第 38 卷第 2 期 西南大学学报(自然科学版) 2016 年 2 月
Vol. 38 No. 2 Journal of Southwest University (Natural Science Edition) Feb. 2016

DOI: 10.13718/j.cnki.xdzk.2016.02.010

广义渐进拟非扩张映射族的带误差的隐式迭代序列的收敛定理①

卢 瑶[1], 邓 磊[1], 杨明歌[2]

1. 西南大学 数学与统计学院, 重庆 400715; 2. 洛阳师范学院 数学科学学院, 河南 洛阳 471022

摘要: 在凸度量空间中, 对两个广义渐进拟非扩张映射族引入了带误差的隐式迭代序列, 在一定条件下证明了该迭代序列是柯西列, 并收敛到其某个公共不动点.

关 键 词: 带误差的隐式迭代算法; 广义渐进拟非扩张映射; 公共不动点; 凸度量空间

中图分类号: O177.91 **文献标志码**: A **文章编号**: 1673-9868(2016)02-0058-06

设 $\mathbb{N}$ 表示自然数集, $N \in \mathbb{N}$, $J=\{1, 2, \cdots, N\}$, $\mathrm{F}(T)$ 表示 T 的不动点集,

$$F=\bigcap_{j=1}^{N}(\mathrm{F}(T_j) \cap \mathrm{F}(S_j))$$

表示两个有限映射族 $\{T_j: j \in J\}$ 和 $\{S_j: j \in J\}$ 的公共不动点集.

定义 1 设 (X, d) 为度量空间, 映射 $W: X^4 \times [0, 1]^4 \longrightarrow X$. 如果对于任意

$$(x, y, z, v; a, b, c, e) \in X^4 \times [0, 1]^4$$

且

$$a+b+c+e=1 \qquad u \in X$$

有

$$d(W(x, y, z, v; a, b, c, e), u) \leqslant ad(x, u)+bd(y, u)+cd(z, u)+ed(v, u)$$

则称映射 W 为凸结构. 如果度量空间 (X, d) 具有凸结构, 则称 (X, d) 为凸度量空间.

令 E 为 X 的一个非空子集, 如果对任意 $(x, y, z, v) \in E^4$, $(a, b, c, e) \in [0, 1]^4$, 且 $a+b+c+e=1$, 都有 $W(x, y, z, v; a, b, c, e) \in E$, 则称 E 为凸子集.

注 1 任一 Banach 空间都能成为凸度量空间, 但凸度量空间不完全是 Banach 空间.

定义 2 设 (X, d, W) 为凸度量空间, 任意 $x \in X$, $p \in \mathrm{F}(T)$, 如果存在 $\{\omega_n\}$, $\{e_n\} \subset [0, \infty)$, 且:

$$\lim_{n \to \infty} w_n=0 \qquad \lim_{n \to \infty} e_n=0$$

使得

$$d(T^n x, p) \leqslant (1+w_n) d(x, p)+e_n$$

则称 T 为广义渐进拟非扩张映射.

2002 年, 文献[1] 在 Banach 空间中, 对渐进非扩张映射引入了一个三步迭代序列:

$$\begin{cases} x_{n+1}=(1-\alpha_n) x_n+\alpha_n T^n y_n \\ y_n=(1-\beta_n) z_n+\beta_n T^n z_n \\ z_n=(1-\gamma_n) x_n+\gamma_n T^n x_n \end{cases}$$

① 收稿日期: 2015-04-29

基金项目: 国家自然科学基金项目(11226228); 河南省高等学校重点科研项目(15A110036).

作者简介: 卢 瑶(1992-), 女, 重庆涪陵人, 硕士研究生, 主要从事非线性泛函分析的研究.

2007年，文献[2]在Banach空间中，对一个广义渐进非扩张映射族引入隐式迭代序列$\{x_n\}$：

$$x_n=\alpha_n x_{n-1}+(1-\alpha_n)T_j^k x_n$$

其中$n=(k-1)N+j(j\in J)$.

2012年，文献[3]在凸度量空间中对两个有限渐进拟非扩张映射族引入了隐式迭代序列$\{x_n\}$：

$$x_n=W(x_{n-1},S_j^k x_n,T_j^k x_n;\alpha_n,\beta_n,\gamma_n)$$

其中：$n=(k-1)N+j(j\in J)$；$\{\alpha_n\},\{\beta_n\},\{\gamma_n\}\subseteq[0,1]$；对任意$n\in\mathbb{N}$，有$\alpha_n+\beta_n+\gamma_n=1$. 并证明了该序列收敛到两个有限渐进拟非扩张映射族的某个公共不动点.

本文在以上结论的基础上，对两个广义渐进拟非扩张映射族引入新的带误差的三步迭代序列，定义如下：

定义3　设(X,d,W)为具有凸结构W的凸度量空间. $T_j,S_j:X\longrightarrow X$是两个广义渐进拟非扩张映射族，其中$j\in J$. 对任意给定的$x_0\in X$，定义带误差的隐式迭代如下：

$$\begin{cases}x_n=W(x_{n-1},S_j^k y_n,T_j^k y_n,u_n;\alpha_n,\beta_n,\gamma_n,c_n)\\ y_n=W(x_{n-1},S_j^k z_n,T_j^k z_n,v_n;\alpha_n',\beta_n',\gamma_n',c_n')\\ z_n=W(x_{n-1},S_j^k x_n,T_j^k x_n,m_n;\alpha_n'',\beta_n'',\gamma_n'',c_n'')\end{cases}\tag{1}$$

其中$n=(k-1)N+j(j\in J)$；$\{u_n\},\{v_n\},\{m_n\}$是E中的有界序列；

$$\sum_{i=1}^{\infty}c_n<+\infty\qquad\sum_{i=1}^{\infty}c_n'<+\infty\qquad\sum_{i=1}^{\infty}c_n''<+\infty$$

且$\{\alpha_n\},\{\beta_n\},\{\gamma_n\},\{c_n\},\{\beta_n'\},\{\gamma_n'\},\{c_n'\},\{\alpha_n''\},\{\beta_n''\},\{\gamma_n''\},\{c_n''\}\subseteq[0,1]$；对任意$n\in\mathbb{N}$，有

$$\alpha_n+\beta_n+\gamma_n+c_n=\alpha_n'+\beta_n'+\gamma_n'+c_n'=\alpha_n''+\beta_n''+\gamma_n''+c_n''=1$$

本文在一定条件下证明了迭代序列(1)是柯西列，并收敛到T_j和S_j的某个公共不动点. 此结果是文献[1-4]的统一和推广.

引理1　设(X,d,W)为凸度量空间，$\{T_j:j\in J\}$和$\{S_j:j\in J\}$是两个广义渐进拟非扩张映射族，且

$$F=\bigcap_{j=1}^{N}(\mathrm{F}(T_j)\cap\mathrm{F}(S_j))\neq\varnothing$$

则对任意$x\in X$，$j\in J$，$p\in F$，存在$\{\omega_n\},\{e_n\}\subset[0,\infty)$，且：

$$\lim_{n\to\infty}w_n=0\qquad\lim_{n\to\infty}e_n=0$$

使得：

$$d(T_j^n x,p)\leqslant(1+w_n)d(x,p)+e_n$$
$$d(S_j^n x,p)\leqslant(1+w_n)d(x,p)+e_n$$

证　因为$T_j,S_j:X\longrightarrow X\ (j\in J)$是广义渐进拟非扩张映射族，则存在$p_j\in\mathrm{F}(T_j)$，$u_{jn},a_{jn}\subset[0,\infty)$，且：

$$\lim_{n\to\infty}u_{jn}=0\qquad\lim_{n\to\infty}a_{jn}=0$$

使得

$$d(T_j^n x,p_j)\leqslant(1+u_{jn})d(x,p_j)+a_{jn}$$

令：

$$u_n=\max\{u_{1n},u_{2n},\cdots,u_{jn},\cdots,u_{Nn}\}$$
$$a_n=\max\{a_{1n},a_{2n},\cdots,a_{jn},\cdots,a_{Nn}\}$$

则有$\{u_n\},\{a_n\}\in[0,\infty)$，$\lim\limits_{n\to\infty}u_n=0$，$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0$. 又因为$F\neq\varnothing$，所以存在$p\in F$，使得

$$d(T_j^n x,p)\leqslant(1+u_{jn})d(x,p)+a_{jn}\leqslant(1+u_n)d(x,p)+a_n$$

同理对S_j，同样存在$\{v_n\},\{b_n\}\subset[0,\infty)$，且

$$\lim_{n\to\infty}v_n=0\qquad\lim_{n\to\infty}b_n=0$$

使得

$$d(S_j^n x, p) \leqslant (1+v_n)d(x, p)+b_n$$

再令：

$$\omega_n=\max\{u_n, v_n\} \qquad e_n=\max\{a_n, b_n\}$$

故：

$$d(T_j^n x, p) \leqslant (1+w_n)d(x, p)+e_n$$
$$d(S_j^n x, p) \leqslant (1+w_n)d(x, p)+e_n$$

引理 2[5]　$\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 和 $\{c_n\}$ 均为非负数列，且满足：

$$\sum_{i=1}^{\infty} b_n <+\infty \qquad \sum_{i=1}^{\infty} c_n <+\infty \qquad a_{n+1} \leqslant (1+b_n)a_n+c_n$$

则：

(ⅰ) $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ 存在；

(ⅱ) 如果 $\lim\limits_{n\to\infty}\inf a_n=0$，则 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=0$.

定理 1　设 (X, d, W) 是凸度量空间，T_j，S_j：$X \longrightarrow X$ 是两个广义渐进拟非扩张映射族，其中 $j \in J$. 设：$F \neq \varnothing$，且 F 是闭集；$x_0 \in X$，$s \in \left(0, \dfrac{1}{2}\right)$；$\beta_n$，$\beta_n'$，$\beta_n'' \subset (s, 1-s)$；

$$\sum_{k=1}^{\infty}\omega_k<\infty \qquad \sum_{k=1}^{\infty} e_k<\infty \qquad \sum_{n=1}^{\infty}\gamma_n<\infty \qquad \sum_{n=1}^{\infty}\gamma_n'<\infty \qquad \sum_{n=1}^{\infty}\gamma_n''<\infty$$

若 $\{x_n\}$ 由序列(1)所定义，且 $\lim\limits_{n\to\infty} d(x_n, F)=0$，其中 $d(x_n, F)=\inf\{d(x, p): p \in F\}$，则 $\{x_n\}$ 是柯西数列.

证　设 $p \in F$，由序列(1)和引理 1 可知

$$\begin{aligned}
d(x_n, p)=&d(W(x_{n-1}, S_j^k y_n, T_j^k y_n, u_n; \alpha_n, \beta_n, \gamma_n, c_n), p) \leqslant \\
&\alpha_n d(x_{n-1}, p)+\beta_n d(S_j^k y_n, p)+\gamma_n d(T_j^k y_n, p)+c_n d(u_n, p) \leqslant \\
&\alpha_n d(x_{n-1}, p)+\beta_n[(1+\omega_k)d(y_n, p)+e_k]+ \\
&\gamma_n[(1+\omega_k)d(y_n, p)+e_k]+c_n d(u_n, p) \leqslant \\
&\alpha_n d(x_{n-1}, p)+(\beta_n+\gamma_n+2\omega_k)d(y_n, p)+(\beta_n+\gamma_n)e_k+c_n d(u_n, p)
\end{aligned} \tag{2}$$

同理可得：

$$d(y_n, p) \leqslant \alpha_n' d(x_{n-1}, p)+(\beta_n'+\gamma_n'+2\omega_k)d(z_n, p)+(\beta_n'+\gamma_n')e_k+c_n' d(v_n, p) \tag{3}$$
$$d(z_n, p) \leqslant \alpha_n'' d(x_{n-1}, p)+(\beta_n''+\gamma_n''+2\omega_k)d(x_n, p)+(\beta_n''+\gamma_n'')e_k+c_n'' d(m_n, p) \tag{4}$$

把(3)式和(4)式带入(2)式，得

$$\begin{aligned}
d(x_n, p) \leqslant &[\alpha_n+\alpha_n'(\beta_n+\gamma_n+2\omega_k)+\alpha_n''(\beta_n+\gamma_n+2\omega_k)(\beta_n'+\gamma_n'+2\omega_k)]d(x_{n-1}, p)+ \\
&(\beta_n+\gamma_n+2\omega_k)(\beta_n'+\gamma_n'+2\omega_k)(\beta_n''+\gamma_n''+2\omega_k)d(x_n, p)+ \\
&[(\beta_n+\gamma_n)+(\beta_n+\gamma_n+2\omega_k)(\beta_n'+\gamma_n')+(\beta_n+\gamma_n+2\omega_k)(\beta_n'+\gamma_n'+2\omega_k)(\beta_n''+\gamma_n'')]e_k+ \\
&c_n d(u_n, p)+c_n'(\beta_n+\gamma_n+2\omega_k)d(v_n, p)+ \\
&c_n''(\beta_n+\gamma_n+2\omega_k)(\beta_n'+\gamma_n'+2\omega_k)d(m_n, p)
\end{aligned} \tag{5}$$

因为：

$$\lim_{n\to\infty}\gamma_n=0 \qquad \lim_{n\to\infty} c_n=0$$

则分别存在 n_1，$n_2 \in \mathbb{N}$：当 $n>n_1$ 时，有 $\gamma_n \leqslant \dfrac{s}{4}$；当 $n>n_2$ 时，有 $c_n \leqslant \dfrac{s}{4}$. 又因为

$$\beta_n, \beta_n', \beta_n'' \subset (s, 1-s)$$

从而：

$$\alpha_n=1-\beta_n-\gamma_n-c_n \geqslant 1-(1-s)-\frac{s}{4}-\frac{s}{4}=\frac{s}{2}$$
$$\alpha_n=1-\beta_n-\gamma_n-c_n \leqslant 1-s-0-0=1-s$$

即

$$\alpha_n \subset \left[\frac{s}{2},\ 1-s\right]$$

同理可得：

$$\alpha_n^{'} \subset \left[\frac{s}{2},\ 1-s\right] \qquad \alpha_n^{''} \subset \left[\frac{s}{2},\ 1-s\right]$$

由(5)式整理可得

$$\begin{aligned}
d(x_n,\ p) \leqslant{} & d(x_{n-1},\ p)+\frac{(1-\alpha_n+2\omega_k)(1+4\omega_k+4\omega_k^2-2\alpha_n^{'}\omega_k)+\alpha_n-1}{\alpha_n+\alpha_n^{'}(1-\alpha_n+2\omega_k)+\alpha_n^{''}(1-\alpha_n+2\omega_k)(1-\alpha_n^{'}+2\omega_k)}d(x_n,\ p)+M_{n-1} \leqslant \\
& d(x_{n-1},\ p)+\frac{(1-\alpha_n+2\omega_k)+2\omega_k(1-\alpha_n+2\omega_k)(2+2\omega_k-\alpha_n^{'})+\alpha_n-1}{\alpha_n+\alpha_n^{'}(1-\alpha_n+2\omega_k)+\alpha_n^{''}(1-\alpha_n+2\omega_k)(1-\alpha_n^{'}+2\omega_k)}d(x_n,\ p)+M_{n-1} \leqslant \\
& d(x_{n-1},\ p)+\frac{2\omega_k+2\omega_k(1-\alpha_n+2\omega_k)(2+2\omega_k-\alpha_n^{'})}{\alpha_n+\alpha_n^{'}(1-\alpha_n+2\omega_k)+\alpha_n^{''}(1-\alpha_n+2\omega_k)(1-\alpha_n^{'}+2\omega_k)}d(x_n,\ p)+M_{n-1} \leqslant \\
& d(x_{n-1},\ p)+\frac{2\omega_k[(3-\alpha_n)(4-\alpha_n^{'})+1]}{\alpha_n+\alpha_n^{'}(1-\alpha_n)+\alpha_n^{''}(1-\alpha_n)(1-\alpha_n^{'})}d(x_n,\ p)+M_{n-1} \leqslant \\
& d(x_{n-1},\ p)+\frac{[(s-7)^2+3]\omega_k}{s+s^2+s^3}d(x_n,\ p)+M_{n-1}
\end{aligned} \tag{6}$$

其中

$$\begin{aligned}
M_{n-1}={} & \frac{[(1-\alpha_n)+(1-\alpha_n+2\omega_k)(1-\alpha_n^{'})+(1-\alpha_n+2\omega_k)(1-\alpha_n^{'}+2\omega_k)(1-\alpha_n^{''})]e_k}{\alpha_n+\alpha_n^{'}(1-\alpha_n+2\omega_k)+\alpha_n^{''}(1-\alpha_n+2\omega_k)(1-\alpha_n^{'}+2\omega_k)}+ \\
& \frac{c_n d(u_n,\ p)+c_n^{'}(1-\alpha_n+2\omega_k)d(v_n,\ p)+c_n^{''}(1-\alpha_n+2\omega_k)(1-\alpha_n^{'}+2\omega_k)d(m_n,\ p)}{\alpha_n+\alpha_n^{'}(1-\alpha_n+2\omega_k)+\alpha_n^{''}(1-\alpha_n+2\omega_k)(1-\alpha_n^{'}+2\omega_k)}
\end{aligned}$$

又因为

$$\lim_{k\to\infty}\omega_k=0$$

则存在 $n_3 \in \mathbb{N}$，当 $k > n_3$ 时，有

$$\omega_k \leqslant \frac{s+s^2+s^3}{2[(s-7)^2+3]}$$

令

$$\Delta_k=\frac{[(s-7)^2+3]\omega_k}{s+s^2+s^3-[(s-7)^2+3]\omega_k}$$

则有：

$$\Delta_k \leqslant \frac{[2(s-7)^2+6]\omega_k}{s+s^2+s^3}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\Delta_k \leqslant \sum_{k=1}^{\infty}\frac{[2(s-7)^2+6]\omega_k}{s+s^2+s^3}<\infty$$

由(6)式得

$$\begin{aligned}
d(x_n,\ p) \leqslant{} & \left\{1+\frac{[(s-7)^2+3]\omega_k}{s+s^2+s^3-[(s-7)^2+3]\omega_k}\right\}d(x_{n-1},\ p)+L_{n-1} \leqslant \\
& (1+\Delta_k)d(x_{n-1},\ p)+L_{n-1}
\end{aligned} \tag{7}$$

其中

$$L_{n-1}=\frac{s+s^2+s^3}{s+s^2+s^3-[(s-7)^2+3]\omega_k}M_{n-1}$$

对任意 $p \in F$，$m,n \in \mathbb{N}$，令 $A=\exp\left\{\sum_{k=1}^{\infty}\Delta_k\right\}<\infty$，由(7)式有

$$d(x_{m+n},\ p) \leqslant (1+\Delta_k)d(x_{m+n-1},\ p)+L_{m+n-1} \leqslant$$

$$(1+\Delta_k)(1+\Delta_k)d(x_{m+n-2},\ p)+(1+\Delta_k)(L_{m+n-1}+L_{m+n-2})\leqslant\cdots\leqslant$$
$$\exp\Big\{\sum_{k=1}^{\infty}\Delta_k\Big\}d(x_n,\ p)+\exp\Big\{\sum_{k=1}^{\infty}\Delta_k\Big\}\sum_{k=n}^{m+n-1}L_k=$$
$$Ad(x_n,\ p)+A\sum_{k=n}^{m+n-1}L_k$$

因为：

$$\lim_{n\to\infty}d(x_n,\ F)=0\qquad \sum_{k=1}^{\infty}L_k<\infty$$

则对任意 $\varepsilon>0$，存在 $n_4\in\mathbb{N}$，当 $n>n_4$ 时，有：

$$d(x_n,\ F)<\frac{\varepsilon}{2(A+1)}\qquad \sum_{k=n}^{m+n-1}L_k<\frac{\varepsilon}{2A}$$

所以对任意 $m,n\geqslant n_4$，存在 $q\in F$，使得

$$d(x_{m+n},\ x_n)\leqslant d(x_{m+n},\ q)+d(x_n,\ q)\leqslant$$
$$(A+1)d(x_n,\ q)+A\sum_{k=n}^{m+n-1}L_k<$$
$$(A+1)\frac{\varepsilon}{2(A+1)}+A\frac{\varepsilon}{2A}=\varepsilon$$

故 $\{x_n\}$ 是柯西列.

注 2　定理 1 中：若 $e_n=0$，$z_n=y_n=x_n$，$u_n=0$，$T_j^k=S_j^k$，则可得文献[2] 中的结论；若 $e_n=0$，$z_n=y_n=x_n$，$u_n=0$，则可得文献[3] 中的结论；若 $T_j^k=S_j^k$，$z_n=y_n$，$u_n=0$，则可得文献[4] 中的结论.

定理 2　设 $(X,\ d,\ W)$ 是凸度量空间，$T_j,S_j:X\longrightarrow X$ 是两个广义渐进拟非扩张映射族，其中 $j\in J$. 设：$F\neq\varnothing$，且 F 是闭集；$x_0\in X$，$s\in\left(0,\ \dfrac{1}{2}\right)$；$\beta_n,\beta'_n,\beta''_n\subset(s,\ 1-s)$；

$$\sum_{k=1}^{\infty}\omega_k<\infty\qquad \sum_{k=1}^{\infty}e_k<\infty\qquad \sum_{n=1}^{\infty}\gamma_n<\infty\qquad \sum_{n=1}^{\infty}\gamma'_n<\infty\qquad \sum_{n=1}^{\infty}\gamma''_n<\infty$$

若 $\{x_n\}$ 由序列(1) 所定义，且

$$\lim_{n\to\infty}d(x_n,\ F)=0$$

其中 $d(x_n,\ F)=\inf\{d(x,\ p):\ p\in F\}$，则：

(ⅰ) 如果 $\{x_n\}$ 收敛于 F 中的唯一一点，则

$$\liminf_{n\to\infty}d(x_n,\ F)=\limsup_{n\to\infty}d(x_n,\ F)=0$$

(ⅱ) 如果 X 是完备的，且 $\liminf\limits_{n\to\infty}d(x_n,\ F)=0$，则 $\{x_n\}$ 收敛于 F 中的唯一一点.

证　(ⅰ) 设 $p\in F$，因为 $\{x_n\}$ 收敛于 p，所以对任意 $\varepsilon>0$，存在 $n_0\in\mathbb{N}$，当 $n\geqslant n_0$ 时，有 $d(x_n,\ p)<\varepsilon$. 又由 $p\in F$ 和下确界的定义可知，对任意 $n\geqslant n_0$，有 $d(x_n,\ F)<\varepsilon$. 所以

$$\lim_{n\to\infty}d(x_n,\ F)=0$$

故

$$\liminf_{n\to\infty}d(x_n,\ F)=\limsup_{n\to\infty}d(x_n,\ F)=0$$

(ⅱ) 设

$$\liminf_{n\to\infty}d(x_n,\ F)=0$$

则由引理 2 知

$$\lim_{n\to\infty}d(x_n,\ F)=0$$

由定理 1 和 X 的完备性可得

$$\lim_{n\to\infty}x_n=q\qquad q\in X$$

又因为 F 是闭的，则

$$\lim_{n\to\infty} d(x_n, F)=0 \qquad q \in F$$

所以 q 是$\{T_j : j \in J\}$和$\{S_j : j \in J\}$的公共不动点，即$\{x_n\}$收敛于 F 中的唯一一点.

参考文献:

[1] XU B L, NOOR M A. Fixed-Point Iterations for Asymptotically Nonexpansive Mapppings in Banach Spaces [J]. Math Anal Appl, 2002, 267(2): 444-453.

[2] SHAHZAD N, ZEGEYE H. Strong Convergence of an Implicit Iteration Process for a Finite Family of Generalized Asymptotically Quasi-Nonexpansive Maps [J]. Comput Math Appl, 2007, 189(2): 1058-1065.

[3] YILDIRM I, KHAN S H. Convergence Theorems for Common Fixed Points of Asymptotically Quasi-Nonexpansive Mappings in Convex Metric Spaces [J]. Comput Math Appl, 2012, 218(9): 4860-4866.

[4] MA Z H, CHEN R D. Strong Convergence for a Finite Family of Generalized Asymptotocally Nonexpansive Mappings [J]. Physics Procedia, 2012, 33(5): 75-84.

[5] LIU Q H. Iterative Sequence for Asymptotically Quasi-Nonexpansive Mappings with Errors Member [J]. Math Anal Appl, 2001, 259(1): 18-24.

[6] 肖 娟, 谢荣华, 邓 磊. Banach空间中有限渐进拟非扩张映射族的收敛定理[J]. 西南大学学报(自然科学版), 2014, 36(2): 87-91.

Convergence Theorems for Implicit Iterative Sequences with Errors of Generalized Asymptotically Quasi-Nonexpansive Mappings in Convex Metric Spaces

LU Yao[1], DENG Lei[1], YANG Ming-ge[2]

1. *School of Mathematics and Statistics, Southwest University, Chongqing 400715, China;*
2. *College of Mathematics & Science, Luoyang Normal University, Luoyang Henan 471022, China*

Abstract: In this paper, we introduce an implicit iterative sequence with errors for two finite families of generalized asymptotically quasi-nonexpansive mappings in convex metric spaces, and prove that the sequence is a Cauchy sequence and converges to a certain common fixed point.

Key words: implicit iterative algorithm with errors; generalized asymptotically quasi-nonexpansive mapping; common fixed point; convex metric space

责任编辑 廖 坤