

数学文化的教育学解读

——基于“理解取向”文化观的分析

肖红

(西南大学教师教育学院, 重庆 400715)

摘要:在深入推进基础教育课程改革的背景下,如何真正将“数学文化”融入课程教学,是数学教育工作者必须关注的一个重要论题。已有“数学文化”的涵义可概括为基于学科主义立场的“事实覆盖”型数学文化观,不适应“素养培育为本”的数学学科教育实践要求,因此需要重新解读“数学文化”的涵义。杜威提出的文化定义代表了一种基于教育学立场的“理解取向”文化观。这种文化观具有三方面的特点:(1)文化是“三元合一”的;(2)文化是理解取向的;(3)文化是动态发展的。以“理解取向”文化观为指导,可以把“数学文化”解读为:学生在学习数学知识的数学活动中,理解数学的思想(方法)、观点、精神等数学观念意义,并内化为数学素养,这种数学理解的过程和结果统称为数学文化。基于数学学科的特点,“数学文化”具有三种层次结构:第一层次,是从经验感受到数学认识模式的“数学明理理解”;第二层次,是从数学认识到数学理性模式的“数学理性理解”;第三层次,是从数学理性到数学悟性模式的“数学道理理解”。教师应树立数学课堂才是“数学文化”主阵地的意识,积极探索“数学文化”融入课堂教学的有效路径,发挥数学育人的重要作用。

关键词:数学;数学文化;理解取向文化观;学科育人;学科素养

中图分类号:G427 **文献标识码:**A **文章编号:**2095-8129(2022)02-0123-08

作者简介:肖红,哲学博士,西南大学教师教育学院副教授。

近几十年来,有关“数学文化”的研究一直是我国数学教育界关注的热点话题之一。2003年的《普通高中数学课程标准》(实验)用较大篇幅提及“数学文化”,表明“数学文化”一词已在国家层面的文件中正式使用;2017年,新版《普通高中数学课程标准》继续强调把“数学文化融入课程内容”^[1],并为进一步推动数学文化的教学实践指明了方向。然而,由于存在对“数学文化”涵义过于宽泛化的解读和数学文化观的教育学立场不突出等问题,使得教师不能很好地把握如何在教学中渗透“数学文化”,从而影响了数学文化育人目标的实现。目前,“素养培育为本”的基础教育课程改革面临知识观的转型问题,在此背景下,应当确定什么样的“数学文化”观以及如何解读它的内涵,是当前数学教育界亟须回答的问题。本文愿为此做一些探讨,以期深化“数学文化”涵义的解读,以及在以素养为导向的数学课堂教

学中如何更好地渗透“数学文化”提供启示。

一、关于“数学文化”的已有解析

“数学文化”一词的提出虽然已有很长一段时间,但是关于什么是“数学文化”,目前学界并没有一个相对统一的观点。不同的研究者基于不同的研究背景、立场和目的,提出了不同的有关“数学文化”的说法,归纳起来有如下三种代表性定义:

(1)“数学与文化”说。针对一般人认为数学仅仅是对科学家、工程师等有用的一系列实用工具和计算技巧,一些数学家、数学史家从人类文化的角度出发,把数学作为人类文化子系统的一部分,研究数学与其他文化、与整个文明的关系,指出“数学一直是形成现代文化的主要力量,同时又是这种文化极其重要的因素”^[2],而且强调“一个没有现代数学的文化是注定要衰落的”^[3]。从这一意义上而言,当把数

学作为一种文化广泛影响人们的生活和思想乃至社会发展、文明兴衰的力量时,所谓“数学文化”,就是把数学与其他文化联系起来的一种数学观念和认识。

(2)“文化的数学”说。有一种十分常见的看法,认为数学是人们得到的各种数学知识(包括数学概念、公式、命题等知识结论)的静态集合体。针对这种看法,一些研究者基于数学是一项动态的人类文化活动的观点,把数学本身作为一个文化体系^[4],研究数学的发生、发展及其规律,提出数学是一个按自身规律不断发展的“超有机体”或多元复合体,既包括数学的知识成分,也包括数学的观念成分。概括地说,当人们从一种文化活动的观念看数学时,“数学文化”就是数学共同体所特有的行为、观念和态度等^[5]。

(3)“数学的文化价值”说。在学校的数学学习中,大多数学生学数学就是为了会做题、能应付考试,对数学的思想、精神了解得比较肤浅。针对这种现象,一些研究者认为,数学学习应超越对数学知识与技能的掌握,领悟数学的思想、精神、方法、观点等,学会“数学方式的理性思维”,因为这些是形成数学素养的关键因素,对学生的终身发展具有不可替代的作用。因此,从发挥数学的育人价值这一角度而言,“数学文化”是指“数学的思想、精神、方法、观点,以及它们的形成和发展,除此以外,还包含数学家、数学史、数学美、数学教育、数学发展中的人文成分等等”^[6]。

以上三种有关“数学文化”的说法,在数学观层面丰富和加深了人们对数学的认识,也在数学教育观上,对于为什么教数学、教什么样的数学提出了十分合理的见解。特别是,数学文化的“文化价值说”观点已在我国数学课程标准中明确下来。《普通高中数学课程标准》(2017年版)指出:“数学文化是指数学的思想、精神、语言、方法、观点,以及它们的形成和发展;还包括数学在人类生活、科学技术、社会发展中的贡献和意义,以及与数学相关的人文活动。”^{[1]104}可以说,现有数学课程标准对于“数学文化”的定义,综合了“数学与文化”说、“文化的数学”说以及“数学的文化价值”说三种关于数学文化的界定。

然而,这种“数学文化”定义虽然描述比较全面,却存在一些不足,不仅从表面上看显得繁琐,而且从深层次的知识观来剖析,是一种基于(或倾向于)学科主义立场的“事实覆盖”型文化观。其局限性具体表现在:一方面,由于定义表述的宽泛性,以及对于什么是数学思想、精神、方法、观点等语焉不详,使得一线教育工作者不能很好地把握数学文化的本质内涵;另一方面,这种“事实覆盖”型数学文化观容易造成教师在教学中对“数学文化”做简单化处理。即:在传统的数学知识教学中,仅是增加一些所谓“数学文化”内容的知识“补丁”,比如讲一些数学史或介绍一点有关数学的趣味故事等。这种做法在促进学生数学学科素养的形成和发展上所发挥的作用有限,也不能充分体现数学学科的育人价值。

目前,我国基础教育课程改革已进入“素养时代”,从学生知识技能的训练到学科素养的培育,必然带来知识观的深层变革。同样,人们也应在数学文化观方面做出必要的转型,以满足目前在数学课堂教学中融入“数学文化”的现实需要。在此,我们应扬弃基于学科主义立场的“事实覆盖”型数学文化观,确定一种有鲜明教育学立场的数学文化观,并明确其内涵。

二、“理解取向”文化观的涵义

在人们的日常生活和学者们的学术探讨中,“文化”(culture)是一个被长期讨论但又相当模糊的概念,由此带来的文化观也是多种多样的。美国人类学家克拉克洪(C.Kluckhohn)曾在1952年出版了《文化:概念和定义的检讨》一书,书中统计从1871至1951年间,关于“文化”的定义有一百六十四种之多。克拉克洪在分析文化的多种定义的基础上,提出了如下关于“文化”的定义:“文化由外显的和内隐的行为模式构成;这种行为模式通过象征符号而获致和传递;文化代表了人类群体的显著成就,包括它们在人造器物中的体现;文化的核心部分是传统的观念,尤其是它们所带来的价值。”^[7]显然,这是一个包容性很强的文化观。但是如果从教育学的立场出发,这样的文化观难以与我们的研究目的建立起工具性联系。

在教育研究中,杜威(J.Dewey)针对“文化”给出了自己的理解,认为“文化就是不断扩大一个人对事物意义的理解的范围,增加理解的正确性的能力,也许没有比这更好的文化的定义了”^{[8]136}。杜威的文化定义包含了人、事物、对事物意义的理解、人的改变等因素,是一种有鲜明教育学立场的文化观。这种文化观突出“以人为本”,在关注个体发展变化的过程中,强调通过理解事物的意义来改变个体。我们称这种文化观为“理解取向”的文化观。以下,结合杜威的文化定义,阐述“理解取向”文化观所具有的三种特性:

(一)文化是“三元合一”的

德国哲学家卡西尔(E.Cassirer)对人的本质给出了这样一个定义:“人是符号的动物,人的所有文化形式都是符号形式。”^[9]据此,文化整体上可看作一种符号现象。借鉴美国哲学家、实用主义创始人皮尔士(C.S.Peirce)关于符号具有“三元合一”性的思想,笔者认为,当把文化看作符号现象时,文化的构成要素包含三个方面:(1)作为文化主体的人;(2)作为文化对象的事物;(3)作为文化对象的解释(或意义)。这三个要素缺一不可,密不可分。可以说,文化是由这三个要素共同组成的“三元合一”体。

首先,文化并不在人之外而独立存在。不论把文化定义为“人化”^[10]还是“化人”,都含有人的因素。杜威也说,“所谓文化,是某种属于个人的东西”^{[8]133-134}。因此,文化从根本上而言就是属于人的。谈文化就意味着,在世界万物中,永远要以人为本,面向人、为了人,而不是以人之外的任何东西为本。也可以这样说,人是文化的主体,是文化的“第一性”^①。其次,文化还应当有作为文化对象的事物,即文化的“第二性”。人类创造的一切物质产品和精神产品都是文化对象事物。没有作为文化对象的事物,作为文化主体的人就会被悬空,人也就不成为文化主体了。第三,在文化主体和文化对象之间有一个中介,这就是文化对象的解释(或意义),也即文化的“第三性”。正是有了作为文化主体的人对文化对象事物的解释,或对文化对象事物意义的理解,文化对象的作用

才得以发挥,其价值才得以体现。也正是有了文化对象的解释(或意义),文化中的“人化”和“化人”才统一结合起来。总之,结合杜威文化定义的讨论,可以得出如下结论:文化作为人的一种符号现象,由文化“第一性”“第二性”和“第三性”,即作为文化主体的人、作为文化对象的事物以及作为文化对象的解释(或意义)三方面构成。这三方面缺一不可、密不可分。同时,它们也是按等级排列的,没有文化主体的人,就没有文化对象的事物;有了文化对象的事物才能引出文化对象的解释(或意义)。因此,文化是“三元(或三性)合一”的。

(二)文化是理解取向的

从教育的角度看,“文化”主要是一个动词,所谓“文而化之”即文化。按文化是“三元合一”的解读,这里的“文”指的是作为文化对象的事物,是人类创造的一切物质产品和精神产品;“化”既是“化物”,也是“化人”。也就是说,作为文化主体的人与文化对象事物相遇时,一方面文化对象事物被赋予意义,“化”成了文化对象事物的解释(或意义),另一方面文化主体的人也在“知、情、意”等方面,相应地发生了知识改变、获得了情感触动、得到了精神升华,“化”成了素养更高的人。所以,“文化就是不断扩大一个人对事物意义的理解的范围,增加理解的正确性的能力”。

如果仅仅把“文化”看成是一个名词,容易把它简单归结为文化对象事物,即认为文化就是人类创造的一切物质产品和精神产品,是一种人类创造的“事实性成果”。在教育中,这种“事实覆盖”型文化观,只能为教育工作者提供一个被称为“文化”的客观的、结果性的事实,以及其“假定性的文化意义”而非“理解生成性的文化意义”,从而导致把文化教育变成文化知识的传递或灌输,失去在“化物”的过程中“化人”的意义和价值。这也许就是杜威主张把“文化”定义为一种“理解取向”型的重要原因。

所谓“理解”,就是在“事物”与“意义”间建立起联系^{[11]125}。可以说,没有理解就没有文

① “第一性”“第二性”“第三性”,是美国哲学家、实用主义创始人皮尔士(C.S.Peirce)所创设的现象学范畴用语。

化。如果仅从孤立的事物这一角度看,个人所遇到的事物只是个别的、片段的事实,按“三元合一”的文化解释,它还不能称之为文化对象事物,这时也没有所谓的“文化”发生。只有当作为文化主体的人,把个别的片段性事实结合为一个统一的整体(或结构),赋予其某种普遍的、连续性的价值意义,作为文化对象的事物和文化对象的解释(或意义)才同时出现,文化才得以发生。因此,文化不是“事实取向”的,而是“理解取向”的。譬如,《史记》中所载“孔子学琴”的故事,正是一个说明“文化是理解取向”的极好例子。面对一首曲子,孔子通过自己不断的练习和理解,从了解这首曲子(“丘已习其曲”),到掌握曲子的技法(“已习其数”),再到领悟曲子的主旨、意趣(“已习其志”),一直到品味出曲子创作者的精神境界(“丘得其为人”),这正是所谓“文化”!理解有广度和深度之分,广度指的是理解的范围,而深度是指理解的层次。

(三)文化是动态发展的

文化的动态发展体现在两方面。第一,作为文化“第一性”的人,其素养在文化中得以形成和不断发展,在面对文化对象事物时,“人化”的能力,即人对事物的理解力得到增强;同时,反过来也表现在“化人”的成效变化中,人的素养层次和境界得以改变与提升。第二,文化“第三性”与文化“第二性”的互换,即文化对象事物的解释(或意义)可以在新的文化中成为文化对象的事物(文化“第二性”),进而生成新的文化对象事物的解释(或意义)。文化对象事物与文化对象事物的解释(或意义)不是“二元对立”的,而是处于辩证的动态发展关系之中。这种“事物”与“意义”的关系,类似于杜威所讨论的“事实”与“观念”之间的关系:“事实或资料必须用来暗示或检验某些观念,……否则,单纯的事实或资料便是一堆死东西。另一方面,观念必须用来对实际情况进行反思,否则,单纯的概念就是凭空的推测、空想和梦幻。”^{[11]93}

综上所述,以杜威文化定义为代表的“理解取向”型文化观,是一种基于教育学立场的文化观。文化是人(文化主体)、事物(文化对象)、事物的解释或意义“三元合一”体,它的效

用体现在“不断扩大一个人对事物意义的理解范围,增加理解的正确性的能力”上,其特点是“理解取向”且动态发展的。在此需指出的是,与其说这样的文化观是在众多“文化”定义中增加了一种新的说法,不如说为我们在认识论层面解读数学文化提供了一种基本观点和思维模式。

三、“数学文化”的教育学定义及其解读

已有“数学文化”的定义,不论是“数学与文化”说、“文化的数学”说还是“数学的文化价值”说,在认识论层面上,整体上反映的是一种基于(或倾向于)“事实覆盖”的文化观。这样的数学文化观在教学中容易造成数学知识与数学文化的隔离,使得“数学文化融入课程教学”的要求和目标无法真正落到实处。在此,笔者以“理解取向”文化观为指导,尝试给出一种新的数学文化定义,并解读其涵义。

从学校教育的角度看,本文认为:“数学文化”就是指学生(或教师)在学习(教学)数学知识的数学活动中,理解到数学的思想(方法)、观点、精神等数学观念意义,并内化为数学素养,这种数学理解的过程和结果统称为数学文化。至于数学思想(方法)、数学观点、数学精神的含义又是什么,下文将给出进一步解释。

根据文化的“三元合一”性特点,数学文化“第一性”是指数学文化主体(包括学生和教师),数学文化“第二性”为数学文化对象,即人类创造的一切数学形态(比如纯粹数学形态、学校数学形态、应用数学形态、民族数学形态等)^[12],数学文化“第三性”指数学文化对象的解释(或意义),也即由数学文化主体通过理解数学文化对象而引出的或赋予的数学思想、精神、方法、观点等数学观念意义。由于“文化”是理解取向的,这里的数学的思想、精神、方法、观点等数学观念意义,是由数学文化主体通过理解数学文化对象而生成的。需进一步说明的是,尽管我们在单独讨论数学观念意义时,可以把它当作具有普遍性、确定性的“某种知识”,但在数学文化中,数学观念意义是由数学文化主体在理解数学文化对象时生成的,因此,孤立地谈论数学的思想、精神、方法、观点等数学观念意义,或把它们与数学文化相混淆,

是不符合本文所提出的“数学文化”宗旨的。

讨论“数学文化”离不开对数学知识本性的认识。由于数学知识对象并不是某种具体的物质和具体的物质运动形态,而是从众多的物质运动形态中抽象出来的事物,是人脑的产物,数学具有超越具体科学和普遍适用的特征,具有公共基础的地位,因此,“数学文化”比其他学科文化具有更为广泛的影响和作用。英国数学家、哲学家怀特海(A. N. Whitehead)在讨论数学知识的本性时指出:“数学的本质特征就是,在从模式化的个体作抽象的过程中对模式进行研究。”^[13]¹³ 根据数学的这种特征,可以说,基于“理解取向”的数学文化就是数学文化主体在“可模式化的个体”与“模式”之间建立起联系,即通过模式化的理解,把个别经验知识材料纳入一般的数学观念模式中。模式化理解是一种深度理解。我国学者郭贵春等从语境层面分析数学知识产生和发展的特征时指出,数学经历着“数学模型的语用构造→数学系统的语形变换→数学模型的语义解释”^[14]这样一个产生和发展的过程。据此,本文认为,与这个过程相对应的模式化理解可分为三个层次,即:从经验感受到数学认识模式的“明理化”理解,从数学认识到数学理性模式的“理性化”理解,从数学理性到数学悟性模式的“道理化”理解。因此也可以说,数学文化是有层次结构的。

(一)第一层次:“明理化”理解——从经验感受到数学认识模式

所谓“明理化”理解,是指在数学活动中,把具体经验感受到的数学知识形态与普遍的数学认识模式建立起联系。“明理化”中的“理”就是深藏于具体数学知识形态背后的数学认识模式结构,它表现为数学思想,是数学知识的核心。郑毓信教授指出:“数学思想与数学知识相比反映了更深层次的理解,从而可以被看成相关知识的核心。正因为此,数学思想与数学知识相比不仅具有更大的‘潜在性’,也具有更大的普遍意义。”^[15]在数学活动中,当个体对数学知识形态只有具体经验感受时,还达不到数学文化的层次,必须与某种普遍的数学思想建立联系,即理解到具体数学知识形态所潜在的数学认识模式结构时,或者说,能用

某种深层的数学思想(模式结构)诠释经验感受的数学知识形态时,才达到了数学文化的明理理解层次。当然,对数学知识形态的具体经验感受是数学文化的必要条件,如果没有对数学知识形态的具体经验感受,数学文化就成为“无源之水”。

这里还需要对“理解”做进一步的说明。所谓“理解某物,就是认识到贯穿于一系列实例中的更加简单和简洁的结构,这是数学上为人称道的真理”^[16]。因此,数学理解就是从数量关系和空间形式方面,在一些具体的数学知识形态中,通过某种模式结构建立起深层次的联系。所以怀特海曾说,“首先注意到7条鱼和7天之间的共同点的人,是第一个具有纯数学观念的人”^[17]。数学的特点之一就是不断追求简单的、深层次的、超出人类感官所及的模式结构。当作为数学思想的数学认识模式结构转化为具有操作性的具体门路、程序时,就成为数学思想方法,而理解了的数学思想方法具有可迁移性。因此,作为数学文化主体的人,通过不断地把具体数学知识形态与某种深层的模式结构建立联系,从而养成对现实世界中的现象和过程进行合理简化和量化的素养,这是数学文化的基础要义。

(二)第二层次:“理性化”理解——从数学认识到数学理性模式

所谓“理性化”理解,是指在数学活动中,把已经认识到的处于表面的分散的数学知识形态与系统的数学知识结构体系(即数学理性模式)建立起联系。这个系统的数学知识结构体系具有自身的逻辑架构,是理性的化身,不以人的主观意志为转移,具有客观独立性。在数学史中,欧几里得用公理演绎的方式整理古希腊人已经掌握了了几何知识,最终成就《几何原本》,从而确立了一种理性模式的典范。“欧几里得几何的创立,对人类的贡献不仅仅在于产生了一些有用的、美妙的定理,更重要的是它孕育出了一种理性精神。”^[2]⁵³ 自此以后,在数学领域,数学家们至今遵循《几何原本》所确定的范例研究整理数学知识,数学也因此具有确定性与可靠性,被看作是所有科学的标杆。

所谓数学观点,就是人们观察事物时所秉

持的数学理性态度,是人的一种基本数学素养。数学观点的形成依赖于数学理性化理解。即:人们在一次又一次地把处于表面的分散的数学知识形态与系统的数学知识结构体系建立联系的过程中,形成数学理性态度。我国数学特级教师孙维刚曾指出:“由寻找联系入手,运用规定(定义)平移、变换等数学思想和从‘特殊到一般,又从一般到特殊’的方法,把个别、离散的现象构造成浑然一体的系统,这已经标志着能力的提高和素质的发展了。”^[18]作为数学文化主体的人,从系统的角度学习理解数学知识,置分散的知识于系统中,发现知识之间的联系和规律,在潜移默化中养成数学理性态度、形成数学观点,这是数学文化的核心要义。

(三)第三层次:“道理化”理解——从数学理性到数学悟性模式

所谓“道理化”理解,是指在数学活动中,把某种数学知识形态的关系结构,与另一种表现形态的数学关系结构或现实世界中事物的关系结构建立起联系。“道理化”中的“道”,是一种创造性的精神品质,表现为一种数学悟性模式。数学理性模式虽然能展示数学知识之间的相互联系,奠定数学的确定性与可靠性基础,但在数学无穷多的主题内容中,它仅是其中一个理想目标而已。如果把数学理性模式看成是数学的唯一目标,或者说,“相信公理体系构成了数学的精髓,这是一个危险的错误”^{[19]226}。怀特海曾做过这样的比喻:“一幅写生画竟能取代一幅完全的图画”,这是数学的“一种微不足道的恶”^{[13]12}。数学的发展和数学现实价值的体现,尤其是数学的创新与应用,需要数学悟性。

“数学悟性”一词出自怀特海。他曾在题为“数学与善”的著名演讲中说过,“考虑到数学有无穷多的主题内容,数学甚至现代数学也是处于婴儿时期的一门科学。如果文明继续发展,那么在今后两千年,人类思想中压倒一切的新特点就是数学悟性要占统治地位”^{[13]12}。所谓数学悟性,笔者认为就是在不同的数学知识形态中或数学与现实世界中,发现相通的关系结构。因此,其思维特点不是逻辑演绎,而是直觉构造,体现出创新性特点。数学中“凡是重要的发现或者具有实质性内容的见解,很

少是由单纯的公理程序得到的。在直觉指引下的构造性思想是数学动力的真正源泉”^{[19]226}。数学史和科学史已表明,面对层出不穷、错综复杂的主题,数学家及科学家们依靠数学悟性思维模式不断开辟人类知识前进的道路,展示出数学的现实价值和意义。比如,笛卡尔在面对古希腊人留下的几何作图问题时,把作为几何形态的单位线段与作为代数形态的数“1”对应,将数的运算规则(即加、减、乘、除、开方等代数运算关系结构)与几何作图的运算规则(即线段的加、减、乘、除、开方等几何作图运算关系结构)相联系,不仅有效解决了几何作图问题,更为重要的是,由此创立了解析几何;爱因斯坦把黎曼几何(非欧几何)的空间关系结构与物理世界的空间关系结构对应起来,建立联系,为创立相对论铺平了道路^[20]。这些都是人类思想中数学悟性模式的精彩篇章。

数学精神,就是人们在数学悟性模式中表现出的创造性思维,是人的一种高级数学素养。数学精神的培养离不开数学道理化理解,即:在数学活动中(特别是在问题解决中),通过在不同的数学知识形态之间或数学与现实世界之间,建构相对应的关系结构,领悟在创造性发现或问题解决中所表现出的创新思维。作为数学文化主体的人,通过在不同表现形态的数学知识之间或数学知识与现实世界之间建立对应的关系结构,从而解决问题,产生新发现,感悟数学精神,不断提高自身的数学素养和创新意识,这是数学文化的关键要义。

由以上的讨论可以看出,对于什么是“数学文化”,我们应放弃形而上学的追问方式,好似本身就存在一种“数学文化”的东西,人们可以直接去认识它、把握它,而是应当通过数学活动,在理解数学知识的深层认识模式、形成数学理性思维模式、养成创造性数学悟性思维模式的过程中,感受“数学文化”的魅力。

四、“数学文化”教育实施路径思考

数学,有作为知识成果形态的数学和作为意义生成形态的数学之分。前者在一般人眼里往往是“冰冷”的形式化符号语言,抽象难懂,被称为学术形态的数学;而后者是能从中

理解到“火热的思考”意义的数学,被称为教育形态的数学。因此可以说,把数学的学术形态转化为学生易于接受并充分理解的教育形态,就是“数学文化”教育的根本任务。限于本文的研究主旨和篇幅,对于如何具体实施“数学文化”的教育,在此不做展开,仅提出如下实施路径思考:

(一)以课堂教学为主阵地,实施“数学文化”教育

《普通高中数学课程标准》(实验)指出:“数学课程要讲逻辑推理,更要讲道理,通过典型例子的分析和学生自主探索活动,使学生理解数学概念、结论逐步形成的过程,体会蕴涵在其中的思想方法,追寻数学发展的历史足迹。……激发对于数学创新原动力的认识,受到优秀文化的熏陶。”^[21]作为数学教师,应确立“理解取向”的数学文化观,注重在平时充分挖掘有关数学文化的教育资源。在数学课堂教学中,积极将学生引导至数学文化的场域,使学生在数学的“明理理解、理性化理解、道理化理解”过程中,感悟数学文化。当教师通过积极的教学引导,促使学生在数学知识的学习中自觉生成数学思想(方法),形成理性的数学观点,领悟具有创造性思维特点的数学精神时,日常的数学课堂就会成为“数学文化”教育的主阵地。

(二)在准确把握数学理解的“二维”关系范畴中,实施“数学文化”教育

根据理解取向的文化观,数学文化就是数学文化主体(学生或教师)在数学的“可模式化的个体”与“模式”之间建立起联系。对学生来说,只有当作为“可模式化的个体”的个别数学知识材料(指各种形态的数学知识素材),被理解为具有一般意义的数学观念模式[即数学思想(方法)、数学观点、数学精神等]时,数学文化才得以真正发生。可以说,没有个别数学知识材料和一般数学观念模式的结合,就没有数学文化。教师在数学文化教育中,首先需要区分“个别”和“一般”这对数学理解的“二维”关系范畴;其次,自身要努力成为一名数学“学养教师”^[22],要有不断对数学知识进行探本寻源、追求来龙去脉,以更“一般”的数学观念模式结合“个别”数学知识的尝试;最后,在教学中结

合自身的数学文化经验,引导并促使学生在个别数学知识材料和一般的数学观念模式之间建立联系,以唤起学生的数学文化经验,同学生一起体会、领悟并欣赏数学知识的文化魅力。

(三)通过“三阶段”发展层次,实施完整的“数学文化”教育

完整的数学文化具有前文所述的三个层次结构,因此在数学教学中,可结合相应的数学知识,开展“经验感受——理性认知——悟性拓展”相统一的、逐级发展的完整的数学文化教育。比如,在“对称”知识的教学中,设计出“感受对称阶段——对称的数学化理解阶段——对称的拓展性理解阶段”的数学单元教学^[23]。“三阶段”发展式数学文化教育,是数学知识发展本质要求所规定的,也是文化具有连续发展性特点所决定的。实施多层次连续发展的、完整统一的数学文化教育,能有效避免数学文化教育的形式化、浅表化和碎片化。

总之,数学作为人类文化的重要组成部分,在形成人的理性思维、科学精神和促进个人智力发展的过程中发挥着不可替代的作用。我国数学院士、复旦大学李大潜教授曾指出:“数学的传授,如果不满足于填鸭式的灌输,而是更多地针对数学这门学科的特点,采取启发、诱导的方式,就可以使学生在知识学习的过程中,逐步地由不自觉地自觉地将这些方面的素质耳濡目染,身体力行,铭刻于心,形成习惯,变成他们的数学素养,终生受用不尽。”^[24]新时期,更加强调学科育人价值,数学教育理应在落实立德树人根本任务和发展素质教育中发挥更重要的功能。作为数学教育工作者,应树立“数学文化育人”的意识,在课堂教学中,不仅帮助学生掌握现代生活和进一步学习所必需的数学知识、技能、思想和方法,更重要的是,通过“数学文化”来育人,不断提升学生的数学素养和创新意识。

参考文献:

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)[M]. 北京:人民教育出版社,2018.
- [2] M·克莱因. 西方文化中的数学[M]. 张祖贵,译. 上海:复旦大学出版社,2004.
- [3] 齐民友. 数学与文化[M]. 大连:大连理工大学出版社,2008:299.

- [4] R·L·怀尔德. 作为文化体系的数学[M]. 谢明初,陈慕丹,译. 上海:华东师范大学出版社,2019:7.
- [5] 郑毓信,王宪昌,蔡仲. 数学文化学[M]. 成都:四川教育出版社,2001:6.
- [6] 顾沛. 数学文化[M]. 北京:高等教育出版社,2008:2.
- [7] KROEBER A L,KLUCKHOHN C.Culture;a critical review of concepts and definition[M]. New York: Vintage Books, 1952: 357.
- [8] 约翰·杜威. 民主主义与教育[M]. 王承绪,译. 北京:人民教育出版社,2001.
- [9] 恩斯特·卡西尔. 人论[M]. 甘阳译. 北京:西苑出版社,2003:46.
- [10] 肖前. 马克思主义哲学原理:下册[M]. 北京:中国人民大学出版社,1994:687.
- [11] 约翰·杜威. 我们怎样思维·经验与教育[M]. 姜文闵,译. 北京:人民教育出版社,2005.
- [12] 代钦. 释数学文化[J]. 数学通报,2013(4):1-4.
- [13] A. N. 怀特海. 数学与善[M]//邓东皋,孙小礼,张祖贵. 数学与文化. 北京:北京大学出版社,1990.
- [14] 郭贵春,康仕慧. 当代数学哲学的语境选择及其意义[J]. 哲学研究,2006(3):71-84,129.
- [15] 郑毓信. 新数学教育哲学[M]. 上海:华东师范大学出版社,2015:437.
- [16] 杰罗姆·布鲁纳. 论左手性思维——直觉能力、情感和自发性[M],彭正梅,译. 上海:上海人民出版社,2004:116.
- [17] A. N. 怀特海. 科学与近代世界[M]. 何钦,译. 北京:商务印书馆,1997:20.
- [18] 孙维刚. 初中数学[M]. 北京:北京大学出版社,2005:9.
- [19] R·柯朗,H·罗宾,著;I·斯图尔特,修订. 什么是数学:对思想和方法的基本研究[M]. 增订版. 左平,张饴慈,译. 上海:复旦大学出版社,2005.
- [20] 爱因斯坦. 几何学和经验[M]//许良英,范岱年,编译. 爱因斯坦文集:第一卷. 北京:商务印书馆,1976:138.
- [21] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(实验)[M]. 北京:人民教育出版社,2003:4.
- [22] 肖红. 论数学“学养教师”的培养[J]. 教师教育学报,2021(5):55-61.
- [23] 吕林海,赵健,童灵瑶. 构建一种新型的数学课程文化——兼析以“对称”概念为主题的案例设计与前期进展[J]. 中学数学教学参考,2004(5):1-3.
- [24] 李大潜. 数学文化与数学教养[J]. 中国大学数学教学,2008(10):4-8.

Pedagogical Interpretation of "Mathematical Culture": An Understanding-oriented Cultural View

XIAO Hong

(College of Teacher Education, Southwest University, Chongqing 400715, China)

Abstract: In the context of deepening the curriculum reform of basic education, the question of how to integrate "mathematics culture" into the curriculum content is an important topic for mathematics educators. The existing definition of "mathematical culture" can be summarized as the "fact covering" mathematical culture view based on the position of subjectivism. However, it does not meet the needs of "literacy cultivation oriented" mathematical discipline education practice, so it is necessary to re-interpret the meaning of "mathematical culture". The definition of culture proposed by Dewey represents a kind of "understanding-oriented" cultural view based on pedagogy. This cultural view has three characteristics. First, culture is "three-in-one". Second, culture is understanding-oriented. Third, culture is developing dynamically. Within the framework of understanding-oriented cultural view, "mathematical culture" could be interpreted as a situation in which students in their learning of mathematics understand the ideational meaning of mathematics, including the mathematic thoughts (methods), views, and concepts of, and internalize this understanding as the mathematical literacy. The process and result of mathematical understanding is what we call mathematical culture. According to the characteristics of mathematics, there are three levels of "mathematical culture". The first level is "reasoning understanding", involving mathematical experience to mathematical knowledge. The second level is "rationalization understanding", involving mathematical knowledge to mathematical rationality. The third level is "creation understanding", involving mathematical rationality to creative mathematical thinking. Teachers should form the idea that mathematics class is the major locus of "mathematics culture", explore ways of integrating "mathematics culture" into classroom teaching, and play an important role in educating people through mathematics.

Key words: mathematics; mathematical culture; understanding-oriented cultural view; discipline education; discipline literacy

责任编辑 邓香蓉