

儿童数感量表的编制^①

霍雨佳, 郭 成

西南大学 心理学部/心理健康与社会适应实验室, 重庆 400715

摘要: 采用探索性因素分析和验证性因素分析相结合的方法, 构建了儿童数感的理论维度, 编制了儿童数感评定量表, 研究结果表明: 数感是由数及其关系的知觉、运算结果合理性的评价、运算与估计的策略、数学问题结果的判断 4 个维度构成; 儿童数感评定量表具有较高信效度, 可以作为儿童数感的测评工具。

关键词: 儿童; 数感; 理论模型; 因素分析

中图分类号: B844

文献标志码: A

文章编号: 1673-9868(2015)04-0088-05

数感是义务教育《数学课程标准》中提出的十个核心概念之一, 并且位居十个核心概念的首位^[1]。数感不仅是学生学习的重要内容, 而且还是形成和发展其它数学能力的基础^[2], 数感水平高的学生, 其数学学业水平往往更高, 对数学学习的信心和兴趣也相对较高; 而数感水平较低的学生, 在面对数学问题时, 往往缺乏信心和判断力, 其在数学学习当中所遇到的问题也更加突出。因此, 编制符合心理测量学标准的儿童数感评定量表, 探索儿童数感的发展特点和规律, 对于儿童数学素养的提高有着重要意义。目前关于数感的评估手段和测量工具还十分欠缺, 已有的一些测量工具大多针对幼儿和小学高年级的学生, 针对儿童的数感评定量表非常少见。因此, 构建儿童数感结构模型、编制儿童数感评定量表是本研究所要解决的问题。

1 研究方法

1.1 数感及其维度界定

关于数感概念的定义, 不同学者因认识的角度和侧重点不同, 对其含义界定也不相同。有的把数感界定为一种能力, 如 Dantzig^[3]认为数感是对集合数量变化的辨识能力; 有的把数感看作是内隐的、非结构性的关于数及其运算等方面的程序性知识^[4]。但是, 目前这些界定都没有阐明数感的心理内涵和要素。本研究从认知加工的视角, 对数感的内在心理特征进行界定, 认为数感就是人在对数字及其关系知觉的基础上, 对结果做出的一种快速而确定的判断。

在对我国中小学数学教师数感结构所做的内隐观研究方面, 本研究^[5]认为数感结构存在多维性。内容结构上, 主要涉及数及其数关系、运算结果合理性、运算策略的使用、对具体情境中数学问题的处理等。本研究在对已有数感结构成分理论进行梳理的基础上, 结合专家访谈的结果, 从个体对数字及其运算结果的知觉、判断和评价这一心理内涵角度构建数感的结构模型。数感的理论模型包括数字及其关系的知觉、运算结果合理性的评价、运算与估计的策略、数学问题结果的判断 4 个要素。其中数字及其关系的知觉主要

① 收稿日期: 2014-04-03

基金项目: 重庆市自然科学基金(CSTC2011BB0010)。

作者简介: 霍雨佳(1984-), 男, 山西太原人, 博士研究生, 主要从事教育心理学的研究。

通信作者: 郭 成, 教授, 博士研究生导师。

指对数字及关系的感知和觉察^[6]. 运算结果合理性的评价指通过对已有的几个运算结果的比较, 给出最有可能的运算结果. 运算策略主要包括基准数、参考点等运算中常用的策略. 数学问题结果的判断指在对具体情境中数量关系知觉的基础之上, 能对问题结果做出整体判断^[7].

1.2 量表项目的编写

根据数感的定义, 参照我国小学数学课程标准和小学数学教材的内容, 初编测验题目 60 个, 题目类型均为选择题, 计分方法为 0~1 二元计分, 每题答对得 1 分, 答错得 0 分. 经小范围的预试, 删去 5 个题意不明、理解有歧义的题目.

1.3 研究对象

被试的抽取采用整群随机抽样的方法进行, 共计发放量表 1 800 份, 回收问卷 1 683 份, 回收率为 93.50%; 剔除重要个人信息缺失的问卷 32 份, 得到有效问卷 1 651 份, 有效率为 91.72%. 被试主要来自重庆、四川和山西普通小学的学生, 男孩 817 名, 女孩 834 名, 平均年龄 9.42 岁. 一年级至六年级的有效量数分别为 248,276,312,297,253,265 份, 根据研究需要, 对 1 651 份有效问卷进行编号, 并按单双号随机分成 2 组(一组 826 名, 另一组 825 名), 分别用于探索性因素分析和验证性因素分析.

1.4 数据统计与分析

使用 spss 19.0 和 AMOS 20.0 进行统计分析.

2 结果与分析

2.1 项目分析

首先, 采用分组法测得题目的平均难度为 0.58, 符合量表编制中对项目难度的要求; 其次, 计算各题目的区分度, 删去了鉴别指数偏小($D<0.3$)的 3 道题目; 最后, 采用相关法计算项目得分与测验总分的相关系数, 删去题总相关系数小于 0.3 的题目 3 个.

2.2 探索性因素分析

对变量的相关系数矩阵进行检验发现, 变量 KMO 统计量值为 0.957, Bartlett 球形检验 χ^2 统计量值为 2 369.48, 且对应的 p 值小于 0.01, 表明变量适合做因素分析. 采用主成分法提取公因子, 得到特征根大于 1 的因子 6 个, 前 4 个公因子的累计方差贡献率为 87.483%, 确定提取 4 个因子. 采用方差最大变异法对因子载荷矩阵进行正交旋转, 使各因子的方差达到最大, 同时, 对各题目进行删选, 删除因子载荷小于 0.4 的题目 11 个, 删除共同度小于 0.4 的题目 9 个, 删除在多个公共因子上载荷接近的题目 7 个, 最后保留 22 个题目组成正式的量表, 各题目旋转后的因子载荷见表 1.

表 1 儿童数感评定量表探索性因素分析表

题 号	成 分				题 号	成 分			
	因素 1	因素 2	因素 3	因素 4		因素 1	因素 2	因素 3	因素 4
ns23	0.82				ns57			0.74	
ns15	0.70				ns43			0.65	
ns19	0.67				ns39			0.63	
ns27	0.61				ns47			0.58	
ns9	0.58				ns51			0.56	
ns4	0.53				ns60				0.71
ns41		0.75			ns28				0.68
ns34		0.71			ns53				0.62
ns37		0.64			ns16				0.60
ns29		0.59			ns49				0.57
ns13		0.55			ns55				0.54

第一个因素共包括 6 个题目, 各题项内容主要涉及数及其关系的感知和觉察, 命名为“数及其关系的知

觉”, 以下记为“FAC1”; 第二个因素共包括 5 个题目, 内容主要涉及运算结果范围的估计以及对不同运算结果合理性的判断, 命名为“运算结果合理性的评价”, 以下记为“FAC2”; 第三个因素共包括 5 个题目, 内容均为参考点和基准数等运算和估计策略的使用, 命名为“运算与估计的策略”, 以下记为“FAC3”; 第四个因素共包括 6 个题目, 内容主要涉及现实情境中, 对数学问题结果的判断, 命名为“现实情境中数学问题结果的判断”, 以下记为“FAC4”。

2.3 验证性因素分析

采用结构方程模型对儿童数感 4 因素结构模型进行验证性因素分析, 以检验所构建的理论模型与实际数据之间的拟合程度. 根据探索性因素分析的结果, 设置 1 个潜变量, 即儿童数感, 该潜变量对应的观测变量为 4 个, 即儿童数感的 4 个因子, 据此构成样本的协方差矩阵, 作为模型检验的基础. 经参数估计和模型修正后, 对所得模型进行适配度的检验, 得到模型的各项拟合指数见表 2.

表 2 数感结构模型拟合指数表

模型	χ^2	df	$\frac{\chi^2}{df}$	RMSEA	NNFI	CFI
当前模型	1105.75	205	2.416	0.047	0.928	0.936

由表 2 可知, 模型各项拟合指数均达到验证性因素分析所要求的标准, 表明数感结构模型与样本数据的拟合程度较高, 模型的设置是合理的, 即数感是由 4 个因子组成的多维模型. 这与本研究假设一致, 即验证了数感的多维结构, 证明了儿童数感多维特性的假设.

2.4 信度分析

采用分半信度和内部一致性信度对量表的信度进行分析. 量表各因子的 Cronbach α 系数在 0.835~0.906 之间, 整个量表的 α 系数为 0.918, 分半信度为 0.926, 表明量表内部各题目之间的一致性程度较高, 所得到的测量结果稳定可靠.

2.5 效度分析

1) 内容效度. 采用逻辑分析法对量表的内容效度进行估计. 请数学教育领域的 9 位专家对量表的题目进行分析, 经专家评定, 量表中各题目所测内容与所要测量的目标内容之间的匹配程度较高, 量表题目恰当地代表了所测量的内容领域, 量表的内容效度达到了可接受的水平.

2) 结构效度. 采用相关矩阵法估计量表的结构效度, 量表各维度之间以及各维度与量表总分之间的相关系数矩阵如表 3 所示.

表 3 各维度之间以及各维度与量表总分之间的相关矩阵

	FAC1	FAC2	FAC3	FAC4
FAC2	0.374**			
FAC3	0.256**	0.197***		
FAC4	0.418***	0.362**	0.385**	
量表总分	0.783**	0.694**	0.762***	0.681**

注: * $p<0.05$; ** $p<0.01$; *** $p<0.001$.

由表 3 可知, 本量表各相关性系数在 0.01 水平上, 差异具有统计学意义, 表明量表各维度之间具有一定的独立性, 量表总分在一定程度上反映了所要测量的理论结构, 说明本量表具有较高的结构效度.

3) 效标效度. 采用相关分析法对量表的效标效度进行估计, 所选用的效标主要有: ① Jordan^[8]编制的数感简量表 (Number Sense Brief Scale, NSBS), 该量表共 33 个题目, 其内部一致性系数为 0.84, 分半信度为 0.86. ② Yang^[9]编制的多因素数感量表 (Multi-Factor Number Sense Scale, MNSS), 该量表共包含 20 个题目, 其内部一致性系数为 0.853, 重测信度为 0.851. ③ 司继伟^[10]编制的数感水平量表 (Levels of Number Sense Scale, LNSS), 该量表共包含 31 个题目, 其内部一致性系数为 0.84, 重测信度为 0.67. 本量表与各效标之间的相关系数如表 4 所示.

表 4 儿童数感评定量表与效标量表的相关分析表

	FAC1	FAC2	FAC3	FAC4	量表总分
NSBS	0.463***	0.295**	0.531***	0.362**	0.486**
MNSS	0.517**	0.564***	0.195**	0.341**	0.573**
LNSS	0.607**	0.306**	0.238**	0.462**	0.536**

注：* $p<0.05$ ；** $p<0.01$ ；*** $p<0.001$ 。

由表 4 可知，本量表各相关性系数在 0.01 水平上，差异有统计学意义，表明本量表与作为效标的各量表之间的相关联程度较高，说明本量表具有较高的效标效度。

3 讨 论

3.1 儿童数感结构的因素构成

本研究在对已有数感结构成分理论进行文献分析的基础上，结合专家访谈的结果，对数感结构的因素构成进行理论建构，并通过探索性因素分析，得到数感结构中包含数字及其关系的知觉、运算结果合理性的评价、运算与估计的策略和数学问题结果的判断 4 个因子，表明所提出的数感结构的因素构成得到了来自实证数据的支持和验证，从实践层面证实了数感 4 因素结构的合理性。同时，数感 4 因素结构也得到了已有研究成果的部分支持，例如，McIntosh 和 Reys^[11]把数感分为数关系的感知、运算结果的估计和现实情境中问题结果的判断 3 个要素；在 Yang 和 Li^[12]编制的数感测验量表中，把数感分为把握数的相对大小关系、数字规律的觉察、估计策略的使用、结果合理性的解释 4 个成分。因此，数感 4 因素结构即是对已有各种研究成果的提炼和整合，同时，得到来自实证数据的支持和验证。

3.2 儿童数感结构模型的合理性

本研究根据已有儿童数感的相关理论观点，在文献分析和访谈调查的基础之上提出了儿童数感的理论模型假设，编制了测验量表，通过对测试数据资料的探索性因素分析，初步建立了与构想基本一致的，即包含数及其关系的知觉、运算结果合理性的评价、运算与估计的策略、数学问题结果的判断 4 个独立因子的数感结构。采用验证性因素分析方法，对结构模型的参数进行估计，发现各项指标都达到了可接受水平，表明建构的儿童数感结构模型与实际数据之间的匹配程度较高，表明儿童数感结构模型是合理的。数学教学应符合学生数学认知的特点^[13]，数感结构模型的建立为数感的教学提供了理论基础。

3.3 量表的心理测量指标与适用性

采用多种方法对量表的信效度进行了考察。首先，运用分半信度和内部一致性信度的估计方法对量表的信度进行了分析，结果发现，量表的分半信度系数为 0.926，整个量表的 Cronbach α 系数为 0.918，表明量表内部各题目之间的一致性程度较高，所得到的测量结果稳定可靠；其次，采用相关分析法对量表的效标效度进行估计，结果发现，本量表与 3 个效标之间的相关均达到 0.01，差异具有统计学意义，表明本量表具有较高的效标效度；最后，采用结构方程模型的方法对数感结构模型进行验证性因素分析，结果发现模型的各项拟合指数均达到了可以接受的水平，表明理论模型与实际数据之间的匹配和一致性程度较高，进而证明量表具有较高的结构效度。

4 结 论

- 1) 儿童数感主要包含数及其关系的知觉、运算结果合理性的评价、运算与估计的策略、数学问题结果的判断 4 个维度。
- 2) 儿童数感评定量表具有良好的信效度指标，符合心理测量学标准，可以作为评定儿童数感的有效测量工具。

参考文献:

- [1] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2011年版) [M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2012: 5—9.
- [2] DEHAENE S. The Number Sense: How the Mind Create Mathematics [M]. New York: Oxford University Press, 1997: 8—9.
- [3] DANTZIG T. Number: The Language of Science [M]. New York: MacMillan, 1954: 4—5.
- [4] BERCH D B. Making Sense of Number Sense: Implications for Children with Mathematical Disabilities [J]. Journal of Learning Disabilities, 2005, 38(4): 333—339.
- [5] 邵景进, 姚 雪, 张庆华. 中小学数学教师数感内隐观的调查研究 [J]. 心理学探新, 2009, 29(5): 62—65.
- [6] 潘 运, 白学军. 视觉空间注意定向对数学学优生与学困生数字加工 SNARC 效应的影响 [J]. 西南大学学报: 自然科学版, 2013, 35(8): 165—170.
- [7] 夏晓刚, 吕传汉, 汪秉彝. 基于提出问题的数学教学实验研究 [J]. 西南大学学报: 自然科学版, 2008, 30(2): 155—160.
- [8] JORDAN N C, GLUTTING J, RAMINENI C. The Importance of Number Sense to Mathematics Achievement in First and Third Grades [J]. Learning and Individual Differences, 2010, 20(2): 82—88.
- [9] YANG Der-ching, WU Wan-ru. The Study of Number Sense: Realistic Activities Integrated Into Third-Grade Math Classes in Taiwan [J]. Journal of Educational Research, 2010, 103(6): 379—392.
- [10] 司继伟, 孙 燕, 李艳霞. 小学高年级数感量表的初步编制 [J]. 山东师范大学学报: 人文社科版, 2010, 55(5): 106—111.
- [11] MCINTOSH A, REYS B J, REYS R E. A Proposed Framework for Examining Basic Number Sense [J]. For the Learning of Mathematics, 1992, 12(3): 2—8.
- [12] YANG Der-ching, LI Mao-neng. An Investigation of Third Grade Taiwanese Students' Performance in Number Sense [J]. Educational Studies, 2008, 34(5): 443—455.
- [13] 朱海霞, 朱德全. 基于问题的数学课堂教学评价标准 [J]. 西南大学学报: 自然科学版, 2007, 29(8): 168—171.

The Compiling of a Children's Number Sense Inventory

HUO Yu-jia, GUO Cheng

Laboratory of Mental Health and Social Adaptation in Faculty of Psychology, Southwest University, Chongqing 400715, China

Abstract: A children's number sense inventory is compiled and the theoretical dimensions for children's number sense are investigated in this study, using exploratory factor analysis in combination with confirmatory factor analysis. The findings show that number sense is a structure model composed of four basic components, i. e. perception of the numbers and their relationship, evaluation of the reasonableness of the calculation result, calculation and estimation strategy and determination of the results of the mathematical problems. The children's number sense inventory reported in this paper has considerably high reliability and validity and is, therefore, recommended to be used as an assessment tool of children's number sense.

Key words: child; number sense; theoretical model; factor analysis

