

DOI: 10.13718/j.cnki.xdzk.2016.04.022

基于荷控忆阻器的蔡氏对偶混沌电路分析^①

王廷江

西南大学 荣昌校区基础部, 重庆 荣昌 402460

摘要: 在现有磁控型忆阻器蔡氏混沌电路研究基础上, 用荷控型忆阻器构建了与磁控忆阻器的蔡氏电路成对偶关系的新超混沌系统. 动力学研究发现, 该系统与磁控型忆阻器蔡氏电路具有一些共性, 如平衡点仍是一系列点集, 动力学行为除了与电路参数有关外, 还极端依赖于电路初始条件, 仍存在瞬态混沌和状态转移等奇异非线性现象. 还发现一些新特征: 在确定电路参数下改变初始值, 所出现混沌普遍具有暂态性, 最终将演化为稳定周期运动状态; 当初始值靠近平衡点的稳定区, 系统却呈现截然不同的两种状态.

关键词: 荷控忆阻器; 磁控忆阻器; 对偶电路; 暂态混沌

中图分类号: TN918

文献标志码: A

文章编号: 1673-9868(2016)04-0144-06

L. O. Chua^[1]1971 年提出了忆阻器的概念, 并于 1976 年对其特性、合成原理及应用进行了阐述^[2], 直到 2008 年 Strukov 等人^[3]将其成功实现, 忆阻器才引起广泛关注, 并成为近年来电子学和材料科学研究热点之一. 忆阻器是一种非线性元件, 很容易实现混沌振荡, 因此基于忆阻器构造实现忆阻混沌电路得到广泛关注^[4-15]. 从目前已有研究来看, 主要还是针对磁控忆阻器的蔡氏电路, 如何探寻更多类型忆阻器, 并应用到更多电路中, 研究其不同特性, 已成为一个关注方向. 本文提出了特性曲线是光滑三次的荷控忆阻器, 并由此构建了一个新混沌系统, 该系统是磁控忆阻器的蔡氏电路对偶系统. 通过动力学分析, 发现了该系统与磁控忆阻器的蔡氏混沌系统具有一些共性, 但也有不同之处, 并预测了其可能应用方向.

1 荷控忆阻器蔡氏对偶混沌系统模型

定义一个荷控型忆阻元件具有光滑三次单调上升的非线性特性曲线, 即

$$\varphi(q) = mq + nq^3 \tag{1}$$

式中 q 为电荷量, φ 为磁通.

忆阻 $M(q)$ 为

$$M(q) = \frac{d\varphi(q)}{dq} = m + 3nq^2 \tag{2}$$

利用上述忆阻器与一个负电阻串联, 构建如图 1 所示蔡氏对偶混沌系统模型.

依据基尔霍夫定律和元件的伏安特性, 可得电路的动态方程为

① 收稿日期: 2014-05-27

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(31201807).

作者简介: 王廷江(1969-), 男, 四川阆中人, 硕士, 副教授, 主要从事电工理论与新技术、生物电子电路、非线性电路与系统的研究.

$$\begin{cases} \frac{di_1}{dt} = \frac{R_0}{L_1}(i_2 - i_1) - \frac{1}{L_1}M(q)i_1 + \frac{R}{L_1}i_1 \\ \frac{di_2}{dt} = \frac{R_0}{L_2}(i_1 - i_2) + \frac{1}{L_2}u_c \\ \frac{dv_c}{dt} = -\frac{1}{C}i_2 \\ \frac{dq}{dt} = i_1 \end{cases} \quad (3)$$

令 $t = \left(\frac{L_2}{R_0}\right)\tau$, 则有 $d\tau = \frac{R_0}{L_2}dt$, 且令 $x = i_1$, $y = i_2$,

$z = \frac{v_c}{R_0}$, $w = q$, 方程(3)可变为

$$\begin{cases} \frac{dx}{d\tau} = \frac{L_2}{L_1}(y - x + \frac{R}{R_0}x - \frac{1}{R_0}M(w)x) \\ \frac{dy}{d\tau} = (x - y) + \frac{1}{R_0}u_c \\ \frac{dz}{d\tau} = -\frac{L_2}{R_0^2 C}y \\ \frac{dw}{d\tau} = \frac{L_2}{R_0}x \end{cases} \quad (4)$$

(4)式中非线性函数 $M(w)$ 为

$$M(w) = \frac{d\varphi(w)}{dw} = m + 3nw^2 \quad (5)$$

令 $\frac{L_2}{L_1} = \alpha$, $\frac{L_2}{R_0^2 C} = \beta$, $\frac{R}{R_0} = \xi$, $\frac{L_2}{R_0} = \gamma$, 将 τ 仍用 t 记, 取 $R_0 = 1$, 则方程(4)重写为

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha(y - x + \xi x - M(w)x) \\ \dot{y} = x - y + z \\ \dot{z} = -\beta y \\ \dot{w} = \gamma x \end{cases} \quad (6)$$

方程(6)与文献[7]和文献[10]基于磁控忆阻器的蔡氏混沌系统模型方程基本一致, 因此二者对应系统具有对偶性.

当 $\alpha = 10$, $\beta = 14$, $\xi = 2.2$, $\gamma = 0.008$, $m = 1$, $n = 1$, 初始值为 $(0, 10^{-10}, 0, 0)$ 时, 利用 Matlab 进行仿真, 用 Jacobian 方法计算 Lyapunov 指数为 $LE_1 = 0.399\ 7$, $LE_2 = 0.023\ 6$, $LE_3 = -0.017\ 6$, $LE_4 = -4.265\ 3$, Lyapunov 维数为 $d_L = 2.098\ 8$; 部分时域波形及 $x=0$ 平面 Poincaré 映射如图 2 所示, 部分混沌吸引子如图 3 所示. 由此可见该系统是一个超混沌系统.

2 基本动力学特性

2.1 平衡点的稳定性

令 $\dot{x} = \dot{y} = \dot{z} = \dot{w} = 0$, 可得系统的平衡点集合 $E = \{(x, y, z, w) \mid x = y = z = 0, w = c\}$, c 为实常数, 即 w 坐标轴上的点均是平衡点, 在平衡点处线性化系统得 Jacobian 矩阵 J_A

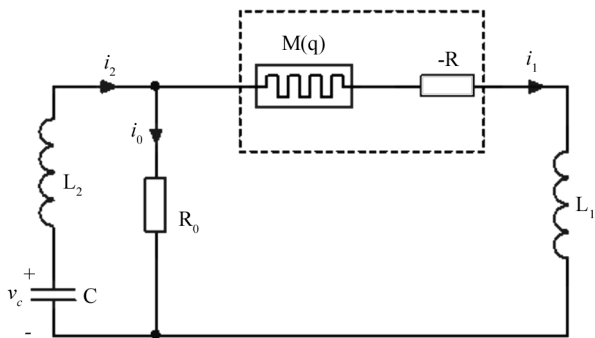
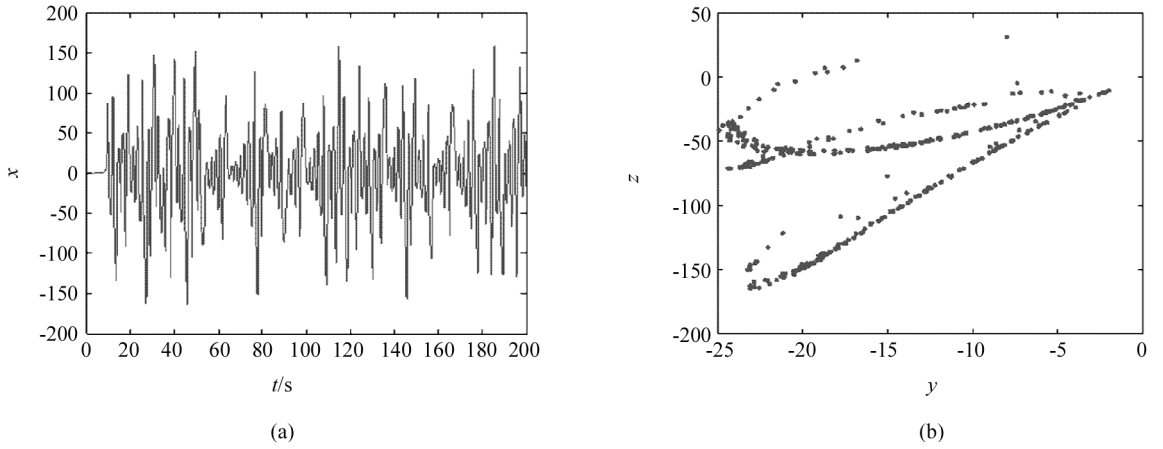
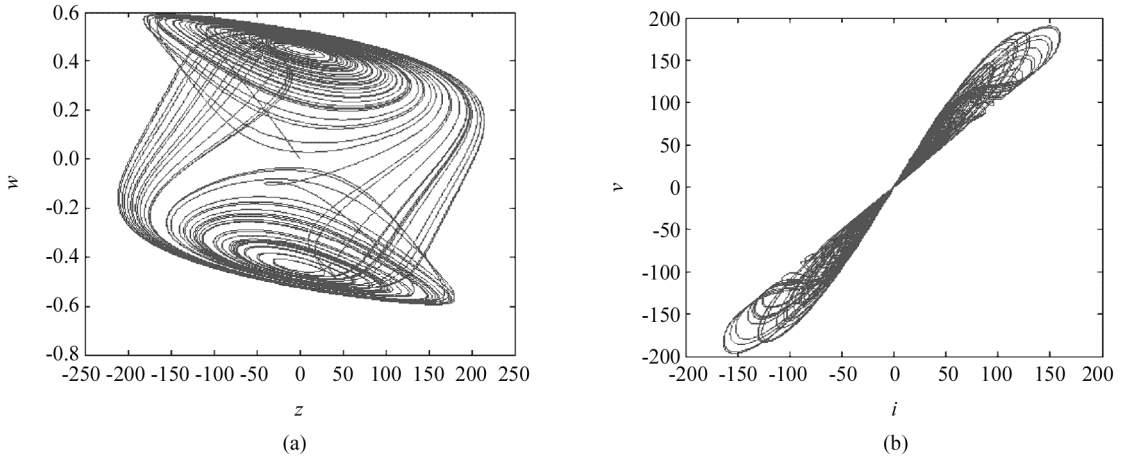


图 1 荷控忆阻器蔡氏对偶混沌电路

图 2 $x(t)$ 时域波形及 $x=0$ 平面 Poincaré 映射图 3 $z-w$ 平面吸引子及 $i-v$ 相图

$$\mathbf{J}_A = \begin{bmatrix} \alpha[-1 + \xi - M(c)] & \alpha & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -\beta & 0 & 0 \\ \gamma & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

由 $|\lambda E - \mathbf{J}_A| = 0$

得平衡点集 E 的特征根方程为

$$\lambda^4 + [\alpha(M(c) - \xi) + \alpha + 1]\lambda^3 + [\alpha(M(c) - \xi) + \beta]\lambda^2 + [\alpha\beta(M(c) - \xi) + \alpha\beta]\lambda = 0 \quad (8)$$

其中 $M(c) = m + 3nc^2$.

选择 c 为可变参数, 当 $\alpha=10$, $\beta=14$, $\xi=2.2$, $\gamma=0.008$, $m=1$, $n=1$ 时, 可得到上式所对应的特征根方程

$$\lambda[\lambda^3 + (30c^2 - 1)\lambda^2 + (30c^2 + 2)\lambda + 420c^2 - 28] = 0 \quad (9)$$

上式方括号中的三次多项式方程的系数均为非零实常数, 根据 Routh-Hurwitz 稳定条件, 该三次多项式方程根的实部为负的充要条件是

$$0.258\ 2 < |c| < 0.286\ 9 \text{ 和 } |c| > 0.592\ 5$$

有可能产生混沌的常数 c 满足条件是:

$$|c| < 0.258\ 2 \text{ 和 } 0.286\ 9 < |c| < 0.592\ 5$$

2.2 参数对系统影响的动力学分析

确定参数值 $\beta=14$, $\xi=2.2$, $\gamma=0.008$, $m=1$, $n=1$, 且确定初始状态 $(0, 10^{-10}, 0, 0)$, 改变电路参数使 α 值在 $0 \leq \alpha \leq 20$ 之间发生变化, 超混沌出现在 $8.57 \leq \alpha \leq 10.78$ 区域, 部分 Lyapunov 指数谱及 $\alpha=9$ 时 $x-y$ 平面吸引子如图 4 所示, 当 $0 \leq \alpha < 2.84$ 时出现单轨道周期运动; 当 $2.84 \leq \alpha < 6.13$ 时出现稳定的汇; 在 $6.13 \leq \alpha < 8.57$ 及 $10.78 < \alpha \leq 20$ 区间, 逐步演化为稳定的周期运动。

确定参数值 $\alpha=10$, $\xi=2.2$, $\gamma=0.008$, $m=1$, $n=1$, 且确定初始状态 $(0, 10^{-10}, 0, 0)$, 改变电路参数使 β 值在 $0 \leq \beta \leq 30$ 之间发生变化, 超混沌出现在 $12.78 \leq \beta \leq 18.56$ 区域, 部分 Lyapunov 指数谱和 $\beta=17.2$ 时 $w-y$ 平面吸引子如图 5 所示. 其余区域均逐步演化为稳定的周期运动。

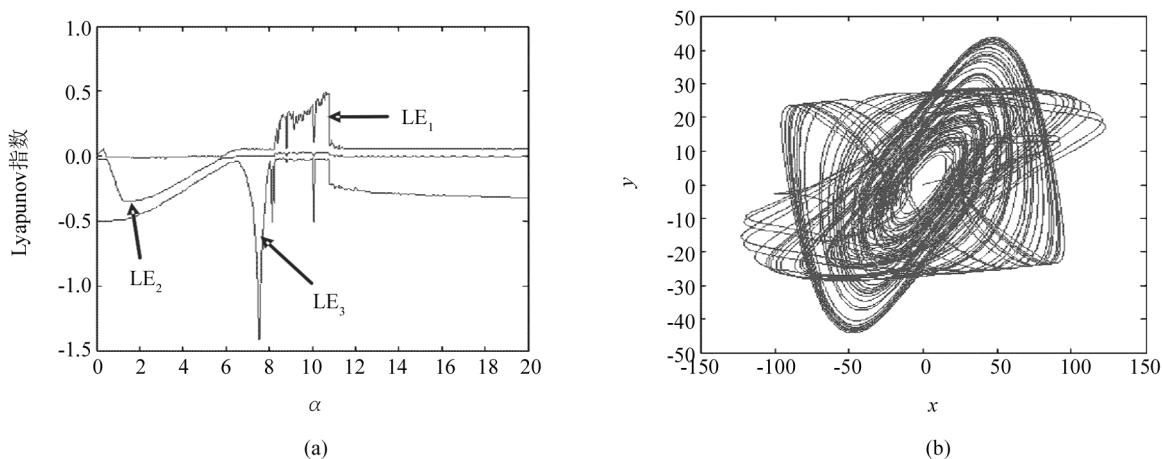


图 4 参数 α 变化, 部分 Lyapunov 指数谱及混沌吸引子

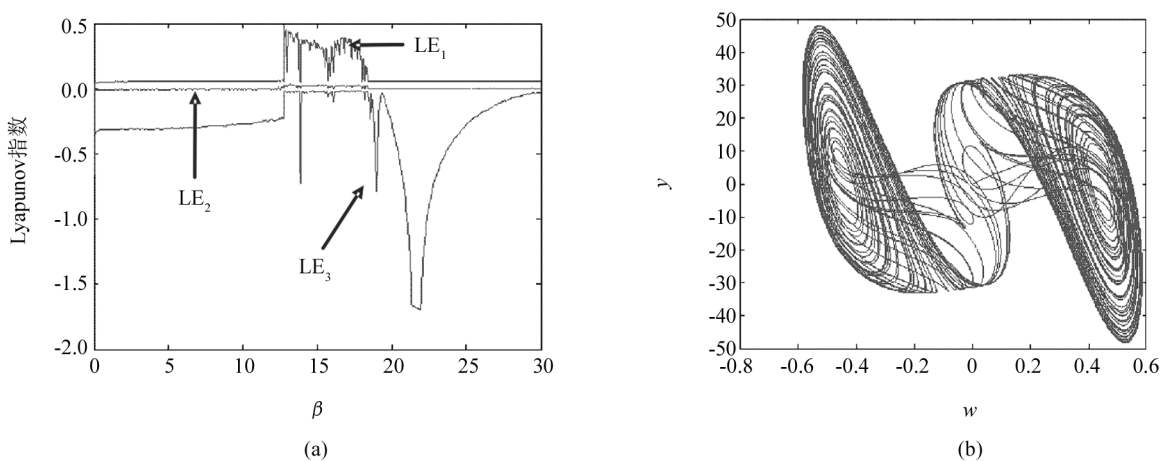


图 5 参数 β 变化, 部分 Lyapunov 指数谱及混沌吸引子

2.3 初始值对系统影响的动力学分析

确定参数值 $\alpha=10$, $\beta=14$, $\xi=2.2$, $m=1$, $n=1$, 选择忆阻器的状态变量 $w(0)$ 为研究对象, $[0, 10^{-10}, 0, w(0)]$. 以 $t=900$ s 为界, 对 $0 < w(0) \leq 1$ 进行仿真研究. 在区间 $[0, 0.121]$, $[0.188, 0.194]$, 系统能快速进入混沌状态并不发生状态转移, 部分 Lyapunov 指数谱及 $w(0)=0.1$ 时 $z-w$ 平面吸引子如图 6 所示. 在区间 $[0.319, 0.326]$, $[0.370, 0.496]$, 系统将从一有界点快速转为混沌状态. 虽然以上 4 个区间在 $t=900$ s 内均以混沌状态长时间存在, 但演化随时间继续延长, 系统将逐步进入稳定周期运动状态, 因此, 混沌普遍具有暂态性. 在区间 $[0.195, 0.228]$, $[0.274, 0.287]$, 系统将逐渐演化为稳定的周期运动. 在区间 $[0.229, 0.257]$, 系统将从一个有界点转到另一有界点. 系统从有界点转为周期的区间有:

$[0.288, 0.318]$ 、 $[0.509, 0.525]$ 、 $[0.544, 0.586]$ ；系统从有界点经短暂混沌转为周期的区间有： $[0.122, 0.187]$ 、 $[0.327, 0.369]$ 、 $[0.497, 0.508]$ 、 $[0.526, 0.543]$ ，其部分状态转移行为如图 7 所示。研究还发现，在平衡点附近，如区间 $[0.258, 0.273]$ 、 $[0.587, 1]$ ，系统却呈现出小范围的混沌及线性两种截然不同状态，且较为稳定，这在已有混沌系统中是不多见的。

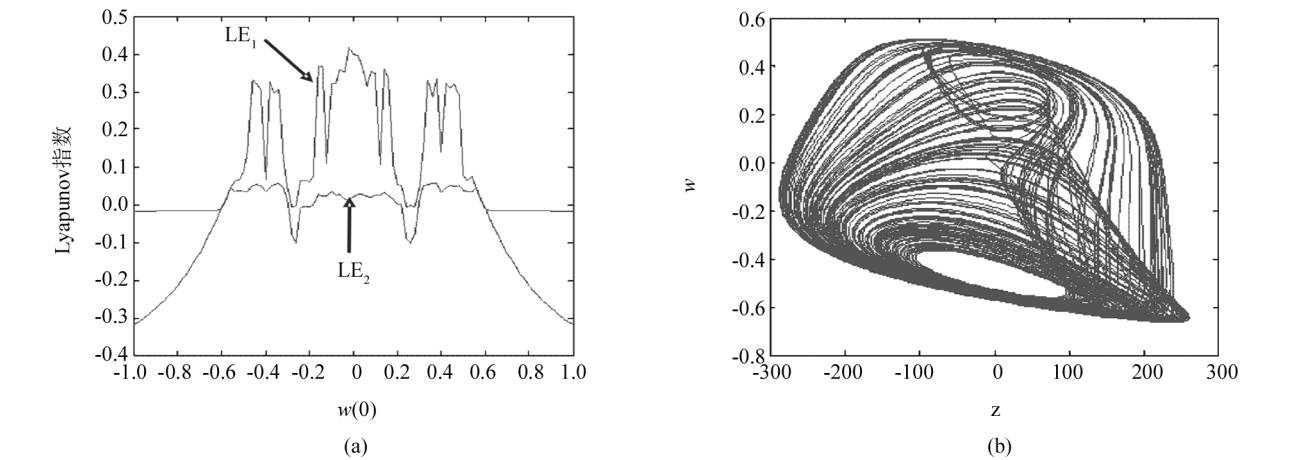


图 6 初值 $w(0)$ 变化，部分 Lyapunov 指数谱及混沌吸引子

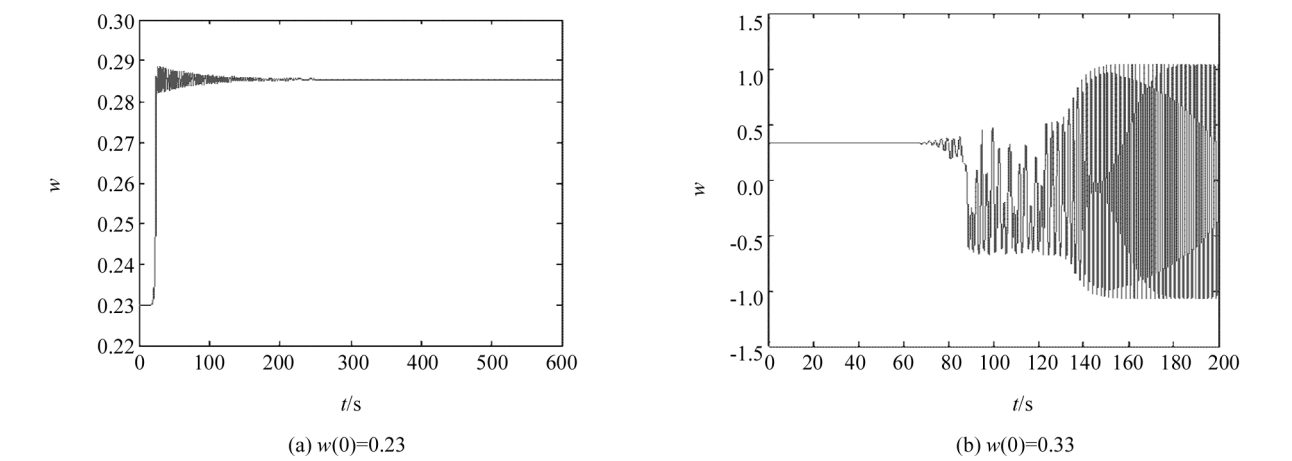


图 7 初值 $w(0)$ 变化，系统部分状态转移行为

3 结 论

本文提出了由 $q-\varphi$ 平面上的光滑三次单调上升非线性特性曲线描述的荷控忆阻器，在将其与一个负电阻串联基础上，构建了一个新超混沌系统，该系统与磁控忆阻器蔡氏电路成对偶关系，不仅为蔡氏混沌系统家族增添了一位新成员，而且具复杂动力学行为，如系统对电路参数、初始条件的高度敏感性、状态转移的多样性、混沌的普遍暂态性等特性，将在自动控制、保密通讯和混沌密码等领域具有潜在应用价值。

参考文献：

[1] CHUA L O. Memristor-the Missing Circuit Element [J]. IEEE Trans Circuit Theory, 1971, 18(5): 507—519.
[2] CHUA L O, KANG S M. Memristive Devices and System [J]. Proc IEEE, 1976, 64(2): 209—223.
[3] STRUKOV D B, SNIDER G S, STEWART D R, et al. The Missing Memristor Found [J]. Nature, 2008, 453(7191):

80—83.

- [4] ITOH M, CHUA L O. Memristor Oscillators [J]. Int J Bifurcat Chaos, 2008, 18(11): 3183—3206.
- [5] MUTHUSWAMY B, KOKATE P P. Memristor Based Chaotic Circuit [J]. IETE Technical Rev, 2009, 26(6): 415—426.
- [6] MUTHUSWAMY B. Implementing Memristor Based Chaotic Circuit [J]. Int J Bifurcat Chaos, 2010, 20(5): 1335—1350.
- [7] 包伯成, 刘 中, 许建平. 忆阻混沌振荡器的动力学分析 [J]. 物理学报, 2010, 59(6): 3785—3793.
- [8] 包伯成, 王其红, 许建平. 基于忆阻元件的五阶混沌电路研究 [J]. 电路与系统学报, 2011, 16(2): 66—70.
- [9] 包伯成, 史国栋, 许建平, 等. 含两个忆阻器混沌电路的动力学分析 [J]. 中国科学(E辑), 2011, 41(8): 1135—1142.
- [10] 包伯成, 胡 文, 许建平, 等. 忆阻混沌电路的分析与实现 [J]. 物理学报, 2011, 60(12): 120502.
- [11] 王光义, 王春雷, 陈 维, 等. 一个磁控忆阻器混沌电路及其 FPGA 实现 [J]. 电路与系统学报, 2011, 16(6): 114—119.
- [12] 许碧荣. 一种最简的并行忆阻器混沌系统 [J]. 物理学报, 2013, 62(19): 190506.
- [13] 洪庆辉, 曾以成, 李志军. 含磁控和荷控两种忆阻器的混沌电路设计与仿真 [J]. 物理学报, 2013, 62(23): 230502.
- [14] 李志军, 曾以成. 基于文氏振荡器的忆阻混沌电路 [J]. 电子与信息学报, 2014, 36(1): 88—93.
- [15] 段美涛, 王丽丹, 段书凯. 忆阻感知器在逻辑分类中的应用 [J]. 重庆理工大学学报(自然科学版), 2013(1): 71—75.

Analysis of Chua's Dual Chaotic Circuit About Charge-Controlled Memristor

WANG Ting-jiang

Department of Basic Science, Rongchang Campus, Southwest University, Rongchang, Chongqing 402460, China

Abstract: Based on the existing research about flux-controlled memristor Chua's chaotic circuit, a new hyper-chaotic system about charge-controlled memristor is constructed, which is dual to flux-controlled Chua's chaotic circuit. A kinetics study has found that the new system shares some characteristics with flux-controlled memristor Chua's chaotic circuit. For example, their equilibrium points are an equilibrium point set, their dynamical behavior is not only associated with the circuit parameters, but also closely dependent on the initial conditions of the circuit, and some novel nonlinear phenomena, such as the transient chaos and state transitions are present. Some new features have been found: transient chaos is ubiquitous by changing initial value, when parameters of the system are determined, the state of the system eventually evolves into a stable periodic motion state; two orbits are shown in a small area near the stable equilibrium point.

Key words: charge-controlled memristor; flux-controlled memristor; dual circuit; transient chaos

责任编辑 汤振金

