

DOI: 10.13718/j.cnki.xdzk.2016.04.019

基于模糊熵改进的直方图匹配算法研究^①

张龙涛, 孙玉秋

长江大学 信息与数学学院, 湖北 荆州 434023

摘要: 以模糊数学为基础, 提出了一种基于最大模糊熵改进的直方图匹配图像增强算法, 以弥补传统空间域图像增强方法在提高图像对比度时对噪声敏感的缺陷. 首先, 把灰度图像从空间域映射到模糊域, 并以最大模糊熵为基础, 将目标图像分为若干个灰度层; 然后, 针对不同灰度层的特征, 用直方图匹配方法为每个灰度层设计相应的匹配函数; 最后, 用这些匹配函数增强相应的灰度层得到增强后的图像. 通过与直方图匹配、直方图均衡化和局部直方图处理算法对比, 证明本文算法具有更好的增强效果. 本文算法结合模糊熵和直方图匹配算法, 可以降低噪声在图像增强中的影响, 而且在应用中具有良好的效果.

关键词: 对比度; 直方图匹配; 模糊数学; 模糊熵; 图像增强

中图分类号: TP751.1

文献标志码: A

文章编号: 1673-9868(2016)04-0124-06

图像增强是利用各种数学方法和变换手段, 有选择地强调或抑制图像中的特定信息来提高图像对比度与清晰度的一种图像处理方法^[1-2], 具有较强针对性. 图像增强的目的是改善图像的视觉效果或使其更适合于机器学习. 目前, 最常用的图像增强方法大致分为 2 大类, 即空间域增强和频率域增强, 直方图匹配是最常用的空间域增强方法之一, 它是在直方图均衡化基础上建立的一种图像增强算法. 直方图均衡化是一种可以自行确定变换函数, 并对图像进行增强的一种算法, 其结果是可预知的, 但缺陷是有时不能生成人们想要得到的直方图形状. 针对直方图均衡化的这一缺陷, 人们提出了直方图匹配算法, 该算法可以根据人们的意愿生成指定的直方图形状, 但该方法在很多情况下仍然无法满足人们的需求, 例如对于存在噪声的低对比度图像, 经直方图匹配处理之后, 图像对比度在得到提高的同时噪声也会被增强, 仍旧无法达到人们的预期效果.

针对传统图像增强方法的不足和局限性, 众多学者提出过很多其他图像增强算法. 例如基于最小模糊熵滤波器和模糊隶属度松弛迭代变换的图像增强方法^[2]; 基于模糊域的图像增强改进算法^[3]; 基于模糊松弛迭代的分层图像增强算法^[4]等. 然而上述文献中所给出的方法也仅局限于部分类型的图像, 适用性并不好, 或者运算耗时费力. 针对上述问题, 本文提出了一种基于模糊熵改进的直方图匹配图像增强算法. 该方法将模糊熵和直方图匹配 2 种算法有机地结合, 并将得到的结果与其他方法进行对比, 结果表明该方法明显优于传统的图像增强方法.

1 图像增强理论

数字图像可以被看成是一个矩阵, 我们将其称为灰度矩阵. 设 F 为一幅数字图像, 则

^① 收稿日期: 2015-09-28

基金项目: 国家自然科学基金项目(60572048, 61503047); 湖北省自然科学基金重点项目(2013CFA053).

作者简介: 张龙涛(1988-), 男, 河北邢台人, 硕士研究生, 主要从事数字图像处理方面的研究.

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} r_{11} & \cdots & r_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{m1} & \cdots & r_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n} \quad (1)$$

1.1 直方图匹配

直方图均衡化是将原图像经过变换生成一幅灰度级较为均衡的图像,但这种方法有时不能生成人们想要的直方图形状.在此基础上人们提出了直方图匹配(或称为直方图规定化)的图像增强方法,使得增强后的图像可以根据人们的意愿生成指定的直方图形状^[5].

待处理图像灰度用 r 表示, $[0, L-1]$ 为 r 的取值区间,建立如下灰度映射

$$s = T(r), 0 \leq r \leq L-1 \quad (2)$$

灰度级 r_k 的概率为

$$p_r(r_k) = \frac{n_k}{mn} \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots, L-1 \quad (3)$$

其中 n_k 表示灰度 r_k 的像素个数, L 表示图像灰度级数.

$$s_k = T(r_k) = (L-1) \sum_{j=0}^k p_r(r_j) = \frac{(L-1)}{mn} \sum_{j=0}^k n_j \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots, L-1 \quad (4)$$

其中, mn 是图像总的像素数, n 表示灰度值 r 的像素个数.

根据需求建立变换函数 $G(z)$,

$$G(z_q) = (L-1) \sum_{j=0}^q p(z_j) \quad (5)$$

其中, $p(z)$ 为 $G(z)$ 的离散概率密度函数, $q = 0, 1, 2, 3, \dots, L-1$, 且对于 q 有

$$G(z_q) = s_k \quad (6)$$

根据反变换得

$$z_q = G^{-1}(s_k) \quad (7)$$

该过程对于每一个 s 值得出一个 z 值,这样就可以得到一个从 s 到 z 的映射.通常,将 8 bit 的图像作为实验对象,故所处理的所有灰度级都为整数.每一个 q 得到一个变换值,然后经过四舍五入之后将这些值列成一个表,对于每个 s_k 都可以通过该表找到对应的匹配值.

图 1,2 是用直方图匹配对 2 幅低对比度图像增强的结果,其中图 2(a)中存在椒盐噪声.从结果可以看出,处理结果并不理想.图 1(a)的平均灰度虽然有所提高,但是灰度级过于向高频部分集中,使图像太亮,并且对比度并没有得到明显提高.图 2(a)的对比度虽然得到了提高,但是噪声也同时被极大提高,这并不是人们想要的结果.

为了解决上述问题,笔者对上述图像增强方法进行了改进.首先以模糊熵为基础对图像灰度进行分层,然后针对不同的灰度层设计不同的匹配函数.

1.2 改进算法的研究

1.2.1 最大熵确定阈值及图像分层

由灰度级模糊理论可知, \mathbf{F} 可以被当作模糊事件^[6-7].通过如下 2 个模糊隶属度函数将 \mathbf{F} 的灰度值分为低灰度集和高灰度集 2 部分.

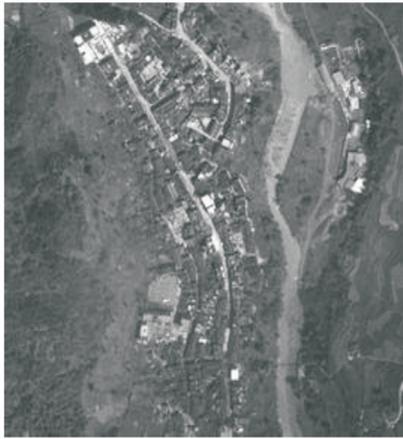
$$\mu_d(x) = \begin{cases} 1 & x \leq a \\ 1 - 2f^2(x, a, c) & a < x \leq b \\ 2f^2(x, a, c) & b < x \leq c \\ 0 & x > c \end{cases}$$

$$\mu_l(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ 2f^2(x, a, c) & a < x \leq b \\ 1 - 2f^2(x, a, c) & b < x \leq c \\ 0 & x > c \end{cases} \quad (8)$$

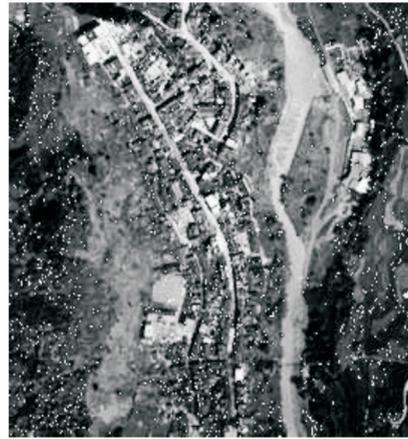
其中, $f(x, a, c) = \frac{x-a}{c-a}$, $a = \min(r)$, $c = \max(r)$, $\mu_d(x)$ 和 $\mu_l(x)$ 分别表示低灰度集和高灰度集的隶属度函数, 此外, a, b, c 还满足关系: $0 \leq a < c \leq 255$ 且 $b = \frac{a+c}{2}$. 则低灰度集和高灰度集产生的概率分别为

$$\begin{aligned} P_d &= \sum_{x=0}^{255} h_x \times \mu_d(x) \\ P_l &= \sum_{x=0}^{255} h_x \times \mu_l(x) \end{aligned} \quad (9)$$

其中 h_x 为灰度直方图, $x=0, 1, \dots, 255$.

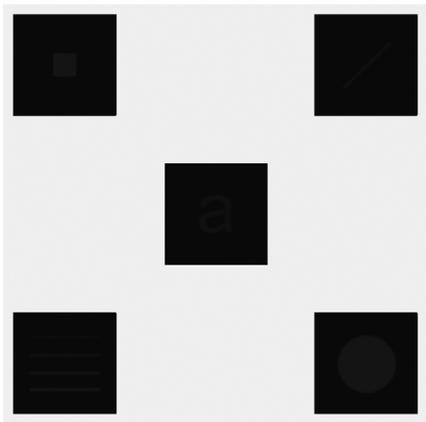


(a) 原图像

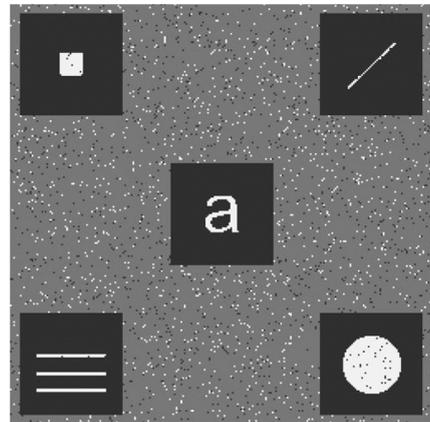


(b) 直方图匹配处理结果

图 1 低对比度图像



(a) 原图像



(b) 直方图匹配处理结果

图 2 含噪声低对比度图像

根据信息论中的“对数熵”^[8-9], 分别计算上述低灰度集和高灰度集的模糊熵

$$\begin{aligned} H_d &= -P_d \log_\lambda P_d - (1 - P_d) \log_\lambda (1 - P_d) \\ H_l &= -P_l \log_\lambda P_l - (1 - P_l) \log_\lambda (1 - P_l) \end{aligned} \quad (10)$$

通常将上述对数的底数取为 2, e 或 10, 这里取 $\lambda = e$. 则整体模糊熵为

$$H_x = H_d + H_l = -(P_d \log_{\lambda} P_d + (1 - P_d) \log_{\lambda} (1 - P_d) + P_l \log_{\lambda} P_l + (1 - P_l) \log_{\lambda} (1 - P_l)) \quad (11)$$

根据最大整体模糊熵, 可求得最佳模糊区间 (a', c') . 将最优阈值设为 k , 根据模糊理论, 当隶属度函数等于 0.5 时模糊集的模糊度最高, 故

$$\mu_d(k) = \mu_l(k) = 0.5 \quad (12)$$

则可知

$$k = \frac{(a' + c')}{2} \quad (13)$$

这样最大模糊熵把目标图像的灰度级分为了 (a', k) 和 (k, c') 2 部分, 即目标图像被分为低灰度层和高灰度层^[10-11]. (a', k) 和 (k, c') 还可以再分, 根据不同的需要, 重复上述步骤, 把目标图像分为更多不同的灰度层.

1.2.2 分层设计匹配函数

重复上述步骤, 将目标图像灰度分解成不同的灰度层; 然后再根据不同情况为每一层设计相应的匹配函数^[12-13]. 根据公式(2)~(5), 得到相应的匹配函数.

$$\begin{aligned} G(z_{q_d}) &= (L - 1) \sum_{j=a'}^{q_d} p_d(z_j) \\ G(z_{q_l}) &= (L - 1) \sum_{i=a'}^{q_d} p_l(z_i) \end{aligned} \quad (14)$$

再根据公式(6), (7)得到最终结果

$$z_{q_d} = G^{-1}(s_{k_d}) \quad z_{q_l} = G^{-1}(s_{k_l}) \quad (15)$$

2 实验结果和分析

首先用全局直方图均衡和局部直方图均衡 2 种经典方法对 2 幅图像做处理, 然后用本文所给模型对这 2 幅灰度图像进行增强, 最后把用本文算法对图像处理得到的结果和用经典算法对图像处理得到的结果进行对比.

图 1(a) 的整体灰度值和对比度都比较低. 首先用全局直方图方法对原图像进行增强处理得到图 3(a), 从结果来看, 原图像的整体灰度得到了提高, 但是所有的灰度值都集中在一个很小的高灰度范围内, 使得图像太亮, 另外图像的对比度没有得到明显提高, 而且图像中的噪声被明显增强, 这和期望的结果不太相符. 随后, 用窗口大小为 30×30 的局部直方图均衡化的方法对原图像进行处理, 得到图像 3(b), 图像信息被整体抑制, 噪声却被大大增强. 最后用本文算法对原图像进行增强处理, 可见原图像的整体灰度得到了改善, 较为均衡地分布在整个灰度级范围内, 对比度被大大提高, 而且图像中的噪声也得到了抑制.

由上述分析可知: 与传统图像增强算法相比, 本文算法处理效果具有明显的优势. 为了使上述结论更具说服力, 本文从对比度、方差和信息熵 3 个方面对以上图像进行分析(图像对比度是表示图像灰度级之间差异的量, 对比度越高往往意味着图像清晰度越高, 图像质量越高; 方差可以反映图像灰度数据的分散度; 图像模糊熵用来表示灰度值之间的不确定性, 模糊熵越大表示图像质量越高). 为了使对比度与图像内容的空间频率和空间分布相独立, 这里用 E. Peli 提出的均方根对比度, 其计算公式如下

$$C_{\sigma} = \sigma_{I_{w \times h}} = \sqrt{\frac{1}{w \times h} \cdot \sum_{I_{w \times h}} (I(x, y) - \mu_{I_{w \times h}})^2} \quad (16)$$

$$\mu_{I_{w \times h}} = \frac{1}{w \times h} \cdot \sum_{I_{w \times h}} I(x, y) \quad (17)$$

其中 $I_{w \times h}$ 表示大小为 $w \times h$ 的窗口, $I(x, y)$ 表示窗口的中心像素, $\mu_{I_{w \times h}}$ 表示窗口的平均亮度.

表 1 图像信息表

图 像	对比度	方 差	信息熵
原图	336.008 0	28.772 0	6.603 5
直方图匹配结果	2 501.832 6	63.262 4	7.928 1
全局直方图均衡化结果	1 221.726 1	74.708 0	7.749 9
局部直方图均衡化结果	1 953.573 2	77.894 6	7.711 6
本文算法处理结果	3 966.541 8	60.438 0	7.961 8



(a) 直方图均衡化处理结果



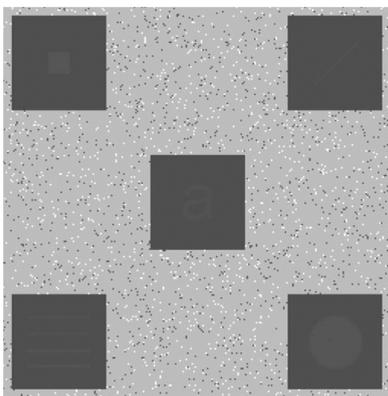
(b) 局部直方图处理结果



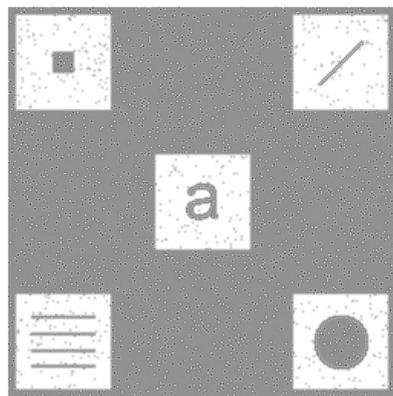
(c) 本文算法处理结果

图 3 不同方法对图 1(a)增强的结果

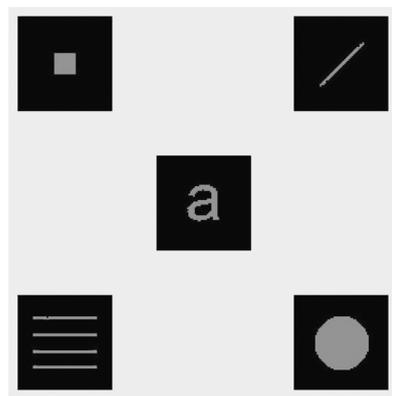
图像 2(a)是文献[8]给出的一幅典型的低对比度灰度图像,其中包含了不太容易发现的椒盐噪声.下面用全局直方图均衡化方法对图像增强,得到图 4(a),可以发现,图像的对比度没有得到太明显的提高,而图像中的噪声被大幅度增强.然后,以 3×3 为邻域大小对原图像做局部直方图均衡化增强,得到的图 4(b)的对比度得到了明显的提高,但同时也增强了图像中的椒盐噪声,结果也不太完美.最后用本文给出的方法对原图像增强,原图像为 8 bit 灰度图,灰度范围 $[0, 256]$.经计算可知该图像最优模糊区间为 $[0, 228]$,最佳分割方法是 2 层, $k=114$,低灰度集和高灰度集分别为 $[0, 114]$, $[114, 228]$.从结果图 4(c)可见,本文算法不仅增强了原图像的对比度,同时还抑制了图像中的噪声.



(a) 直方图均衡化处理结果



(b) 局部直方图处理结果



(c) 本文算法处理结果

图 4 用不同方法对图 2(a)增强的结果

3 结束语

针对低对比度图像在增强的过程中伴随着噪声提高的问题,本文提出了一种基于最大熵与直方图匹配的图像增强方法.该方法以模糊数学为基础,用最大模糊熵原则对目标图像的灰度值进行分层,并针对不同的灰度层设计不同的匹配函数,通过相应匹配函数的处理,使得各灰度层被增强.经过对几种算法结果的对比分析可知,本文算法不仅可以提高目标图像的对比度,还可以抑制噪声,具有良好的应用效果.

参考文献:

- [1] 刘玉雪. 基于模糊理论的图像增强研究 [D]. 上海: 上海交通大学, 2014.
- [2] 宋欢欢, 李 雷. 基于模糊熵的两种图像增强技术 [J]. 计算机技术与发展, 2013, 23(6): 67-70.
- [3] 李登辉. 基于模糊域的图像增强改进算法研究 [J]. 电脑知识与技术, 2014, 10(6): 1282-1284.
- [4] 刘 博, 胡正平, 王成儒. 基于模糊松弛迭代的分层图像增强算法 [J]. 光学技术, 2009, 35(1): 131-134.
- [5] 冈萨雷斯. 数字图像处理 [M]. 3 版. 北京: 电子工业出版社, 2011.
- [6] 谢 君. 模糊理论及其在图像处理中的应用 [D]. 南昌: 江西师范大学, 2013.
- [7] 王玉梅. 基于最大模糊熵和灰度变换的靶场测量图像增强技术 [J]. 战术导弹技术, 2010(4): 36-38.
- [8] 唐世伟, 刘贤梅. 信息论 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 2009.
- [9] 王睿凯. 基于模糊理论的图像对比度增强算法研究 [D]. 太原: 中北大学, 2014.
- [10] 蒋 伟, 胡学刚. 基于对数图像处理和二阶微分的图像增强新模型 [J]. 西南大学学报(自然科学版), 2009, 31(9): 142-146.
- [11] 吴 茜. 基于模糊技术的图像处理方法分析 [J]. 电子测试, 2013(22): 79-80.
- [12] 张洪坤, 周浦城, 薛模根. 基于暗原色和直方图匹配的雾天图像增强算法 [J]. 计算机工程, 2012, 38(1): 215-216.
- [13] 唐娅琴. 几种图像平滑去噪方法的比较 [J]. 西南大学学报(自然科学版), 2009, 31(11): 125-128.

Improved Histogram Matching Algorithm Based on Fuzzy Entropy

ZHANG Long-tao, SUN Yu-qiu

School of Information and Mathematics, Yangtze University, Jingzhou Hubei 434023, China

Abstract: An improved histogram matching algorithm based on maximum fuzzy entropy is proposed to make up the noise sensitive faultiness of traditional spatial domain methods improving image contrast. Firstly, the gray image is mapped from the spatial domain to the fuzzy domain, and divided into a plurality of gray levels based on maximum fuzzy entropy. Secondly, matching functions that combine characteristics of corresponding gray levels are designed by the histogram matching method. Finally, the functions are used to process corresponding gray levels, and the enhanced image is obtained. By comparison with histogram matching, histogram equalization and local histogram processing, the proposed method is shown to have higher enhancement effect. The proposed method that combines maximum fuzzy entropy with histogram matching algorithm can reduce the influence of noise in image enhancement and has good effect in application.

Key words: contrast; histogram matching; fuzzy mathematics; fuzzy entropy; image enhancement

责任编辑 崔玉洁

