

《义务教育数学课程标准(2022年版)》的 修订与核心素养

史宁中

(东北师范大学 数学与统计学院, 吉林 长春 130024)

摘要:新颁布的《义务教育数学课程标准(2022年版)》,把“三会”作为培养学生数学核心素养的指导思想,体现了三个基本特征,即内涵的一致性、表现的阶段性和表述的整体性。以核心素养为导向的数学教育应当以“三会”的表述统领课程标准的“四基”和“四能”。新的义务教育数学课程标准不仅继承了我国数学教育的传统特色与合理内核,还体现了与时俱进的发展理念。

关键词:数学教育;课程标准;“三会”;核心素养

中图分类号:G423 **文献标识码:**A **文章编号:**2095-8129(2022)03-0092-05

作者简介:史宁中,理学博士,东北师范大学数学与统计学院教授,博士生导师。

2022年4月21日教育部颁布了《义务教育数学课程标准(2022年版)》^[1]。其修订大体遵循两个基本原则:一是保留2011年版义务教育数学课程标准的合理内核;二是延续2017年版普通高中数学课程标准倡导的数学核心素养主张。

2011年版义务教育数学课程标准的重要贡献,是把传统的数学课程目标从“双基”拓展到“四基”、从“两能”拓展到“四能”,提出了发展学生数学素养的十个“核心词”,即数感、符号意识、空间观念、几何直观、数据分析观念、运算能力、推理能力、模型思想、应用意识和创新意识。这些核心词与数学核心素养内涵关联密切。

一、构建与数学教育有关的核心素养

数学核心素养的提出,源于2014年颁布的《教育部关于全面深化课程改革 落实立德树人

根本任务的意见》文件^[2],其目的是更好地贯彻党的十八大提出的“把立德树人作为教育的根本任务”这一宗旨。该文件提出了基于核心素养的课程目标,并且要求将课程目标落实到当时正在修订的普通高中课程标准中。在这样的背景下,2017年版普通高中数学课程标准提出了基于“三会”的数学学科核心素养,并将“三会”作为培养数学核心素养的指导思想^[3]。基于“三会”的数学学科核心素养是指^①:会用数学的眼光观察现实世界,会用数学的思维思考现实世界,会用数学的语言表达现实世界。与此对应的数学学科核心素养分别是:数学抽象和直观想象,逻辑推理和运算能力,数学模型和数据分析。

党的十九大进一步提出教育要“落实立德树人根本任务”,因此,基于核心素养的课程标准的修订,对这一任务的强调只能加强,不能

^① 2017年版普通高中数学课程标准描述的是:会用数学的眼光观察世界,会用数学的思维思考世界,会用数学的语言表达世界。2022年版义务教育数学课程标准,把其中的“世界”改为“现实世界”,其目的是强调数学是人们认识、理解和表达现实世界的语言。该思想充分体现在关于课程性质的表述中。

削弱。这也意味着,数学核心素养的养成不仅包括高中阶段的数学教育,还包括义务教育阶段的数学教育,或许,也应包括大学阶段的数学教育。数学核心素养的培养要具有一致性和阶段性。一致性,即从小学到初中、高中,甚至到大学,数学核心素养内涵基本保持不变;阶段性,即在不同的教育阶段,数学核心素养的具体表现应当有所不同。由此,数学核心素养一般被表述为:经过数学课程的学习,受教育者应当具备的基本素养。

为了做到一致性和阶段性,数学核心素养的培养又应具有整体性,即必须兼容数学和数学教育的基本特征。数学和数学教育的基本特征,是人们在数学学习和数学研究的过程中逐渐形成和发展起来的、每个人都具有的主要特点。“三会”是数学核心素养的题中应有之义。无论是《义务教育数学课程标准(2011年版)》提出的十个核心词,还是《普通高中数学课程标准(2017年版)》提出的六个主要方面,都是数学核心素养在不同学段的具体表现。可以肯定的是,数学核心素养的培养在各个学段的表现应当具有进阶性,即:低年级段数学核心素养的培养应偏于具体,更加侧重于意识方面;高年级段数学核心素养的培养应偏于抽象,更加侧重于能力方面。基于这样的思想,2022年版义务教育数学课程标准就把数学教育所应形成和发展的核心素养,统一表述为“三会”,并分别描述了“三会”在小学阶段和初中阶段的具体表现。

数学的眼光是什么呢?主要是数学抽象。正如大多数数学家和哲学家所理解的那样,数学的研究对象以及那些描述研究对象性质、关系和规律的术语都是抽象了的数学符号,这些抽象的数学符号源于现实世界,来源于人们的经验,是数学思维抽象的结果。数学抽象的对象主要是数量与数量关系、图形与图形关系,抽象的过程就是舍去承载物的物理背景的过程。随着数学自身的发展,数学可以脱离现实

世界,并对那些已经抽象出来的内容进行更深层次的抽象,从而得到新的研究对象和术语。比如:通过自然数和三维空间得到实数和高维空间的概念,通过数的运算法则得到矩阵与四元数的运算法则,等等。由此,数学的抽象就形成了数学的第一个基本特征,即数学的一般性。

就具体表现而言,2022年版义务教育数学课程标准希望学生达成的目标是:在小学阶段形成符号意识、数感、量感;在初中阶段形成抽象意识;在高中阶段则上升为拥有数学抽象能力。此外,培养学生形成和发展几何直观和空间想象力是贯穿新课标始终的目标。养成观察问题的习惯非常重要。通过观察问题,学生能直观理解所学的数学知识及其现实背景,能在实际情境中发现和提出有意义的数学问题,在日积月累的数学探究过程中,逐步养成一般性思考问题的习惯,并在主动学习中学会把握事物的本质,以简驭繁,从而使好奇心、想象力和创新意识都得到发展。

数学的思维是什么呢?主要是逻辑推理。这也是数学发展所依赖的基本思维形式。逻辑推理是依据规则进行的、具有传递性的推理,大体分为两种形式:一种是基于思辨的推理,称为演绎推理,是从设立的前提命题出发进行的推理,命题涉及的范围从大到小,因此,如果前提命题正确,那么结论命题就必然正确;另一种是基于经验的推理,称为归纳推理,是从经验事实出发进行的推理,命题涉及的范围从小到大,因此,即使前提命题正确,得到的结论也不一定正确^①。数学的所有结论在形式上都是命题^②。数学获得的结论更多是依赖归纳推理,数学验证结论更多是依赖演绎推理。这两种推理都是有逻辑的。这就形成了数学的第二个基本特征,即数学的严谨性。

就具体表现而言,2022年版义务教育数学课程标准希望学生在小学阶段能够形成一些推理意识,初中阶段逐渐形成推理能力,高中阶段则上升为形式化的逻辑推理。运算能力

① 不能通过结论的正确与否判断推理是否有逻辑性,只能通过推理的过程判断推理的逻辑性。

② 数学计算属于演绎推理。如果语言可以表述数学计算的结果,那么数学计算也可以表述命题的形式。

是唯一要求学生自始至终都要具备的能力。学生养成推理思考的习惯,能够合乎逻辑地认识和理解数学的结论和方法,探究自然现象或现实情境所蕴含的数学规律,经历数学“再发现”过程,在日积月累的学习中,逐渐形成和发展质疑困难的批判性思维,并树立实事求是的科学态度,养成讲道理、有条理的思维习惯,从而拥有理性精神。

数学的语言是什么呢?主要是数学模型^①。数学借助数学模型回归现实世界,数学模型搭建了数学与现实世界的桥梁。一方面,数学发展的真正动力是其在现实世界中的应用,数学要有重大发展,必须并且只能靠研究者在现实世界中获取灵感,并在不断应用的过程中汲取养分,只有那些直接从现实世界中抽象出来的数学问题,才会朝气蓬勃、具有顽强的生命力;另一方面,在现代社会,几乎所有的学科在科学化、条理化的过程中都要使用数学语言,并借助数学符号构建数学模型,以此揭示研究对象的性质、关系和规律。这就形成了数学的第三个基本特征,即数学应用的广泛性。

就具体表现而言,2022年版义务教育数学课程标准希望学生在小学阶段能够具备一定的模型意识、数据意识,在初中阶段形成模型观念、数据观念,在高中则要建立模型思想、数据分析思想。养成这样的表达问题的习惯,学生能够感悟数学与现实世界独特的交流方式,理解数学表达的合理性,感受数学的美,并且适应数字化发展,能够有意识地通过数据分析认识、理解和表达现实世界中那些不确定的现象,在日积月累的过程中,逐步养成用数学语言表达与交流的习惯,从而具备跨学科应用意识与实践能力。

二、表述与数学教育有关的数学

为了更好地融入核心素养,笔者认为有必要清晰地表述与数学教育有关的数学的基本特征。除了保留“数学是研究数量关系和空间

形式的科学”的传统表述,还要强调数学的一般性、严谨性和应用的广泛性。另外,基于心理学描述,笔者认为还要强调数学的抽象性、逻辑性和现实性。如此,可以这样描述:数学源于对现实世界的抽象,即通过对数量和数量关系的抽象、图形和图形关系的抽象,得到数学的研究对象及其关系;基于抽象结构,通过对研究对象的符号运算、形式推理、模型构建等,形成数学的结论和方法,以此帮助人们认识、理解和表达现实世界的本质、关系和规律。数学不仅是运算和推理的工具,还是表达和交流的语言。数学承载的思想和文化,是人类文明的重要组成部分。

把数学认定为一种语言,是表述数学抽象性、逻辑性和现实性最为清晰简洁的路径。数学语言由数学的基本概念、符号表达、运算规则、形式逻辑、模型构建等基本元素组成,与日常生活中所使用的语言一样,人们可以借助这样的语言进行思维、表达和交流,也可以借助这样的语言认识、理解和反映现实世界。由此,就能顺理成章、恰到好处地引出“三会”所表达的数学核心素养。

事实上,对数学这样的理解是从伽利略(Galileo Galilei)和牛顿(Isaac Newton)那个时代开始的。作为科学家的伽利略曾经感慨:“哲学被写在展现于我们眼前的伟大之书上,这里我指的是宇宙。但是,如果我们不首先学会用来书写它的语言和符号,我们就无法理解它。这本书是以数学语言写的,它的符号就是三角形、圆形和其他几何图形,没有这些符号的帮助,我们简直无法理解它的片言只语;没有这些符号,我们只能在黑暗的迷宫中徒劳地摸索”^[4]。基于这样的认识,伽利略成为第一位用数学语言讲述现实自然界故事的人,他用数学的方程式表达了自由落体的变化规律,后来人们称这个方程式为重力加速度模型。从这个模型开始,伽利略给出了一个认识世界的全新方法,就是用数学语言表达探究自然界的规律,用观察、试验或实验的结论验证表达的规

^① 这里所说的数学模型包括用于数据分析的统计模型。

律。伽利略的研究方法引领了近代物理学甚至整个近代科学的发展。正如爱因斯坦(Albert Einstein)对其的评价:“由于伽利略看到了这一点,尤其是由于他向科学界谆谆不倦地教导这一点,他才成为近代物理学之父,事实上,也成为整个近代科学之父。”^[5]

三、实施基于核心素养的数学教育

基于核心素养的数学教育,在关注数学内容教育的同时,还要关注数学内容所蕴含的核心素养。换句话说,基于数学教育所希望培养的核心素养,教育者需要重新审视教学内容、构建内容框架、设计教学方案和实施教学活动。比如:义务教育阶段的数学教育,就必须关注数学的抽象性,特别要关注数量与数量关系、图形与图形关系的抽象。根据进阶原则,小学阶段要引导学生经历数学抽象的过程,也就是经历舍弃物理背景得到“数”和图形的过程,从而使学生逐渐形成符号意识和空间观念,获得几何直观、数感和量感;初中阶段要引导学生经历更高层次数学抽象的过程,也就是经历用字母表示数和代数运算的过程,从而使学生逐渐形成抽象能力和空间想象力,拓展几何直观。应当注意的是,我国基础教育阶段的数学教育,一直没有强调抽象能力的培养,传统的数学“三大能力”是指运算能力、逻辑思维能力 and 空间想象力,这些是分析问题和解决问题应具备的能力。如果希望培养创新型人才,那么许多数学问题就要从源头开始思考,甚至需要研究者自己提取和表达研究对象,发现和验证研究对象的性质、关系及规律。这些都依赖研究者的抽象能力。因此,2011年版义务教育数学课程标准特别强调数学的基本思想,而数学基本思想可以归结为三个核心要素,其中一个要素就是抽象。设计与逻辑性和现实性有关的,或者与核心素养有关的数学教学,教师可以用抽象的方法,此处不再累述。

为了便于实施基于核心素养的教学,在数

学抽象的基础上,还需要强调数学的抽象结构。所谓“抽象结构”,用现在流行的表述方式,可以表示为“研究对象+”的形式,其中“+”的内容可以是性质、关系,也可以是运算^①。就是说,在数学教学过程中,单纯研究对象的教学是不全面的,应同时表达“+”的那些内容。关于这一点,希尔伯特(Hilbert)说得非常形象:“欧几里得关于点、线、面的定义在数学上是不重要的,它们之所以成为讨论的中心,仅仅是因为公理述说了它们之间的关系。换句话说,无论把它们称为点、线、面,还是把它们称为桌子、椅子、啤酒瓶,最终推理得到的结论都是一样的。”^[6]

正是基于这样的思想,小学阶段“数与代数”领域,把传统的“数的认识”“数的运算”“常见的量”“探索规律”“式与方程”“正比例、反比例”六个主题整合为“数与运算”“数量关系”两个主题。小学阶段“图形与几何”领域,把传统的“图形的认识”“测量”“图形的运动”“图形与位置”四个主题整合为“图形的认识与测量”“图形的位置与运动”两个主题。另外,把“数的认识”“数的运算”两个主题整合为“数与运算”一个主题,基本上就是采用了“研究对象+”的原则。因此,在课程标准实施的过程中,以及教材编写和教学活动中,都应当注意将数学概念的教学与“+”的内容融为一体,这样的教学才有利于突出数学本质,才有利于学生形成和发展核心素养。

针对过去义务教育阶段数学课程不重视代数推理的现象,2022年版数学课程标准明确提出“增加代数推理,加强几何直观”的主张,这与2017年版普通高中数学课程标准保持一致,体现了通过几何建立直观、通过代数予以表达的现代数学的基本特征。

总之,义务教育阶段的数学教育,要关注学生现实生活的需要,更要关注学生未来发展的可能性;要关注学生知识技能的掌握,更要

^① 这里所想表达的内容是丰富多彩的:性质可以包括公理体系的诸公理,如算术公理体系、集合论公理体系等,所涉及的就是这样的抽象结构;关系可以包括满足若干条件的二元关系,如有序空间、距离空间等,所涉及的就是这样的抽象结构;运算可以被限制满足某些运算律,如抽象代数涉及的就是这样的抽象结构。

关注学生思维能力的提升;要关注学生数学知识的进阶,更要关注学生核心素养的发展。基于这样的考量,义务教育阶段数学课程的总目标,就可以用“三会”所表述的核心素养统领“四基”“四能”和“情感态度价值观”,这不仅继承了我国数学教育的传统特色与合理内核,还体现了与时俱进的发展理念。

参考文献:

[1] 中华人民共和国中央人民政府.教育部印发《义务教育课程方案和课程标准(2022年版)》的通知[EB/OL].(2022-04-21)[2022-04-27]. <http://www.gov.cn/xinwen/2022-04/>

21/content_5686531.htm.
[2] 中华人民共和国教育部.教育部关于全面深化课程改革落实立德树人根本任务的意见[EB/OL].(2014-04-08)[2022-04-27]. http://www.moe.gov.cn/srcsite/A26/jcj_kcjcgh/201404/t20140408_167226.html.
[3] 中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准:2017年版[M].北京:人民教育出版社,2018.
[4] 爱德文·阿瑟·伯特.近代物理科学的形而上学基础[M].徐向东,译.北京:北京大学出版社,2003:56.
[5] 爱因斯坦.爱因斯坦文集:第1卷[M].许良英,范岱年,译.北京:商务印书馆,1976:313.
[6] 康斯坦丝·瑞德.希尔伯特——数学世界的亚历山大[M].袁向东,李文林,译.上海:上海科学技术出版社,2001:90.

The Revision of *Mathematics Curriculum Standards for Compulsory Education* (2022 Edition) and Key Competencies

SHI Ningzhong

(School of Mathematics and Statistics, Northeast Normal University, Changchun 130024, China)

Abstract: In the newly issued mathematics curriculum standards for compulsory education (2022), the “three use” was taken as the guiding principle for cultivating students’ key competencies in mathematics. This kind of strategy embodies three basic characteristics of key competencies: consistency of connotation, stage of expression and integrity of expression. The key competencies — oriented mathematics education should use the expression of “three use” to guide the “four basics” and “four abilities” of the curriculum standard. The new mathematics curriculum standards for compulsory education not only inherits the traditional characteristics and reasonable core of mathematics education in China, but also embodies the development concept of advancing with the times.

Key words: mathematics education; mathematics curriculum standard; three use; key competencies

责任编辑 邱香华