DOI: 10.13718/j. cnki. xdzk. 2016. 01. 019

# 扩展手征组分夸克模型研究 $Z_{c}$ (3 900)<sup>°</sup>

谭志云1, 杨友昌1.2, 万猛1

1. 遵义师范学院 物理与机电工程学院,贵州 遵义 563002; 2. 南京大学 物理系,南京 210093

摘要:近似考虑多体相互作用效果后扩展了手征组分夸克模型,并采用多高斯展开算法计算了量子数为  $I^G J^P = 1^+ 1^+$ 的四夸克系统 cucd 能谱.在不改变任何参数的情况下,得到它的质量为 3 869 MeV,比  $D^*\overline{D}$  理论阈值低 13 MeV,该结论与实验发现的  $Z_c(3\ 900)$  完全吻合.

关键 词:扩展手征组分夸克模型;Z<sub>c</sub>(3900);多高斯展开算法

中图分类号: 0572.33 文献标志码: A 文章编号: 1673-9868(2016)01-0121-05

近年来,实验上发现了大量奇特介子态存在的信号<sup>[1]</sup>,但一直没有确切的实验证据证明奇特强子态已经 被找到. 让粒子物理学工作者惊喜的是,2013 年 BESIII,Belle,CLEO-c 3 个国际实验合作组采用不同的方法, 几乎同时发现了一个带有单位电荷的新共振结构  $Z_c$ (3 900):BESIII 首先报道了在  $e^+e^- \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-$ 实验过程 中的  $J/\psi\pi^{\pm}$ 不变质量谱中发现一个质量为(3 899.0±3.6±4.9) MeV,宽度为(46±10±20) MeV 的新类粲偶 素结构<sup>[2]</sup>,其统计显著性在各种本底假设情况下都大于 8 $\sigma$ ,并命名其为  $Z_c$ (3 900);与此同时,在相同的实验 过程中,Belle 在实验中也观察到相同的共振结构,并通过拟合  $M_{max}(J/\psi\pi^{\pm})$ 分布,得到质量 M=(3 894.5± 6.6±4.5) MeV,宽度  $\Gamma=$ (63±24±26) MeV<sup>[3]</sup>;随后,CLEO-c实验合作组在 $\psi$ (4 160) $\rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-$ 也 得到质量 M=(3 886±4±2) MeV,宽度  $\Gamma=$ (37±4±8) MeV 的共振结构<sup>[4]</sup>.对比这些实验合作组的测 量结果, $Z_c$ (3 900)共振态的质量和宽度在误差范围内一致.采用不同实验的数据样本和完全不同的研 究方法, $Z_c$ (3 900)共振态同时被三大国际实验合作组观测到,证明了该共振态的存在是真实的.

由于  $Z_{\epsilon}(3\ 900)$ 是带有单位电荷的类粲偶素结构,它的最低成份只能是 4 个夸克 cucd,并且同时被 三大实验合作组观测到,所以它立即引起了物理学工作者的极大关注.英国《Nature》杂志特别刊登了 "Quark Quartet Opens Fresh Vista on Matter"的新闻,著名强子物理家 Eric Swanson 教授撰写了评论文章 "New Particle Hints at Four-Quark Matter".理论物理工作者试图用  $D^*\overline{D}$  分子态和双夸克-反双夸克结构 来研究和解释  $Z_{\epsilon}(3\ 900)$ ,然而至今也没有统一的认识.但基于这两种结构,无法用传统夸克模型得到  $I^{c}I^{p}=1^{+}1^{+}cucd$  束缚态<sup>[5]</sup>.

由夸克-反夸克构成的介子和 3 个夸克组成的重子内部颜色结构都是唯一的,在夸克模型中用两体 相互作用能很好地描述介子和重子的性质.然而根据强子色单态的要求,组成如图 1 所示双夸克-反双

作者简介:谭志云(1979-),女,湖南邵阳人,副教授,主要从事理论物理和课程教学论研究.

通信作者:杨友昌,教授.

① 收稿日期: 2014-10-08

基金项目: 国家自然科学基金(11265017);中国博士后科学基金(2015M571727);贵州省科技厅资助项目(黔科合人字(2013)28,黔科合 J字LKZS[2012]05号);贵州省特色重点学科资助项目(黔学位合字ZDXK[2015]12号);贵州省普通高等学校创新人才团 队资助项目(黔教合人才团队字[2012]08号).

夸克的内部颜色结构可以是 3 ⊗ 3 和 6 ⊗ 6. 要严格描述图 1 所示 的四夸克系统应该采用多体相互作用,但是如何描述这种多体 相互作用至今也不清楚. 考虑到实验上没有观测到夸克-反夸克 间的颜色范德瓦尔斯力存在的迹象;理论上,格点 QCD 研究也 表明,夸克-反夸克间(颜色结构是 3 ⊗ 3)在长程部分不是线性禁 闭势,而应该是色屏闭势<sup>[6]</sup>. 在双夸克-反双夸克结构中,双夸克 内部的颜色结构是 3 ⊗ 3,反双夸克内部的颜色结构是 3 ⊗ 3,而 双夸克-反双夸克间的颜色结构是 3 ⊗ 3,与夸克-反夸克间颜色 结构相同. 根据格点 QCD 的研究结果,可以假设在颜色团内部 为线性禁闭势,而颜色闭之间为色屏闭势来研究四夸克系统的性质.



#### 1 扩展手征组分夸克模型

手征组分夸克模型是基于组分夸克质量来源于一定能量标度下 SU(3)<sub>L</sub> ⊗ (SU(3)<sub>R</sub> 手征自发对称破缺的结果,其哈密顿量通常取为

$$H = \sum_{i=1}^{2} \left( m_{i} + \frac{p_{i}^{2}}{2m_{i}} \right) - T_{c.m.} + \sum_{j>i=1}^{2} \left( V_{ij}^{c} + V_{ij}^{g} + V_{ij}^{\chi} + V_{ij}^{\sigma} \right)$$
(1)

式中: T.m. 是系统的质心能量; V<sup>G</sup><sub>ij</sub> 为单胶子交换势,

$$V_{ij}^{G} = a_{s} \frac{\lambda_{i}^{c} \cdot \lambda_{j}^{c}}{4} \left[ \frac{1}{r_{ij}} - \frac{2\pi}{3m_{i}m_{j}} \boldsymbol{\sigma}_{i} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{j} \delta(\boldsymbol{r}_{ij}) \right]$$
(2)

式中: $r_{ij} = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ ; $\sigma$ ,  $\lambda^c$ ( $c = 1, 2, \dots, 8$ )分别表示 SU(2)泡利矩阵和 SU(3)盖尔曼矩阵; $\delta$ 函数来源于点粒子间单胶子交换图的动量空间到坐标空间的傅里叶变换,通常正规化为

$$\delta(\mathbf{r}_{ij}) = \frac{1}{4\pi r_{ij} r_0^2(\mu)} e^{-r_{ij}/r_0(\mu)}$$
(3)

式中: $r_0(\mu) = \frac{r_0}{\mu}$ ,  $\mu$  是两夸克(反夸克)的折合质量, 拟合介子谱实验数据确定参数 $r_0$ 的值;  $\alpha_s$  为强相互作用中的强耦合系数.在非相对论夸克模型中, 通常情况下取一个有效的标度依赖的强耦合形式:

$$\alpha_{s} = \frac{\alpha_{0}}{\ln\left[\frac{\mu^{2} + \mu_{0}^{2}}{\Lambda_{0}^{2}}\right]} \tag{4}$$

轻夸克间交换的赝标和标量介子σ相互作用势分别取为:

$$V_{ij}^{\pi} = C(g_{\text{ch}}, m_{\pi}, \Lambda_{\pi}) \frac{m_{\pi}^2}{12m_i m_j} H(m_{\pi}, \Lambda_{\pi}, r_{ij}) (\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j) \sum_{a=1}^{a=3} \lambda_i^a \cdot \lambda_j^a$$
(5)

$$V_{ij}^{K} = C(g_{\rm ch}, m_{\rm K}, \Lambda_{\rm K}) \frac{m_{\rm K}^{2}}{12m_{i}m_{j}} H(m_{\rm K}, \Lambda_{\rm K}, r_{ij})(\boldsymbol{\sigma}_{i} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{j}) \sum_{a=4}^{a=7} \lambda_{i}^{a} \cdot \lambda_{j}^{a}$$
(6)

$$V_{ij}^{\eta} = C(g_{\rm ch}, m_{\eta}, \Lambda_{\eta}) \frac{m_{\eta}^{2}}{12m_{i}m_{j}} H(m_{\eta}, \Lambda_{\eta}, r_{ij}) (\boldsymbol{\sigma}_{i} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{j}) \left[\cos\theta_{\rm p}(\lambda_{i}^{\rm g} \cdot \lambda_{j}^{\rm g}) - \sin\theta_{\rm p}(\lambda_{i}^{\rm o} \cdot \lambda_{j}^{\rm o})\right]$$
(7)

$$V_{ij}^{\sigma} = -\frac{g_{ch}^2}{4\pi} \frac{\Lambda_{\sigma}^2}{\Lambda_{\sigma}^2 - m_{\sigma}^2} m_{\sigma} \left[ Y(m_{\sigma} r_{ij}) - \frac{\Lambda_{\sigma}}{m_{\sigma}} Y(\Lambda_{\sigma} r_{ij}) \right]$$
(8)

$$H(m, \Lambda, r) = \left[Y(mr) - \frac{\Lambda^3}{m^3}Y(\Lambda r)\right]$$
(9)

$$C(g_{\rm ch}, m, \Lambda) = \frac{g_{\rm ch}^2}{4\pi} \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 - m^2} m$$
(10)

式中:  $Y(x) = e^x / x$  是标准的 Yukawa 函数,而手征耦合常数  $g_{ch}$  可通过  $\pi NN$  耦合的实验值定出.

实验上没有观察到自由夸克存在的证据,夸克被禁闭在色单态强子内部已形成共识.根据流管模型, 由3个夸克组成的重子应该是"Y"型结构,由4个和5个夸克等组成的多夸克系统也应该是更为复杂的多体 相互作用势,但理论上不清楚它们的具体形势.为体现这种多体相互作用效应,平加伦等人<sup>[7]</sup>在研究6夸 克系统时取两个色夸克团间的禁闭势为色屏闭势,得到了与实验数据一致的结果.考虑到双夸克-反双夸克 为紧束缚态结构,双夸克和反双夸克内部各自形成自己的颜色团,因此本研究采用和文献[7]类似的处理 方式,即:假设当两个夸克处于同一颜色团内部时为线性禁闭势,而处于不同颜色团时为色屏闭势,

#### 2 构造 Z<sub>e</sub>(3 900) 的波函数

实验发现  $Z_{\epsilon}$ (3 900) 耦合到粲偶素末态,因此其内部夸克组分应该含有正反粲夸克;同时它还带有单位电荷,故  $Z_{\epsilon}$ (3 900) 共振态中最少含有 4 个夸克(*cucd*).

S-波的4夸克系统总波函数为

$$|\Psi_{J,J_{z}}^{I,I_{z}}\rangle = |C\rangle_{a} \otimes |F_{I,I_{z}}\rangle \otimes |\chi_{s}\rangle_{s} \otimes |\Psi\rangle \qquad a = 1,2$$
(12)

式中: $|C\rangle_{\alpha}$ , $|F_{I,I_{z}}\rangle$ , $|\chi\rangle_{s}$ , $|\Psi\rangle$ 分别代表颜色、味、自旋和空间波函数.

考虑双夸克-反双夸克结构,构成色单态的强子可以是 3 ② 3,6 ② 6 两种结构的耦合,即

$$|C\rangle_{1} = |3 \otimes \overline{3}\rangle \qquad |C\rangle_{2} = |\overline{6} \otimes 6\rangle \qquad (13)$$

由(13)式写出颜色波函数的具体表达式,很容易计算出表1所示的颜色矩阵元.

Ô	$\boldsymbol{\lambda}_{u} \cdot \boldsymbol{\lambda}_{c}$	$\lambda_{\bar{d}} \cdot \lambda_{\bar{c}}$	$\lambda_{\overline{d}} \cdot \lambda_{c}$	$\boldsymbol{\lambda}_{u} \cdot \boldsymbol{\lambda}_{\bar{c}}$	$\boldsymbol{\lambda}_{c} \bullet \boldsymbol{\lambda}_{\bar{c}}$	$\boldsymbol{\lambda}_{\overline{d}} \cdot \boldsymbol{\lambda}_{u}$
$_{1}\langle C\mid \hat{O}\mid C angle _{1}$	-8/3	-8/3	-4/3	-4/3	-4/3	-4/3
$_{_2}\langle C\mid \stackrel{\mathrm{A}}{O}\mid C angle_{_2}$	4/3	4/3	-10/3	-10/3	-10/3	-10/3
$_{1}\langle C\mid \hat{O}\mid C angle _{2}$	0	0	$-2\sqrt{2}$	$-2\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$

实验上,在 $\pi^{\pm} J/\psi$ 不变质量谱中观测到 $Z_{\epsilon}$ (3 900),因此,其量子数应为 $I^{c}J^{p} = 1^{+}1^{+}$ ,则自旋、味波函数为

$$|F_{I,I_{z}}\rangle \otimes |\chi\rangle_{s} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0_{cu}, 1_{\bar{cd}}; J=1\rangle - |1_{cu}, 0_{\bar{cd}}; J=1\rangle)$$
(14)

为构造 4 夸克系统的空间波函数  $| \phi \rangle$ , 按图 2 所示定义 Jacobi 坐标.

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_{1} - \mathbf{r}_{3}$$

$$\mathbf{\rho} = \mathbf{r}_{2} - \mathbf{r}_{4}$$

$$\mathbf{X} = \frac{m_{1}\mathbf{r}_{1} + m_{3}\mathbf{r}_{3}}{m_{1} + m_{3}} - \frac{m_{2}\mathbf{r}_{2} + m_{4}\mathbf{r}_{4}}{m_{2} + m_{4}}$$

$$\mathbf{R} = \frac{\sum_{i=1}^{4} m_{i}\mathbf{r}_{i}}{\sum_{i=1}^{4} m_{i}}$$
(15)

根据多高斯展开算法要求[9],用多个不同宽度的高斯波函数去展开每个相对运动的空间波函数:

$$\varphi_{lm}^{G}(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^{n_{\max}} c_n N_{nl} r^l \exp(-v_n r^2) Y_{lm}(\overset{\wedge}{r})$$
(16)

$$\psi_{LM}^{G}(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{N=1}^{N_{\text{max}}} c_{N} N_{NL} \rho^{L} \exp(-\xi_{N} \rho^{2}) Y_{LM}(\stackrel{\wedge}{\rho})$$
(17)

表1 颜色矩阵元

(18)

(19)

$$\chi^{G}_{\beta\gamma}(\boldsymbol{X}) = \sum_{a=1}^{a_{\max}} c_{a} N_{a\beta} X^{\beta} \exp(-\omega_{a} X^{2}) Y_{\beta\gamma}(\overset{\Lambda}{X})$$

归一化系数 N<sub>nl</sub> 为

$$N_{nl} = \left[\frac{2^{l+2} (2\nu_n)^{l+\frac{3}{2}}}{\sqrt{\pi} (2l+1)!!}\right]^{\frac{1}{2}}$$

○1 *r* 2 图 2 Jacobi 坐标

高斯宽度参数取几何级数的形式  $\nu_n = \frac{1}{r_n}$ ,  $r_n = r_1 a^{n-1}$ ,  $a = \left(\frac{r_{n_{\max}}}{r_1}\right)^{\frac{1}{n_{\max}-1}}$ , (17),(18) 式中 $\xi_N$ ,  $\omega_a$ 取与 $\nu_n$ 相同的形式, 归一化系数  $N_{NL}$ ,  $N_{a\beta}$ 取与(19) 式相同的形式.

#### 3 数值计算与讨论

根据已有的实验数据表<sup>[10]</sup>提取参数 $m_{\pi} = 0.7 \text{ fm}^{-1}, m_{\eta} = 2.77 \text{ fm}^{-1}, m_{\kappa} = 2.51 \text{ fm}^{-1}, m_{\sigma} = 3.42 \text{ fm}^{-1}, 其他参数: \Lambda\pi = \Lambda_{\sigma} = 4.2 \text{ fm}^{-1}, \Lambda_{\eta} = \Lambda_{\kappa} = 5.2 \text{ fm}^{-1}, r_{0} = 28.17 \text{ MeV fm}, \mu_{0} = 36.976 \text{ MeV}, \theta_{p} = -15^{\circ}, g_{ch}^{2}/4\pi = 0.54, m_{u} = m_{d} = 313 \text{ MeV}, m_{c} = 1731 \text{ MeV}, a_{c} = 160 \text{ MeV fm}, V_{0} = -131.1 \text{ MeV}, a_{0} = 2.65, \Lambda_{0} = 0.075 \text{ fm}^{-1}$ 取自文献[5].表 2 列出了用这些参数计算出的介子谱,表 2 中 $\sqrt{\langle r^{2} \rangle}$ 表示均方根半径.

介子名称	π	$\rho(770)$	ω(782)	$D^{0}$	$D^*$	$\eta_{\rm c}(1{ m S})$	$J/\psi(1S)$
计算值[9]	139	775	704	1 882	2 000	2 996	3 097
实验值 <sup>[9]</sup>	139	776	783	1 864	2 007	2 980	3 097
$\sqrt{\ket{r^2}}fm$	0.67	0.88	0.85	0.73	0.79	0.56	0.62

表 2 拟合介子谱

将 Z<sub>c</sub>(3 900)的总波函数(12)式代入薛定谔方程,并用 Rayleigh-Ritz 变分方法求解

$$(H-E) \mid \Psi_{J,J_{z}}^{I,I_{z}} \rangle = 0 \tag{20}$$

计算结果表明,当取颜色团内部夸克对或反夸克对中高斯个数 $n_{max}$ =7,距离 0.1 fm< $r(或 \rho)$ <2.0 fm;颜 色团间夸克-反夸克中 $\alpha_{max}$ =12,0.1 fm<X<6.0 fm 时得到收敛计算结果 $M_{Z_{r}(3.900)}$ =3 869 MeV.

由表 2 知,  $D^* \overline{D}$  阈值为 $M_{D^* \overline{D}} = 3$  882 MeV, 则束缚能  $\Delta E = M_{Z_c(3\,900)} - M_{D^* \overline{D}} = -13$  MeV<0 MeV, 即  $Z_c(3\,900)$ 是一个双夸克-反双夸克结构的束缚态.为进一步了解  $Z_c(3\,900)$ 内 4 个夸克的空间分布情况, 计算了夸克间的均方根 $\sqrt{\langle r_{cc}^2 \rangle} = 0.28$  fm,  $\sqrt{\langle r_{cu}^2 \rangle} = \sqrt{\langle r_{cd}^2 \rangle} = 0.59$  fm,  $\sqrt{\langle r_{cu}^2 \rangle} = \sqrt{\langle r_{cd}^2 \rangle} = 0.57$  fm,  $\sqrt{\langle r_{ud}^2 \rangle} = 0.75$  fm. 由均方根半径可以判断出  $Z_c(3\,900)$ 是一个有空间结构的紧束缚态.由于  $M_{\pi J/\phi} = 3\,236$  MeV< $M_{Z_c(3\,900)} = 3\,869$  MeV, 因此  $Z_c(3\,900)$ 可通过颜色重组衰变到  $J/\phi\pi^{\pm}$ ,这与实验结果完全吻合.

#### 4 结 论

实验上,在衰变过程 Y(4 260)  $\longrightarrow J/\psi\pi^+\pi^-$ 的末态  $J/\psi\pi^+$ 不变质量谱中观察到  $Z_e(3 900)$ 共振态,如 果该共振态确实存在,则它最少含有 4 个夸克(*cucd*),是真正的奇特介子态.考虑双夸克–反双夸克结构, 借助于精确的少体计算方法——多高斯展开算法,本文利用扩展手征组分夸克模型,即在双夸克和反双夸 克各自的颜色团内部采用线性禁闭势,而双夸克和反双夸克间的相互作用采用屏闭势,研究了  $Z_e(3 900)$ 的能谱,其理论质量和衰变性质能与实验数据很好地吻合,束缚能和夸克间的均方根都表明  $Z_e(3 900)$ 是 一个真正的四夸克紧束缚态.后续工作将继续利用该扩展手征组分夸克模型研究实验上已发现的可能奇特 介子态,进一步检验该模型的实用范围.

#### 参考文献:

- [1] 杨友昌,谭志云,万 猛. XYZ 新强子态的研究进展 [J]. 西南大学学报(自然科学版), 2012, 34(11): 33-36.
- [2] ABLIKIM M, ACHASOV M N, AI X C, et al. Observation of a Charged Charmoniumlike Structure in  $e^+e^- \rightarrow J/\psi\pi^+$  $\pi^-$  at  $\sqrt{s} = 4.26$  eV [J]. Phys Rev Lett, 2013, 110(25): 252001-1-252001-7.
- [3] LIU Z Q, SHEN C P, YUAN C Z, et al. Study of  $e^+e^-$  to  $\pi^+\pi^- J/\psi$  and Observation of a Charged Charmonium-like State at Belle [J]. Phys Rev Lett, 2013, 110(25): 252002-1-252002-10.
- [4] XIAO T, DOBBS S, TOMARADZE A, et al. Observation of the Charged Hadron  $Z_c^{\pm}$  (3 900) and evidence for the neutral  $Z_c^0$  (3 900) in  $e^+e^+ \rightarrow \pi\pi J/\psi$  at  $\sqrt{s} = 4$  170 MeV [J]. Phys Lett B, 2013, 727(415): 366-370.
- [5] YANG You-chang, PING Jia-lun, DENG Cheng-rong, et al. Constituent Quark Model Study of Exotic Meson States [J]. International Journal of Modern Physics, 2014, 29: 1460227-1-1460227-9.
- [6] STEPHENSON P S. Breaking of the Adjoint String in (2+1)-Dimensions [J]. Nucl Phys B, 1999, 550(S1/2): 427-448.
- [7] PING Jia-Lun, WANG Fan, GOLDMAN T. Effective Baryon-Baryon Potentials in the Quark Delocalization and Color Screening Model [J]. Nucl Phys A, 1999, 657: 95-109.
- [8] LI Bai-qing, MENG Ce, CHAO Kuang-ta. Coupled-Channel and Screening Effects in Charmonium Spectrum [J]. Phys Rev D, 2009, 80: 014012-1-014012-7.
- [9] 潘正坤,高钦翔,杨友昌,等,四夸克系统的分子态结构研究 [J].西南大学学报(自然科学版),2010,32(5):42-45.
- [10] OLIVE K A, AGASHE K, AMSLER C, et al. Particle Data Group [J]. Chinese Physics C, 2014, 38: 090001-1-090001-10.

## Study on $Z_c$ (3 900) by the Extended Chiral Constituent Quark Model

### TAN Zhi-yun<sup>1</sup>, YANG You-chang<sup>1,2</sup>, WAN Meng<sup>1</sup>

1. School of Physics and Mechanical and Electrical Engineering, Zunyi Normal College, Zunyi Guizhou 563002, China;

2. Department of Physics, Nanjing University, Nanjing 210093, China

Abstract: Taking into account the multi-body effect in the four-quark system, we modified the chiral constituent quark model, and calculated the spectrum of cucd with quantum numbers  $I^G J^P = 1^+ 1^+$  by the Gaussian expansion method. With no parameters changed in our calculation, we obtained its mass about 3 869 MeV, which is about 13 MeV lower than the threshold of  $D^*\overline{D}$  and agrees well with the experimental data.

Key words: the extended chiral constituent quark model;  $Z_c$  (3 900); Gaussian expansion method

责任编辑 潘春燕