

DOI: 10.13718/j.cnki.xdzk.2015.07.015

带有离散滞后时滞和非线性脉冲效应的 模糊细胞神经网络的指数同步^①

蒲浩¹, 蒋海军², 刘衍民¹, 张转周¹

1. 遵义师范学院 数学与计算科学学院, 遵义市 563002; 2. 新疆大学 数学与系统科学学院, 乌鲁木齐 830046

摘要: 研究了具有离散滞后时滞和非线性脉冲效应的模糊细胞神经网络的指数同步, 通过 Lyapunov 函数方法和不等式方法, 利用 p -范数得到了新的指数同步的充分条件, 最后举例说明结论是有效的.

关键词: 模糊细胞神经网络; 非线性脉冲; 离散滞后时滞; p -范数

中图分类号: O175.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-9868(2015)07-0102-09

近年来, 由于细胞神经网络同步理论在很多领域有着广泛的应用, 比如通信安全、非线性激光系统、映像过程、联想记忆、人工智能系统等等, 因此细胞神经网络同步问题在理论和实践应用两个方面得到了许多学者的关注和研究^[1-6].

然而, 用数学模型描述实际问题会遇到一些不可避免的问题, 如不确定性和模糊性. 为了解决模型中的模糊性, 文献[7-8]引入了解决模糊性问题的模糊理论. 神经网络中信号在不同的神经元之间的转换速度和扩散传递速度是有限的, 为此在模型中要考虑信号的转换时滞和滞后时滞^[9-11]. 由于信号在神经元之间的传递速度是有限的, 信号的传输会导致滞后时滞. 过去的研究通常把信号的滞后时滞考虑为相同的常数^[9-11]. 然而实际情况并非如此, 与信号发出者距离不同的信号接收者收到信号时的滞后时滞是不同的. 为此应该把常数滞后时滞考虑为离散时滞 β_i 或者考虑为函数. 本文中把滞后时滞考虑为离散的常数. 在实际问题中, 信号传递过程容易受到外界的干扰, 出现脉冲现象. 脉冲会影响系统的稳定性或者系统间的同步, 对这一问题学者进行了广泛研究. 在本文中考虑的脉冲是非线性的函数, 和线性脉冲相比较非线性脉冲函数能更全面地描述问题.

1 模型和预备知识

考虑如下的具有非线性脉冲效应的模糊细胞神经网络

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = -c_i x_i(t) + \sum_{j=1}^n a_{ij} f_j(x_j(t)) + \sum_{j=1}^n b_{ij} v_j + u_i + \\ \quad \bigwedge_{j=1}^n \alpha_{ij} f_j(x_j(t - \tau_j(t))) + \bigwedge_{j=1}^n T_{ij} v_j + \bigvee_{j=1}^n \beta_{ij} f_j(x_j(t - \tau_j(t))) + \\ \quad \bigvee_{j=1}^n S_{ij} v_j, t \neq t_k, i \in I, k \in \mathbb{Z}_+ \\ x_i(t_k^+) = p_{ik}(x(t_k)), t = t_k, i \in I, k \in \mathbb{Z}_+ \end{cases} \quad (1)$$

① 收稿日期: 2014-10-16
基金项目: 国家自然科学基金(71461027); 贵州省科技厅联合基金(黔科合 LH 字[2015]7005 号).
作者简介: 蒲浩(1986-), 男, 甘肃天水市人, 硕士, 助教, 主要从事神经网络同步以及复杂网络同步的研究.

其中: $i \in I = \{1, 2, \dots, n\}$, n 指的是神经网络中有 n 个神经原单位; $x_i(t)$ 表示 t 时刻第 i 个神经原的变量; $c_i > 0$ 表示当断开外部输入和其它细胞的联系时, 第 i 个细胞回到静止状态的电势的速度; v_i 表示对第 i 个神经原的外部输入; $\alpha_{ij}, \beta_{ij}, T_{ij}$ 和 S_{ij} 分别表示模糊最小反馈元素、模糊最大反馈元素、模糊向后反馈最小板元素, 模糊向后反馈最大板元素; a_{ij} 和 b_{ij} 分别是反馈元素和自由前馈元素; u_i 指代对 i 个神经原的偏斜外部输入; $f_j(\cdot)$ 表示对 j 个神经原的激活函数; $\wedge, \vee$ 分别表示模糊“与”、模糊“或”算子; $0 \leq \tau_j(t) \leq \tau$ 表示 t 时刻不同的神经元之间信号的转换时滞; 离散集满足 $\{t_k \mid k = 1, 2, \dots, 0 \leq t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_k \dots\}$; 当 $k \rightarrow +\infty$ 时, $t_k \rightarrow +\infty$; $x(t_k^+) = \lim_{t \rightarrow t_k^+} x(t_k)$ 和 $x(t_k^-) = x(t_k)$; $p_{ik}(x) = p_{ik}(x_1, x_2, \dots, x_n) \in [\mathbb{R}^n, \mathbb{R}]$ 表示 t_k 时刻第 i 个单元的非线性脉冲扰动函数.

对应于系统(1)的初值条件为

$$x_i(s) = \phi_i(s), s \in [-\tau, 0], i \in I$$

其中 $\phi(s) = (\phi_1(s), \phi_2(s), \dots, \phi_n(s))^T \in C = ([-\tau, 0], \mathbb{R}^n)$ 指的是把点集 $[-\tau, 0]$ 映射到 $\mathbb{R}^n$ 上的所有连续函数, 组成的一个具有 p -范数的 Banach 空间 ($p \geq 1$ 是一个正整数), 其 p -范数在本文中定义形式为

$$\|\phi\|_p = \left[\sup_{s \in [-\tau, 0]} \sum_{i=1}^n |\phi_i(s)|^p \right]^{\frac{1}{p}} \quad (2)$$

对于系统(1), 根据文献[8]假设(H₁) 存在实数 $\underline{F}_j$ 和正实数 $\overline{F}_j$ 使得

$$\underline{F}_j \leq \frac{f_j(u) - f_j(v)}{u - v} \leq \overline{F}_j \quad (3)$$

对所有的 $u, v \in \mathbb{R}, u \neq v$ 和 $j \in I$ 都成立.

定义

$$L_i = \max\{|\overline{F}_i|, |\underline{F}_i|\}$$

定义

$$H_i = \begin{cases} a_{ii}\overline{F}_i & a_{ii} \geq 0 \\ a_{ii}\underline{F}_i & a_{ii} \leq 0 \end{cases}$$

把系统(1)作为主驱动系统. 为了同步, 引入如下的从系统

$$\begin{cases} \dot{y}_i(t) = -c_i y_i(t) + \sum_{j=1}^n a_{ij} f_j(y_j(t)) + \sum_{j=1}^n b_{ij} v_j + u_i + \\ \bigwedge_{j=1}^n \alpha_{ij} f_j(y_j(t - \tau_j(t))) + \bigwedge_{j=1}^n T_{ij} v_j + \bigvee_{j=1}^n \beta_{ij} f_j(y_j(t - \tau_j(t))) + \\ \bigvee_{j=1}^n S_{ij} v_j - K_i(t), t \neq t_k, i \in I, k \in \mathbb{Z}_+ \\ y_i(t_k^+) = p_{ik}(y(t_k) - \beta_i), t = t_k, i \in I, k \in \mathbb{Z}_+ \end{cases} \quad (4)$$

其中 $K_i(t)$ 表示的是如下的外部输入控制

$$K_i(t) = \sum_{j=1}^n k_{ij}(x_j(t) - y_j(t - \beta_i)) \quad (5)$$

常数 $k_{ij} (i \in I)$ 表示控制收益, β_i 是一个常数且 $\beta_i > 0$.

响应系统(4)的初值条件是

$$y_i(s) = \varphi_i(s), s \in [-\tau, 0], i \in I \quad (6)$$

其中 $\varphi(s) = (\varphi_1(s), \varphi_2(s), \dots, \varphi_n(s))^T \in C([- \tau, 0], \mathbb{R}^n)$.

定义同步误差为

$$e_i(t) = x_i(t) - y_i(t - \beta_i) (i \in I)$$

其中 β_i 是离散的滞后时滞且 $\beta_i > 0$.

由系统(1) 和系统(4), 我们可以得到如下的误差系统

$$\begin{cases} \dot{e}_i(t) = -c_i e_i(t) + \sum_{j=1}^n a_{ij} (f_j(x_j(t)) - f_j(y_j(t - \beta_i))) + \bigwedge_{j=1}^n \alpha_{ij} f_j(x_j(t - \tau_j(t))) - \\ \bigwedge_{j=1}^n \alpha_{ij} f_j(y_j(t - \tau_j(t) - \beta_i)) + \bigvee_{j=1}^n \beta_{ij} f_j(x_j(t - \tau_j(t))) - \\ \bigvee_{j=1}^n \beta_{ij} f_j(y_j(t - \tau_j(t) - \beta_i)) + \sum_{j=1}^n k_{ij} e_j(t), t \neq t_k, i \in I, k \in \mathbb{Z}_+ \\ e_i(t_k^+) = p_{ik}(x(t_k)) - p_{ik}(y(t_k - \beta_i)), t = t_k, i \in I, k \in \mathbb{Z}_+ \end{cases} \quad (7)$$

定义 1 如果存在常数 $M \geq 1$ 和 $\mu p - \alpha > 0$ 使得

$$\| \mathbf{x}(t) - \mathbf{y}(t - \beta_i) \| \leq M \| \boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{\varphi} \| \exp[-t(\mu p - \alpha)] \quad (8)$$

对 $t \geq 0$ 成立, 就称驱动系统(1) 和响应系统(4) 是全球指数同步的, 其中范数定义为

$$\| x(t) - y(t) \|_p = \left(\sum_{i=1}^n |x_i(t) - y_i(t)|^p \right)^{\frac{1}{p}}$$

$$\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))^T$$

$$\mathbf{y}(t) = (y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t))^T$$

是满足初值条件 $\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\varphi} \in C[-\tau, 0], \mathbb{R}^n$ 的驱动系统(1) 和响应系统(4) 的解.

为了得到文章的主要结论, 给出几个引理.

2 辅助引理

引理 1^[10] 对任意的 $\alpha_{ij}, \beta_{ij} \in \mathbb{R}$ 和 $i, j \in I$ 下面的不等式成立

$$\left| \bigwedge_{j=1}^n \alpha_{ij} f_j(x_j(t)) - \bigwedge_{j=1}^n \alpha_{ij} f_j(y_j(t)) \right| \leq \sum_{j=1}^n |\alpha_{ij}| |f_j(x_j(t)) - f_j(y_j(t))|$$

$$\left| \bigvee_{j=1}^n \beta_{ij} f_j(x_j(t)) - \bigvee_{j=1}^n \beta_{ij} f_j(y_j(t)) \right| \leq \sum_{j=1}^n |\beta_{ij}| |f_j(x_j(t)) - f_j(y_j(t))|$$

引理 2^[11] 对任意的非负实数 a 和 b , 下面的不等式

$$na^{n-1}b \leq (n-1)a^n + b^n, n \in \mathbb{Z}_+ \quad (9)$$

成立.

为了后面主要结论证明的需要, 由引理(2) 经过计算可知

$$\frac{1}{p} [p |e_i(t)|^{p-1} |a_{ij}| L_j |e_j(t)|] \leq \frac{1}{p} [(p-1) |e_i(t)|^p + |a_{ij}|^p L_j^p |e_j(t)|^p] \quad (10)$$

$$\frac{1}{p} [p |e_i(t)|^{p-1} L_j (|\alpha_{ij}| + |\beta_{ij}|) |e_j(t - \tau_j(t))|] \leq \quad (11)$$

$$\frac{1}{p} [(p-1) |e_i(t)|^p + L_j^p |e_j(t - \tau_j(t))|^p (|\alpha_{ij}| + |\beta_{ij}|)^p]$$

$$\frac{1}{p} [p |e_i(t)|^{p-1} |k_{ij}| |e_j(t)|] \leq \frac{1}{p} [(p-1) |e_i(t)|^p + |k_{ij}|^p |e_j(t)|^p] \quad (12)$$

为了得到文章的主要结论, 给出下面几个假设

(H₂) $\dot{\tau}_j(t) \leq \tau < 1$ 对所有的 $t \geq 0$ 成立, 其中 τ 是一个常数

(H₃)^[11] 存在非负矩阵 $\mathbf{P}_k = (p_{ij}^k)_{n \times n}$ 使得

$$|p_{ik}(u_1, u_2, \dots, u_n) - p_{ik}(v_1, v_2, \dots, v_n)|^p \leq \sum_{j=1}^n p_{ij}^k |u_j - v_j|^p \quad (13)$$

对任意的 $(u_1, u_2, \dots, u_n) \in \mathbb{R}^n$, $(v_1, v_2, \dots, v_n) \in \mathbb{R}^n$, $i \in I$ 和 $k \in \mathbb{Z}_+$ 成立.

(H₄) 存在一个常数 $\alpha \geq 0$ 使得

$$\frac{\ln \delta_k}{t_k - t_{k-1}} \leq \alpha \quad k \in \mathbb{Z}_+$$

成立, 其中

$$\delta_k = \max_{1 \leq i, j \leq n} \{1, \sum_{j=1}^n \{p_{ji}^k\}\}$$

3 主要结果

定理 1 如果假设(H₁) – (H₄) 都成立, 同时

$$\mu - c_i + H_i + k_{ii} + 3 - \frac{3}{p} + \sum_{j \neq i}^n \frac{1}{p} (|\alpha_{ji}|^p L_i^p + |k_{ji}|^p) + \frac{1}{p} \exp(\mu p \tau) \sum_{j=1}^n (|\alpha_{ji}| + |\beta_{ji}|)^p L_i^p < 0$$

则驱动系统(1) 和响应系统(4) 是全局指数同步的.

证 构造如下形式的 Lyapunov 函数

$$V(t) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{1-\tau} \left\{ \frac{1}{p} |e_i(t)|^p \exp(\mu p t) + \frac{1}{p} \sum_{j=1}^n (|\alpha_{ij}| + |\beta_{ij}|)^p L_j^p \int_{t-\tau_j(t)}^t |e_j(s)|^p \exp(\mu p (s+\tau)) ds \right\}$$

当 $t \neq t_k$ 时, 利用引理(1)、引理(2) 及假设(H₁), (H₂), 同时结合(7) 式和(9) – (11) 式, 对 $V(t)$ 关于 t 计算 Dini 右上导数, 可以得到下面的式子

$$\begin{aligned} D^+ V(t) &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{1-\tau} (\mu p \exp(\mu p t) \frac{1}{p} |e_i(t)|^p + p \frac{1}{p} \exp(\mu p t) \dot{e}_i(t) |e_i(t)|^{p-1} \operatorname{sgn} e_i(t)) + \\ &\quad \frac{1}{1-\tau} \frac{1}{p} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (|\alpha_{ij}| + |\beta_{ij}|)^p L_j^p (|e_j(t)|^p \exp(\mu p (t+\tau)) - \\ &\quad (1 - \dot{\tau}_j(t)) |e_j(t - \tau_j(t))|^p \exp(\mu p (t - \tau_j(t) + \tau))) = \\ &\quad \sum_{i=1}^n \frac{\mu}{1-\tau} \exp(\mu p t) |e_i(t)|^p + \sum_{i=1}^n \frac{1}{1-\tau} \exp(\mu p t) |e_i(t)|^{p-1} \operatorname{sgn} e_i(t) (-c_i e_i(t) + \\ &\quad \sum_{j=1}^n a_{ij} (f_j(x_j(t)) - f_j(y_j(t - \beta_i))) + \\ &\quad \bigwedge_{j=1}^n \alpha_{ij} (f_j(x_j(t - \tau_j(t))) - f_j(y_j(t - \tau_j(t) - \beta_i))) + \\ &\quad \bigvee_{j=1}^n \beta_{ij} (f_j(x_j(t - \tau_j(t))) - f_j(y_j(t - \tau_j(t) - \beta_i))) + \sum_{j=1}^n k_{ij} e_j(t)) + \\ &\quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{1}{1-\tau} \frac{1}{p} (|e_j(t)|^p \exp(\mu p (t+\tau)) (|\alpha_{ij}| + |\beta_{ij}|)^p L_j^p - \\ &\quad \frac{1}{1-\tau} \frac{1}{p} (1 - \dot{\tau}_j(t)) |e_j(t - \tau_j(t))|^p \exp(\mu p (t - \tau_j(t) + \tau)) (|\alpha_{ij}| + |\beta_{ij}|)^p L_j^p \leq \\ &\quad \sum_{i=1}^n \frac{1}{1-\tau} \exp(\mu p t) |e_i(t)|^p (\mu - c_i + H_i + k_{ii}) + \\ &\quad \sum_{i=1}^n \sum_{i \neq j}^n \frac{\exp(\mu p t)}{1-\tau} L_j |a_{ij}| |e_j(t)| |e_i(t)|^{p-1} + \\ &\quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\exp(\mu p t)}{1-\tau} L_j |e_i(t)|^{p-1} (|\alpha_{ij}| + |\beta_{ij}|) |e_j(t - \tau_j(t))| + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i}^n \frac{\exp(\mu p t)}{1-\tau} |e_i(t)|^{p-1} |k_{ij}| |e_j(t)| + \\
& \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{1}{p} \frac{(|\alpha_{ij}| + |\beta_{ij}|)^p L_j^p}{1-\tau} |e_j(t)|^p \exp(\mu p(t+\tau)) - \\
& \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{1}{p} \frac{(|\alpha_{ij}| + |\beta_{ij}|)^p L_j^p}{1-\tau} |e_j(t-\tau_j(t))|^p \exp(\mu p t) \leq \\
& \sum_{i=1}^n \frac{1}{1-\tau} |e_i(t)|^p \exp(\mu p t) (\mu - c_i + H_i + k_{ii}) + \\
& \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i}^n \frac{1}{1-\tau} \exp(\mu p t) [|e_i(t)|^p \left(3 - \frac{3}{p}\right) + \\
& \frac{1}{p} (|a_{ij}|^p L_j^p + |k_{ij}|^p) |e_j(t)|^p] + \\
& \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{1}{p} \frac{(|\alpha_{ij}| + |\beta_{ij}|)^p L_j^p}{1-\tau} |e_j(t-\tau_j(t))|^p \exp(\mu p t) + \\
& \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{1}{p} \frac{(|\alpha_{ij}| + |\beta_{ij}|)^p L_j^p}{1-\tau} |e_j(t)|^p \exp(\mu p(t+\tau)) - \\
& \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{1}{p} \frac{(|\alpha_{ij}| + |\beta_{ij}|)^p L_j^p}{1-\tau} |e_j(t-\tau_j(t))|^p \exp(\mu p t) = \\
& \sum_{i=1}^n \frac{\exp(\mu p t)}{1-\tau} |e_i(t)|^p (\mu - c_i + H_i + k_{ii} + 3 - \frac{3}{p}) + \\
& \sum_{j \neq i}^n \frac{1}{p} (|a_{ji}|^p L_i^p + |k_{ji}|^p) + \\
& \frac{1}{p} \exp(\mu p \tau) \sum_{j=1}^n (|\alpha_{ji}| + |\beta_{ji}|)^p L_i^p < 0
\end{aligned}$$

定义

$$u_i(t) = \exp(\mu p t) \frac{1}{1-\tau} |e_i(t)|^{p-1} \frac{1}{p} \quad i \in I \quad (14)$$

$$u(t) = \sum_{i=1}^n u_i(t) = \sum_{i=1}^n \frac{\exp(\mu p t)}{p(1-\tau)} |e_i(t)|^p \quad t \geq 0 \quad (15)$$

由上面的式子可得

$$u(t) \leq V(t) \leq V(t_{k-1}^+)$$

对于 $t \in (t_{k-1}, t_k]$, $k \in \mathbb{Z}_+$ 成立, 其中 $V(0) = V(0^+)$. 另一方面, 利用假设 (H_4) , 可得到下列结果,

$$\begin{aligned}
u(t_k^+) &= \sum_{i=1}^n \frac{\exp(\mu p t_k^+)}{p(1-\tau)} |e_i(t_k^+)|^p, \quad t \geq 0 = \\
& \sum_{i=1}^n \frac{\exp(\mu p t_k)}{p(1-\tau)} |p_{ik}(x(t_k)) - p_{ik}(y(t_k - \beta_i))|^p \leq \\
& \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\exp(\mu p t_k)}{p(1-\tau)} p_{ij}^k |e_j(t_k)|^p \leq \\
& \max_{1 \leq i, j \leq n} \{p_{ji}^k\} \sum_{i=1}^n \frac{\exp(\mu p t_k)}{p(1-\tau)} |e_i(t_k)|^p \leq \\
& \delta_k u(t_k)
\end{aligned}$$

当 $t = t_k^+$ 时

$$\begin{aligned}
V(t_k^+) &= u(t_k^+) + \frac{1}{p} \sum_{j=1}^n (|\alpha_{ij}| + |\beta_{ij}|)^p L_j^p \int_{t_k^+ - \tau(t_k^+)}^{t_k^+} |e_j(s)|^p \exp(\mu p(s + \tau)) ds \leq \\
&\delta_k u(t_k) + \delta_k \left(\frac{1}{p} \sum_{j=1}^n (|\alpha_{ij}| + |\beta_{ij}|)^p L_j^p \int_{t_k^+ - \tau(t_k^+)}^{t_k^+} |e_j(s)|^p \exp(\mu p(s + \tau)) ds \right) = \\
&\delta_k V(t_k)
\end{aligned} \tag{16}$$

由(15)–(16)式可得

$$u(t) \leq V(t) \leq V(t_{k-1}^+) \leq \delta_k V(t_{k-1}) \leq \delta_0 \delta_1 \delta_2 \cdots \delta_{k-1} V(0) \tag{17}$$

对任意的 $t \in (t_{k-1}, t_k]$, $k \in \mathbb{Z}_+$, 其中 $\delta_0 = 1$. 由假设(H₃)可知,

$$\delta_k \leq \exp(\alpha(t_k - t_{k-1})) \quad k \in \mathbb{Z}_+$$

由(17)式可得下列结果

$$u(t) \leq \exp(\alpha(t_1 - t_0)) \exp(\alpha(t_2 - t_1)) \cdots \exp(\alpha(t_{k-1} - t_{k-2})) V(0) = \exp(\alpha t) V(0)$$

对任意的 $t \in (t_{k-1}, t_k]$, $k \in \mathbb{Z}_+$ 成立.

当 $t = 0$ 时

$$\begin{aligned}
V(0) &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{1-\tau} \left\{ \frac{1}{p} |e_i(0)|^p + \frac{1}{p} \sum_{j=1}^n (|\alpha_{ij}| + |\beta_{ij}|)^p L_j^p \int_{-\tau}^0 |e_j(s)|^p \exp(\mu p(s + \tau)) ds \right\} \leq \\
&\sum_{i=1}^n \frac{1}{1-\tau} \frac{1}{p} |\phi_i(0) - \varphi_i(0)|^p + \frac{\exp(p\mu\tau)}{p(1-\tau)} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (|\alpha_{ij}| + \\
&|\beta_{ij}|)^p L_j^p \int_{-\tau}^0 \max_{-\tau \leq s \leq 0} |\phi_i(s) - \varphi_i(s)|^p \exp(\mu p s) ds \leq \\
&\sum_{i=1}^n \frac{1}{1-\tau} \frac{1}{p} |\phi_i(0) - \varphi_i(0)|^p + \frac{\exp(p\mu\tau)}{p(1-\tau)} \tau \\
&\max_{1 \leq i, j \leq n} \{ (|\alpha_{ij}| + |\beta_{ij}|)^p L_j^p \} \max_{-\tau \leq s \leq 0} |\phi_i(s) - \varphi_i(s)|^p \leq \\
&\left(\frac{1}{1-\tau} \frac{1}{p} + \frac{\exp(p\mu\tau)}{p(1-\tau)} \tau \max_{1 \leq i, j \leq n} \{ (|\alpha_{ij}| + |\beta_{ij}|)^p L_j^p \} \right) \|\phi - \varphi\|^p
\end{aligned} \tag{18}$$

由上面的(15), (17) 和(18)式可得

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^n |e_i(t)|^p &\leq \exp[-t(\mu p - \alpha)] V(0) p(1-\tau) \leq \\
&\exp[-t(\mu p - \alpha)] (1 + \exp(\mu p \tau) \tau \max_{1 \leq i, j \leq n} \{ (|\alpha_{ij}| + |\beta_{ij}|)^p L_j^p \}) \|\phi - \varphi\|^p
\end{aligned} \tag{19}$$

结合前面的不等式有

$$\|x(t) - y(t - \beta_i)\| \leq M \exp\left(\frac{-t(\mu p - \alpha)}{p}\right) \|\phi - \varphi\|$$

其中

$$M = (1 + \exp(\mu p \tau) \tau \max_{1 \leq i, j \leq n} \{ (|\alpha_{ij}| + |\beta_{ij}|)^p L_j^p \})^{\frac{1}{p}} \geq 1$$

说明系统(1) 和系统(4) 是指数同步的.

4 推 论

如果在驱动系统(1) 和响应系统(4) 中神经元之间信号的转换时滞 $\tau(t) \equiv \tau$ 是常数, 则有如下的结论:

推论 1 如果假设(H₁), (H₃) 和(H₄) 都成立, 同时

$$\mu - c_i + H_i + k_{ii} + 3 - \frac{3}{p} + \sum_{j \neq i} \frac{1}{p} (|a_{ji}|^p L_i^p + |k_{ji}|^p) +$$

$$\frac{1}{p} \exp(\mu p \tau) \sum_{j=1}^n (|\alpha_{ji}| + |\beta_{ji}|)^p L_i^p < 0$$

则驱动系统(1) 和响应系统(4) 是全局指数同步的.

如果在驱动系统(1) 和响应系统(4) 中当非线性脉冲 $x_i(t_k^+) = p_{ik}(x(t_k))$, $t = t_k$, $i \in I$, $k \in \mathbb{Z}_+$ 是线性脉冲 $\Delta x_i(t_k) = d_{ik}x(t_k)$ 时:

(H₅) 脉冲 $d_{ik} \in [-2, 0]$, $k \in \mathbb{Z}_+$, $i \in I$.

推论 2 如果假设(H₁) – (H₃) 和(H₅) 都成立, 同时

$$\mu - c_i + H_i + k_{ii} + 3 - \frac{3}{p} + \sum_{j \neq i}^n \frac{1}{p} (|\alpha_{ji}|^p L_i^p + |\beta_{ji}|^p) +$$

$$\frac{1}{p} \exp(\mu p \tau) \sum_{j=1}^n (|\alpha_{ji}| + |\beta_{ji}|)^p L_i^p < 0$$

则驱动系统(1) 和响应系统(4) 是全局指数同步的.

5 实 例

考虑下面的具有非常数转换时滞和非线性脉冲效应的模糊细胞神经网络:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = -c_i x_i(t) + \sum_{j=1}^n a_{ij} f_j(x_j(t)) + \sum_{j=1}^n b_{ij} v_j + u_i + \\ \bigwedge_{j=1}^n \alpha_{ij} f_j(x_j(t - \tau_j(t))) + \bigwedge_{j=1}^n T_{ij} v_j + \bigvee_{j=1}^n \beta_{ij} f_j(x_j(t - \tau_j(t))) + \\ \bigvee_{j=1}^n S_{ij} v_j, t \neq t_k, i \in I, k \in \mathbb{Z}_+ \\ x_i(t_k^+) = p_{ik}(x(t_k)), t = t_k, i \in I, k \in \mathbb{Z}_+ \end{cases} \quad (20)$$

取转换时滞

$$\tau_1(t) = \tau_2(t) = \frac{\exp(t)}{1 + \exp(t)}$$

通过计算可得 $\tau = \frac{1}{2}$, 激活函数为

$$f_1(x) = f_2(x) = \tan hx, t_k = 1.1k, k \in \mathbb{Z}_+$$

脉冲函数是

$$p_{1k}(x(t_k)) = 0.22 \sin(x_1(t_k)) - 0.43 x_2(t_k), k \in \mathbb{Z}_+$$

$$p_{2k}(x(t_k)) = -0.54 x_1(t_k) + 0.65 \sin(x_2(t_k)), k \in \mathbb{Z}_+$$

$$\mathbf{P}_k = \begin{pmatrix} 0.22 & 0.43 \\ 0.54 & 0.65 \end{pmatrix}$$

可得 $\rho_k = \max\{1, \sum_{j=1}^2 p_{ji}^k\} = 1$, 即假设(H₄) 成立.

下面三个矩阵表示模型中的系数, 数据来自文献[8].

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1.75 & -0.1 \\ -1.6 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{D} = (\alpha_{ij})_{2 \times 2} = (\beta_{ij})_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} -1.7 & -0.1 \\ 0.1 & -1.6 \end{pmatrix}$$

对应于驱动系统(20) 的从系统是

$$\begin{cases} \dot{y}_i(t) = -c_i y_i(t) + \sum_{j=1}^2 a_{ij} f_j(y_j(t)) + \sum_{j=1}^2 \alpha_{ij} f_j(y_j(t - \tau_j(t))) + \\ \bigvee_{j=1}^2 \beta_{ij} f_j(y_j(t - \tau_j(t))) - \sum_{j=1}^2 k_{ij} e_j(t), t \neq t_k, i=1,2, k \in \mathbb{Z}_+ \\ y_i(t_k^+) = p_{ik}(y(t_k)), t = t_k, i=1,2, k \in \mathbb{Z}_+ \end{cases} \quad (21)$$

根据假设(1) 通过计算有 $\underline{F}_j = 0, \overline{F}_j = 1$, 取 $\mu = 2, p = 2$.

取外部控制输入系数矩阵

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} -54 & 0 \\ 0 & -54 \end{pmatrix}$$

把得到的数据代入下列式子中, 经过计算可得

$$\begin{aligned} \mu - c_1 + H_1 + k_{11} + 3 - \frac{3}{p} + \sum_{j \neq 1}^2 \frac{1}{p} (|\alpha_{j1}|^p L_1^p + |\beta_{j1}|^p) + \\ \frac{1}{p} \exp(\mu p \tau) \sum_{j=1}^2 (|\alpha_{j1}| + |\beta_{j1}|)^p L_1^p = \\ -0.59880 < 0 \\ \mu - c_2 + H_2 + k_{22} + 3 - \frac{3}{p} + \sum_{j \neq 2}^2 \frac{1}{p} (|\alpha_{j2}|^p L_2^p + |\beta_{j2}|^p) + \\ \frac{1}{p} \exp(\mu p \tau) \sum_{j=1}^2 (|\alpha_{j2}| + |\beta_{j2}|)^p L_2^p = \\ -6.796 < 0 \end{aligned}$$

定理中的条件都成立, 驱动系统(20) 和系统(21) 是指数同步的.

通过计算发现, 只要选择恰当的外部控制输入系数 k_{ij} 则结论成立.

参考文献:

- [1] HUANG T W, LI C D, YU W W, et al. Synchronization of Delayed Chaotic Systems with Parameter Mismatches by U-sing Intermittent Linear State Feedback [J]. Nonlinearity, 2009, 22(3): 569—584.
- [2] YU J, HU C, JIANG H J, et al. Exponential Synchronization of Cohen-Grossberg Neural Networks via Periodically Intermittent Control [J]. Neurocomputing, 2011, 74(6): 1776—1782.
- [3] HU C, YU J, JIANG H J, et al. Exponential Synchronization for Reaction-Diffusion Networks with Mixed Delays in Terms of p-Norm via Intermittent Driving [J]. Neural Networks, 2012, 31(12): 1—11.
- [4] CAI G L, YAO Q, SHAO H J. Global Synchronization of Weighted Cellular Neural Networks with Time-Varying Coupling Delays [J]. Commun Nonlinear Sci Number Simulat, 2012, 17(3): 3843—3847.
- [5] LI X D, RAKKIYAPPAN R, BALASUBRAMANIAM P, et al. Uniqueness and Stability Analysis of Recurrent Neural Networks with Time Delay in the Leakage Term under Impulsive Perturbations [J]. J Franklin Inst, 2010, 11(5): 4092—4018.
- [6] HUANG X, LAM J, CAO J D, et al. Robust Synchronization Criteria for Recurrent Neural Networks via Linear Feedback [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2007, 17(9): 2723—2738.
- [7] YANG Z C, XU D Y. Stability Analysis and Design of Impulsive Control Systems with Time Delay [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2007, 52(8): 1448—1454.
- [8] YU J, HU C, JIANG H J, et al. Exponential Lag Synchronization for Delayed Fuzzy Cellular Neural Networks via Periodically Intermittent Control [J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2012, 82(5): 895—908.
- [9] HU C, YU J, JIANG H J, et al. Exponential Lag Synchronization for Neural Networks with Mixed Delays via Periodi-

cally Intermittent Control [J]. Chaos, 2010, 20(2): 1–8.

[10] DING W, HAN MAO A, LI M L. Exponential Lag Synchronization for Delayed Fuzzy Cellular Neural Networks via Periodically Intermittent Control [J]. Physics Letters A, 2009, 373(8): 832–837.

[11] LONG S J, SONG Q K, WANG X H, et al. Stability Analysis of Fuzzy Cellular Neural Networks with Time Delay in the Leakage Term and Impulsive Perturbations [J]. Journal of The Franklin Institute, 2012, 349(7): 2461–2479.

Exponential Synchronization for Fuzzy Cellular Neural Networks with Mixed Delays and Nonlinear Impulsive Effects

PU Hao¹, JIANG Hai-jun²,
LIU Yan-min¹, ZHANG Zhan-zhou¹

1. School of Mathematics and Computational Science, Zunyi Normal College, Zuiyi Guizhou 563002, China;
2. School of College of Mathematics and System Sciences, Xinjiang University, Urumqi 830046, China

Abstract: Exponential synchronization for fuzzy cellular neural networks with mixed delays and nonlinear impulsive effects is studied in this paper. Using Lyapunov functional method and inequality techniques, some sufficient conditions for the exponential synchronization are obtained based on p -norm. Finally, an example is given to illustrate the effectiveness of the theoretical analysis derived.

Key words: fuzzy cellular neural network (FCNN); nonlinear impulsive effect; discrete lag time-delay; p -norm

责任编辑 张 枸

