{v}_h(x) = 0$ ,  $x \in E_m^*$ ;

(ii)  $\bar{v}_h$  在每个  $E_i^*$  上是常数.

变系数抛物型方程(6)对应的半离散有限体积格式为: 求  $v_h \in U_h$ , 使得

$$\begin{cases} \left( \frac{\partial v_h}{\partial \tau}, \bar{v}_h \right) + a_h(v_h, \bar{v}_h) = 0, & \forall \bar{v}_h \in V_h, 0 < \tau \leq T \\ v(0, x) = g(x), & x \in E \end{cases} \quad (25)$$

或者等价地

$$\begin{cases} \left( \frac{\partial v_h}{\partial \tau}, \phi_i \right) + a_h(v_h, \phi_i) = 0, & i = 0, \dots, m-1 \\ v(0, x) = g(x), & x \in E \end{cases} \quad (26)$$

其中  $\{\phi_i\}$  为检验函数空间  $V_h$  的基函数, 且有

$$\begin{aligned} a_h(v_h, \phi_i) &= p_{i-\frac{1}{2}} v_h'(x_{i-\frac{1}{2}}) - p_{i+\frac{1}{2}} v_h'(x_{i+\frac{1}{2}}) + \int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} q(x) \frac{\partial v_h}{\partial x} dx + \\ &\int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} c v_h dx - \lambda \int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} J dx, \quad i = 1, \dots, m-1 \end{aligned} \quad (27)$$

$$a_h(v_h, \phi_0) = \left( \frac{p_{\frac{1}{2}}}{h} - \frac{q_{\frac{1}{2}}}{2} + \frac{h}{2} c \right) v_0 + \left( \frac{q_{\frac{1}{2}}}{2} - \frac{p_{\frac{1}{2}}}{h} \right) v_1 \quad (28)$$

经有限体积离散, 则半离散格式(25)相应的矩阵形式为:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \tau} + \mathbf{S} \mathbf{v} = \mathbf{f} \quad (29)$$

其中:  $\mathbf{S} = \mathbf{P} + \mathbf{R}$ ,  $\mathbf{R}$  为积分部分离散所得稠密矩阵,  $\mathbf{P}$  为非积分部分对应的三对角阵.

关于三对角离散矩阵  $\mathbf{P}$ , 有如下重要定理成立.

**定理 3**<sup>[14]</sup> 当模型参数满足  $r > 0$ ,  $\lambda > 0$ ,  $\frac{5}{2} \sigma^2 > r - \lambda \zeta$  和  $\frac{1}{2} \sigma^2 > \lambda \zeta - r$  时, 矩阵  $\mathbf{P} - \lambda \mathbf{I}$  是一个对角元素为正的严格对角占优  $M$ -矩阵<sup>[15]</sup>, 即对任意的  $i = 1, \dots, m-1$ , 有

$$\sum_j (\mathbf{P} - \lambda \mathbf{I})_{i,j} > 0, \mathbf{P}_{i,j} \leq 0 (\forall j \neq i), (\mathbf{P} - \lambda \mathbf{I})_{i,i} > 0$$

**定理 4**<sup>[14]</sup> 当模型(3) 参数满足  $r > 0, \lambda > 0, \frac{5}{2}\sigma^2 > r - \lambda\zeta$  和  $\frac{1}{2}\sigma^2 > \lambda\zeta - r$  时, 半离散矩阵  $\mathbf{S} = \mathbf{P} + \mathbf{R}$  是一个对角元素为正的  $M$  矩阵.

对  $[0, T]$  作均匀网格剖分  $0 = \tau_0 < \tau_1 < \dots < \tau_n = T$ , 其中时间网格步长为  $\Delta\tau = \frac{T}{n}$ . 则求解方程(6) 的全离散有限体积格式为: 求  $v_h^j (j = 1, \dots, n) \in U_h$ , 使得

$$(\partial_\tau v_h^j, \bar{v}_h) + a_h(v_h^{j,\theta}, \bar{v}_h) = 0, \quad \forall \bar{v}_h \in V_h \quad (30)$$

其中:  $\partial_\tau \bar{v}_h^j = \frac{v_h^j - v_h^{j-1}}{\Delta\tau}$ ,  $v_h^{j,\theta} = \theta v_h^j + (1 - \theta)v_h^{j-1}$ . 当  $\theta = 1$  时, 格式(30) 变为向后欧拉(BE) 格式; 当  $\theta = \frac{1}{2}$  时, 格式(30) 变为 Crank-Nicolson(CN) 格式. 将(30) 式写成矩阵形式

$$\left(\frac{1}{\Delta\tau}\mathbf{I} + \theta\mathbf{S}\right)\mathbf{v}^{(j)} = \left(\frac{1}{\Delta\tau}\mathbf{I} - (1 - \theta)\mathbf{S}\right)\mathbf{v}^{(j-1)} + \mathbf{f} \quad (31)$$

其中:  $j = 1, \dots, n; \theta = 1$  或者  $\frac{1}{2}$ .

由定理 4 可知, 下面结论显然成立.

**推论 1** 当模型(3) 参数满足  $r > 0, \lambda > 0, \frac{5}{2}\sigma^2 > r - \lambda\zeta$  和  $\frac{1}{2}\sigma^2 > \lambda\zeta - r$ , 且时间步长  $\Delta\tau$  充分小时, 全离散矩阵  $\frac{1}{\Delta\tau}\mathbf{I} + \theta\mathbf{S}$  是一个对角元素为正的  $M$  矩阵.

### 3 数值实验

下面用数值实验来验证文中方法的有效性, 模型参数取

$$\sigma = 0.15, r = 0.05, T = 0.25, K = 100, \lambda = 0.1$$

$$\alpha_1 = 3.0465, \alpha_2 = 3.0775, p = 0.3445, q = 0.6555$$

且计算区域为  $[0, 300] \times [0, 0.25]$ . 这里的模型参数与文献[8-10] 中的取值相同.

数值实验中, 编程语言为 MATLAB R2011b, 且在同一台 CPU 为 2.40 GHz、内存为 4.00 GB 的个人笔记本电脑上运行.  $m$  和  $n$  分别表示股价方向和时间方向的剖分数. 相对误差定义为

$$Error = \frac{\|v - v^*\|_2}{\|v^*\|_2}$$

其中:  $\|\cdot\|_2$  表示向量的 2 范数,  $v$  和  $v^*$  分别为  $t = 0$  ( $\tau = T$ ) 时刻的数值解和参考精确解.

首先, 在表 1 中采用 CN 格式, 列出了看跌和看涨期权在某些节点处的期权值. 从表 1 中不难看出, 当网格剖分加密时, 数值解均收敛到参考精确解.

表 1 采用 CN 格式计算所得的看跌和看涨期权值

$(m, n)$	Put option			Call option		
	$v(0, 90)$	$v(0, 100)$	$v(0, 110)$	$v(0, 90)$	$v(0, 100)$	$v(0, 110)$
(300, 200)	9.429 832	2.724 851	0.551 015	0.672 051	3.967 071	11.793 235
(600, 400)	9.430 162	2.729 738	0.551 929	0.672 382	3.971 958	11.794 149
(1 200, 800)	9.430 321	2.730 861	0.552 179	0.672 540	3.973 082	11.794 399
(2 400, 1 600)	9.430 394	2.731 124	0.552 267	0.672 614	3.973 344	11.794 487
(4 800, 3 200)	9.430 427	2.731 185	0.552 301	0.672 647	3.973 405	11.794 521
文献[10]	9.430 457	2.731 259	0.552 363	0.672 677	3.973 479	11.794 583

其次, 我们在图 1 中给出了 Kou 跳扩散看跌期权的期权价格曲面以及最后时间层的期权值、Delta 值和 Gamma 值, 其中采用了 CN 格式在网格剖分为  $(m, n) = (4 800, 3 200)$  上求解所得. 由图 1 不难看出, 有限体积求解所得的数值结果是稳健的.

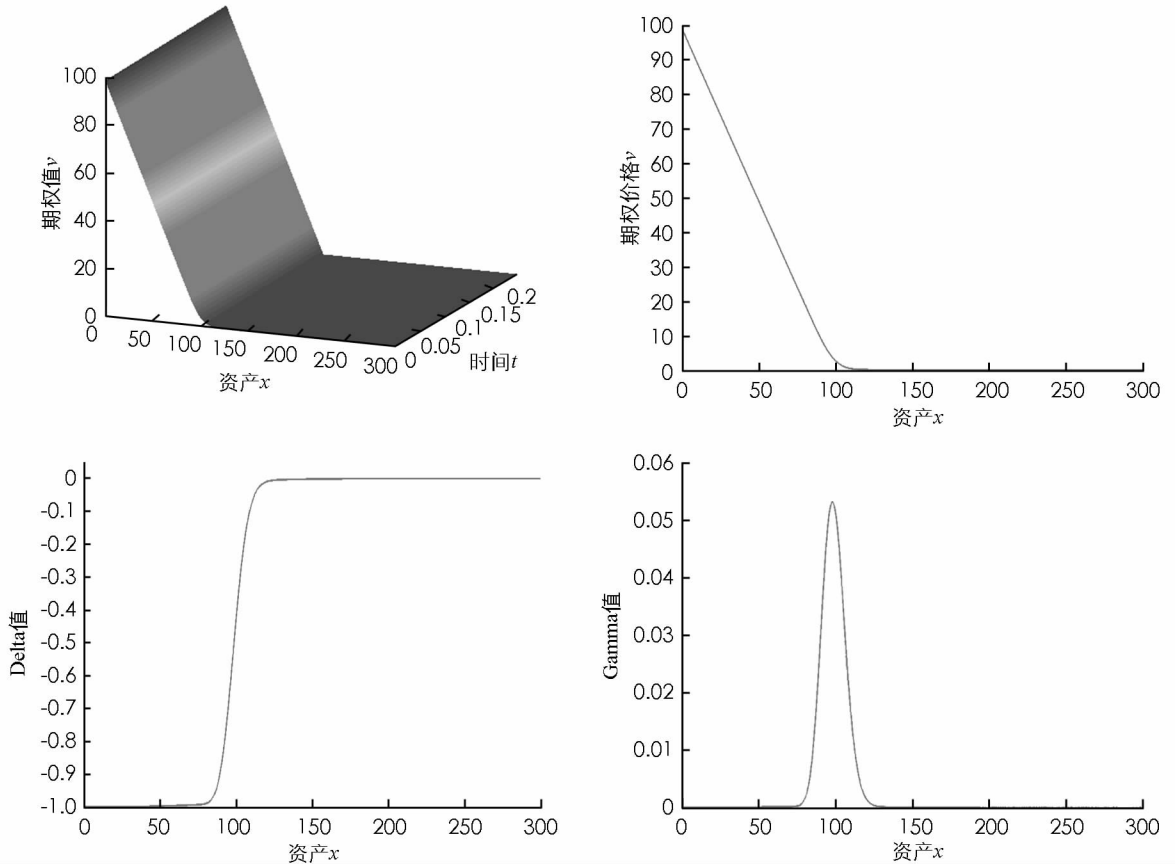


图 1 看跌期权

最后, 在表 2 中比较了两种全离散格式的数值解误差和 CPU 时间. 由表 2 可以看出, 两种格式均随网格的加密而变得更加精确, 但是 Crank-Nicolson 格式的误差和 CPU 时间均小于向后 Euler 格式.

表 2 两种格式的计算误差和 CPU 时间(看跌期权)

$(m, n)$	向后 Euler 格式		Crank-Nicolson 格式	
	误差	CPU 时间 /s	误差	CPU 时间 /s
(50, 50)	$4.92 \times 10^{-4}$	0.05	$4.63 \times 10^{-4}$	0.04
(100, 100)	$1.17 \times 10^{-4}$	0.12	$1.01 \times 10^{-4}$	0.09
(200, 200)	$3.51 \times 10^{-5}$	0.26	$2.66 \times 10^{-5}$	0.25
(400, 400)	$1.11 \times 10^{-5}$	0.69	$6.45 \times 10^{-6}$	0.66
(800, 800)	$3.43 \times 10^{-6}$	3.93	$2.39 \times 10^{-6}$	3.77

## 4 结 论

本文首先基于线性有限元空间, 构造了 Kou 型跳扩散期权模型的向后 Euler 和 Crank-Nicolson 两种全离散格式; 其次, 借用文献[10]中高效的递归公式逼近模型中的积分项, 并进一步验证了离散矩阵的 M 矩阵性质. 最后, 数值实验验证了文中方法的有效性和稳健性.

### 参考文献:

- [1] BLACK F, SCHOLES M. The Pricing of Options and Corporate Liabilities [J]. Journal of Political Economy, 1973, 81(3): 637-654.
- [2] MERTON R C. Option Pricing When Underlying Stock Return Are Discontinuous [J]. Journal of Financial Economics, 1976, 3(1): 125-144.
- [3] KOU S G. A Jump-diffusion Model for Option Pricing [J]. Management Science, 2002, 48(8): 1086-1101.

- [4] KOU S G, WANG H. Option Pricing under a Double Exponential Jump Diffusion Model [J]. *Management Science*, 2004, 50(7): 1178–1198.
- [5] TAVELLA D, RANDALL C. *Pricing Financial Instruments: The Finite Difference Method* [M]. Chichester: John Wiley Sons, 2000.
- [6] ANDERSEN L, ANDREASEN J. Jump-Diffusion Processes: Volatility Smile Fitting and Numerical Methods for Option Pricing [J]. *Review of Derivatives Research*, 2000, 4(3): 231–262.
- [7] D'HALLUIN Y, FORSYTH P A, LABAHN G. A Penalty Method for American Options with Jump Diffusion Processes [J]. *Numerische Mathematik*, 2004, 97(2): 321–352.
- [8] D'HALLUIN Y, FORSYTH P A, VETZAL K R. Robust Numerical Methods for Contingent Claims Under Jump Diffusion Processes [J]. *IMA Journal of Numerical Analysis*, 2005, 25(1): 87–112.
- [9] SALMI S, TOIVANEN J. An Iterative Method for Pricing American Options under Jump-diffusion Model [J]. *Applied Numerical Mathematics*, 2011, 61(7): 821–831.
- [10] TOIVANEN J. Numerical Valuation of European and American Options Under Kou's Jump-diffusion Model [J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2008, 30(4): 1949–1970.
- [11] ZHANG K, WANG S. A Computational Scheme for Options Under Jump Diffusion Processes [J]. *International Journal of Numerical Analysis and Modeling*, 2009, 6(1): 110–123.
- [12] 李海蓉. 美式期权定价的指数型差分格式分析 [J]. *西南师范大学学报 (自然科学版)*, 2014, 39(8): 86–89.
- [13] 甘小艇, 殷俊锋. 二次有限体积法定价美式期权 [J]. *计算数学*, 2015, 37(1): 67–82.
- [14] 甘小艇, 殷俊锋, 李蕊. 有限体积法定价跳扩散期权 [J]. *同济大学学报 (自然科学版)*, 2016, 44(9): 1458–1465.
- [15] BAI Z Z. Modulus-Based Matrix Splitting Iteration Methods for Linear Complementarity Problems [J]. *Numerical Linear Algebra with Applications*, 2010, 17(6): 917–933.

## Finite Volume Method for Pricing European Options under Jump-Diffusion Model

GAN Xiao-ting

*School of Mathematics and Statistics, Chuxiong Normal University, Chuxiong Yunnan 675000, China*

**Abstract:** Finite volume method has been developed for pricing Kou jump-diffusion option model. Based on a linear finite element space, both backward Euler and Crank-Nicolson full discrete finite volume schemes are constructed. For the approximation of the integral term, an easy-to-implement recursion formula has been employed. Theoretical analysis shows that the discretized system is an M-matrix. Numerical experiments confirm the efficient of the proposed methods.

**Key words:** finite volume method; jump-diffusion option model; full discrete scheme

责任编辑 张 杓