DOI：10.13718/j.cnki.xdzk.2016.05.016

有限混合偏 t 分布极值分布的点点收敛速度①

侯景耀，　彭作祥

西南大学 数学与统计学院，重庆 400715

摘要：研究了独立同有限混合偏 t 分布随机变量序列 $\{T_n, n \geqslant 1\}$ 的规范化最大值的极限分布及其点点收敛速度.

关　键　词：有限混合偏 t 分布；最大值；极限分布；点点收敛速度

中图分类号：**O211.4**　　**文献标志码**：**A**　　**文章编号**：1673－9868(2016)05－0094－06

有关偏 t 分布的研究由来已久. 文献[1]通过偏正态分布和 χ^2 分布定义了多维偏 t 分布；文献[2]给出了一维偏 t 分布的密度函数；文献[3]给出了有限混合偏 t 分布在数据处理中的应用. 本文主要研究一维有限混合偏 t 分布极值的极限分布和点点收敛速度.

偏 t 分布定义如下：设 X 服从参数为 λ 的标准有偏正态分布(记作 $X \sim SN(\lambda)$)，其密度函数为 $2\phi(x)\Phi(\lambda x)$，$x \in \mathbb{R}$，其中 $\phi(x)$ 和 $\Phi(x)$ 分别为标准正态分布的密度函数和累积分布函数. Y 为自由度为 v 的卡方分布(记为 $Y \sim \chi^2(v)$)，其密度函数为

$$g_v(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{v}{2}} \Gamma\left(\frac{v}{2}\right) x^{\frac{v}{2}-1} \exp\left(-\frac{x}{2}\right) \qquad x > 0$$

假设 X 与 Y 独立，令 $Z = \dfrac{X}{\sqrt{\dfrac{Y}{v}}}$，则称 Z 服从参数为 λ，自由度为 v 的偏 t 分布(记作 $Z \sim \mathrm{ST}(\lambda, v)$). 文献[1]给出 Z 的密度函数如下

$$f_{v,\lambda}(x) = \frac{2\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right) v^{\frac{v+1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)\sqrt{v\pi}} T_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\left(1+\frac{v}{y^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)\left(1+\frac{v}{y^2}\right)^{-\frac{v+1}{2}} y^{-v-1} \qquad x \in \mathbb{R} \tag{1}$$

其中：$T_{v+1}(x)$ 为自由度为 $v+1$ 的标准 t 分布函数，$t_{v+1}(x)$ 为对应的密度函数. 记 Z 的累积分布函数为 $F_{v,\lambda}(x)$. 当 $\lambda = 0$ 时，Z 服从自由度为 v 的标准 t 分布. 下面给出有限混合偏 t 分布的定义. 设 $Z_1, Z_2, \cdots, Z_r$ 是独立随机变量，Z_i 的累积分布函数为 $F_{v_i,\lambda_i}(x)$，$i = 1, 2, \cdots, r$. 定义一个新的随机变量 T，使得

$$T = \begin{cases} Z_1 & P(T = Z_1) = p_1 \\ Z_2 & P(T = Z_2) = p_2 \\ \vdots & \vdots \\ Z_r & P(T = Z_r) = p_r \end{cases}$$

---

① 收稿日期：2015－07－13
基金项目：国家自然科学基金项目(11171275)；重庆市自然科学基金项目(cstc2012jjA00029).
作者简介：侯景耀(1991－)，河南南阳人，硕士研究生，主要从事极值统计分析的研究.
通信作者：彭作祥，教授，博士研究生导师.

其中 $p_i \geqslant 0$，$1 \leqslant i \leqslant r$ 且 $\sum_{i=1}^{r} p_i = 1$. 则 T 的分布函数为

$$F_T(x) = p_1 F_{v_1, \lambda_1}(x) + p_2 F_{v_2, \lambda_2}(x) + \cdots + p_r F_{v_r, \lambda_r}(x) \tag{2}$$

称 T 为 r 项偏 t 分布混合生成的分布. 不失一般性，本文均假设 $0 < v_i < v_j (1 \leqslant i < j \leqslant r)$，且 $\lambda_i \in \mathbb{R}(i = 1,2,\cdots,r)$. 当 λ_i 全为 0 时，T 为 r 项标准 t 分布生成的有限混合分布.

为了得到本文的主要结果，我们需要下面的引理.

引理 1 $f_{v,\lambda}(x)$ 的定义见(1)式，$F_{v,\lambda}(x)$ 为对应的累积分布函数，记

$$C_v = \frac{2\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right) v^{\frac{v-1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)\sqrt{v\pi}}$$

则当 $x \to \infty$ 时，

$$1 - F_{v,\lambda}(x) = C_v T_{v+1}(\lambda\sqrt{v+1}) x^{-v} - \frac{C_v v^2}{2v+4}\left(\lambda\sqrt{v+1}\, t_{v+1}(\lambda\sqrt{v+1}) + (v+1) T_{v+1}(\lambda\sqrt{v+1})\right) x^{-v-2} + O(x^{-v-4})$$

且

$$\frac{1 - F_{v,\lambda}(x)}{f_{v,\lambda}(x)} \sim \frac{x}{v}$$

证 令 $Z \sim \mathrm{ST}(v, \lambda)$，则由(1)式知，$Z$ 的尾部概率表达式为

$$1 - F_{v,\lambda}(x) = C_v v \int_x^{\infty} T_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\left(1 + \frac{v}{y^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)\left(1 + \frac{v}{y^2}\right)^{-\frac{v+1}{2}} y^{-v-1} \mathrm{d}y \tag{3}$$

通过分部积分可得，

$$\begin{aligned}
&\int_x^{\infty} T_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\left(1 + \frac{v}{y^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)\left(1 + \frac{v}{y^2}\right)^{-\frac{v+1}{2}} y^{-v-1} \mathrm{d}y = \\
&\frac{1}{v} T_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\left(1 + \frac{v}{x^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)\left(1 + \frac{v}{x^2}\right)^{-\frac{v+1}{2}} x^{-v} + \\
&(v+1)\int_x^{\infty} T_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\left(1 + \frac{v}{y^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)\left(1 + \frac{v}{y^2}\right)^{-\frac{v+3}{2}} y^{-v-3} \mathrm{d}y + \\
&\lambda\sqrt{v+1}\int_x^{\infty} t_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\left(1 + \frac{v}{y^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)\left(1 + \frac{v}{y^2}\right)^{-\frac{v+4}{2}} y^{-v-3} \mathrm{d}y
\end{aligned} \tag{4}$$

由于

$$\begin{aligned}
&(v+1)\int_x^{\infty} T_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\left(1 + \frac{v}{y^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)\left(1 + \frac{v}{y^2}\right)^{-\frac{v+3}{2}} y^{-v-3} \mathrm{d}y + \\
&\lambda\sqrt{v+1}\int_x^{\infty} t_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\left(1 + \frac{v}{y^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)\left(1 + \frac{v}{y^2}\right)^{-\frac{v+4}{2}} y^{-v-3} \mathrm{d}y = \\
&\left[\frac{v+1}{v+2} T_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\left(1 + \frac{v}{x^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)\left(1 + \frac{v}{x^2}\right)^{-\frac{v+3}{2}} + \right. \\
&\left.\frac{\lambda\sqrt{v+1}}{v+2} t_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\left(1 + \frac{v}{x^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)\left(1 + \frac{v}{x^2}\right)^{-\frac{v+4}{2}}\right] x^{-v-2} + \\
&\frac{v+1}{v+2}\left[(v+3)v\int_x^{\infty} y^{-v-5} T_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\left(1 + \frac{v}{y^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)\left(1 + \frac{v}{y^2}\right)^{-\frac{v+5}{2}} \mathrm{d}y + \right.
\end{aligned}$$

$$\lambda v\sqrt{v+1}\int_x^{\infty} y^{-v-5} t_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\left(1+\frac{v}{y^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)\left(1+\frac{v}{y^2}\right)^{-\frac{v+6}{2}} \mathrm{d}y\Bigg]+$$

$$\frac{\lambda\sqrt{v+1}}{v+2}\Bigg[(v+4)v\int_x^{\infty} y^{-v-5} t_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\left(1+\frac{v}{y^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)\left(1+\frac{v}{y^2}\right)^{-\frac{v+6}{2}} \mathrm{d}y+$$

$$\lambda v\sqrt{v+1}\int_x^{\infty} y^{-v-5} t'_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\left(1+\frac{v}{y^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)\left(1+\frac{v}{y^2}\right)^{-\frac{v+7}{2}} \mathrm{d}y\Bigg] \tag{5}$$

其中 $t_v{}'(x)$ 为 $t_v(x)$ 的一阶导数，即

$$t_v{}'(x)=-\frac{(v+1)\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)x}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)v^{\frac{3}{2}}\sqrt{\pi}}\left(1+\frac{x^2}{v}\right)^{-\frac{v+3}{2}}$$

利用洛比达法则以及 $T_v(x)(v>0)$ 在$(-\infty,+\infty)$ 的连续性易得，当 $x\to\infty$ 时，

$$\int_x^{\infty} y^{-v-5} T_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\left(1+\frac{v}{y^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)\left(1+\frac{v}{y^2}\right)^{-\frac{v+5}{2}} \mathrm{d}y \sim \frac{1}{v+4}T_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\right)x^{-v-4} \tag{6}$$

同理可得，当 $x\to\infty$ 时，

$$\int_x^{\infty} y^{-v-5} t_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\left(1+\frac{v}{y^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)\left(1+\frac{v}{y^2}\right)^{-\frac{v+6}{2}} \mathrm{d}y \sim \frac{1}{v+4}t_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\right)x^{-v-4} \tag{7}$$

$$\int_x^{\infty} y^{-v-5} t'_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\left(1+\frac{v}{y^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)\left(1+\frac{v}{y^2}\right)^{-\frac{v+7}{2}} \mathrm{d}y \sim \frac{1}{v+4}t'_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\right)x^{-v-4} \tag{8}$$

由(3)—(8) 式知，$x\to\infty$ 时，

$$\begin{aligned}1-F_{v,\lambda}(x)=&C_v T_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\left(1+\frac{v}{x^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)\left(1+\frac{v}{x^2}\right)^{-\frac{v+1}{2}}x^{-v}+\\&C_v v\Bigg[\frac{v+1}{v+2}T_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\left(1+\frac{v}{x^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)\left(1+\frac{v}{x^2}\right)^{-\frac{v+3}{2}}+\\&\frac{\lambda\sqrt{v+1}}{v+2}t_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\left(1+\frac{v}{x^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)\left(1+\frac{v}{x^2}\right)^{-\frac{v+4}{2}}\Bigg]x^{-v-2}+\\&O(x^{-v-4})\end{aligned} \tag{9}$$

由泰勒展开式知，

$$\left(1+\frac{v}{x^2}\right)^{\alpha}=1+\frac{\alpha v}{x^2}+\frac{\alpha(\alpha-1)v}{x^4}+O(x^{-6}) \tag{10}$$

$$T_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\left(1+\frac{v}{x^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)=T_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\right)-\frac{\lambda v\sqrt{v+1}}{2}t_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\right)x^{-2}+O(x^{-4}) \tag{11}$$

$$t_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\left(1+\frac{v}{x^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)=t_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\right)-\frac{\lambda v\sqrt{v+1}}{2}t'_{v+1}\left(\lambda\sqrt{v+1}\right)x^{-2}+O(x^{-4}) \tag{12}$$

将(10)—(12) 式代入(9) 式即得结论. 引理 1 证毕.

下面给出本文的主要结果. 定理 1 给出了有限混合偏 t 分布极值的极限分布，定理 2 给出了其点点收敛速度.

定理 1　设$\{T_n, n\geqslant 1\}$ 为独立同有限混合分布随机变量序列，其公共分布函数 $F_T(x)$ 定义见(2) 式，记

$$M_n=\max_{1\leqslant k\leqslant n}\{T_k\}$$

$$C_{v_k}=\frac{2\Gamma\left(\frac{v_k+1}{2}\right)v_k^{\frac{vk-1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{v_k}{2}\right)\sqrt{v_k\pi}}$$

则对任意 $x>0$，存在规范常数

$$a_n=n^{\frac{1}{v1}}(p_1C_{v_1}T_{v_1+1}(\lambda_1\sqrt{v_1+1}))^{\frac{1}{v1}}$$

使得

$$\lim_{n\to\infty}P(M_n\leqslant a_nx)=\exp(-x^{-v_1})$$

证 对于 $v_k>0\ (k=1,2,\cdots,r)$，且 $v_i<v_j\,(1\leqslant i<j\leqslant r)$，当 $x\to\infty$，由引理 1 知，

$$\begin{aligned}1-F_T(x)=&\sum_{k=1}^{r}p_k(1-F_{v_k,\lambda_k}(x))=p_1C_{v_1}T_{v_1+1}(\lambda_1\sqrt{v_1+1})x^{-v_1}+O(x^{-v_1-2})+\\&x^{-v_1}\Big[\sum_{k=2}^{r}p_kC_{v_k}T_{v_k+1}(\lambda_k\sqrt{v_k+1})x^{-(v_k-v_1)}+O(x^{-(v_2-v_1)-2})\Big]\sim\\&p_1C_{v_1}T_{v_1+1}(\lambda_1\sqrt{v_1+1})x^{-v_1}\end{aligned}\tag{13}$$

因此对任意 $x>0$，有

$$\lim_{t\to\infty}\frac{1-F_T(tx)}{1-F_T(t)}=x^{-v_1}$$

由文献[4]的推论 1.12 知 $F_T(x)\in D(\Phi_{v_1})$. 由于 $F_T(x)$ 在 $x\in\mathbb{R}$ 上连续，则存在 t_n 使得 $n(1-F_T(t_n))=1$. 再根据(13)式容易得到

$$np_1C_{v_1}T_{v_1+1}(\lambda_1\sqrt{v_1+1})t_n^{-v_1}\to 1$$

整理上式可得

$$t_n=n^{\frac{1}{v1}}(p_1C_{v_1}T_{v_1+1}(\lambda_1\sqrt{v_1+1}))^{\frac{1}{v1}}(1+o(1))$$

令

$$a_n=n^{\frac{1}{v1}}(p_1C_{v_1}T_{v_1+1}(\lambda_1\sqrt{v_1+1}))^{\frac{1}{v1}}$$

则

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{t_n}=1$$

根据文献[5]的 Khintchine 定理，结论成立.

定理 2 在定理 1 的条件下，令 $\Delta_n=P(M_n\leqslant a_nx)-\exp(-x^{-v_1})$. 当 $n\to\infty$ 时，

1) 若 $0<v_1<2$，

(i) 当 $v_1<v_2<2v_1$ 时，有

$$\Delta_n\sim-\exp(-x^{-v_1})p_2C_{v_2}T_{v_2+1}(\lambda_2\sqrt{v_2+1})(p_1C_{v_1}T_{v_1+1}(\lambda_1\sqrt{v_1+1}))^{-\frac{v2}{v1}}n^{\frac{v1-v2}{v1}}x^{-v_2}$$

(ii) 当 $v_2=2v_1$ 时，有

$$\Delta_n\sim\exp(-x^{-v_1})\left(\frac{1}{2}-p_2C_{2v_1}T_{2v_1+1}(\lambda_2\sqrt{2v_1+1})(p_1C_{v_1}T_{v_1+1}(\lambda_1\sqrt{v_1+1}))^{-2}\right)\frac{1}{n}x^{-2v_1}$$

(iii) 当 $v_2>2v_1$ 时，有

$$\Delta_n\sim\exp(-x^{-v_1})\frac{x^{-2v_1}}{2n}$$

2) 若 $v_1=2$，

(i) 当 $2<v_2<4$ 时，有

$$\Delta_n\sim-\exp(-x^{-2})p_2C_{v_2}T_{v_2+1}(\lambda_2\sqrt{v_2+1})(p_1C_{v_1}T_{v_1+1}(\lambda_1\sqrt{v_1+1}))^{-\frac{v2}{v1}}n^{\frac{v1-v2}{v1}}x^{-v_2}$$

(ii) 当 $v_2=4$ 时，有

$$\Delta_n\sim\exp(-x^{-2})\Bigg[\frac{1}{2}+\left(\frac{\sqrt{3}\lambda_1}{2}t_3(\lambda_1\sqrt{3})+\frac{3}{2}T_3(\lambda_1\sqrt{3})\right)(p_1C_2)^{-1}\big(T_3(\lambda_1\sqrt{3})\big)^{-2}-$$
$$p_2C_4T_5(\lambda_2\sqrt{5})\big(p_1C_2T_3(\lambda_1\sqrt{3})\big)^{-2}\Bigg]\frac{x^{-4}}{n}$$

(iii) 当 $v_2>4$ 时，有

$$\Delta_n\sim\exp(-x^{-2})\left[\frac{1}{2}+\left(\frac{\sqrt{3}\lambda_1}{2}t_3(\lambda_1\sqrt{3})+\frac{3}{2}T_3(\lambda_1\sqrt{3})\right)(p_1C_2)^{-1}\big(T_3(\lambda_1\sqrt{3})\big)^{-2}\right]\frac{x^{-4}}{n}$$

3) 若 $v_1>2$，

(i) 当 $v_1<v_2<v_1+2$ 时，有

$$\Delta_n\sim-\exp(-x^{-v_1})p_2C_{v_2}T_{v_2+1}(\lambda_2\sqrt{v_2+1})(p_1C_{v_1}T_{v_1+1}(\lambda_1\sqrt{v_1+1}))^{-\frac{v2}{v1}}n^{\frac{v1-v2}{v1}}x^{-v_2}$$

(ii) 当 $v_2=v_1+2$ 时，有

$$\Delta_n\sim\exp(-x^{-v_1})\Bigg[(p_1C_{v_1})^{-\frac{2}{v1}}\frac{v_1^2}{2v_1+4}(\lambda_1\sqrt{v_1+1}t_{v_1+1}(\lambda_1\sqrt{v_1+1})+$$
$$(v_1+1)T_{v_1+1}(\lambda_1\sqrt{v_1+1}))(T_{v_1+1}(\lambda_1\sqrt{v_1+1}))^{-\frac{v1+2}{v1}}-$$
$$p_2C_{v_1+2}T_{v_1+3}(\lambda_1\sqrt{v_1+3})(p_1C_{v_1}T_{v_1+1}(\lambda_1\sqrt{v_1+1}))^{-\frac{v2}{v1}}\Bigg]n^{-\frac{2}{v1}}x^{-v_1-2}$$

(iii) 当 $v_2>v_1+2$ 时，有

$$\Delta_n\sim\exp(-x^{-v_1})(p_1C_{v_1})^{-\frac{2}{v1}}\frac{v_1^2}{2v_1+4}(\lambda_1\sqrt{v_1+1}t_{v_1+1}(\lambda_1\sqrt{v_1+1})+$$
$$(v_1+1)T_{v_1+1}(\lambda_1\sqrt{v_1+1}))(T_{v_1+1}(\lambda_1\sqrt{v_1+1}))^{-\frac{v1+2}{v1}}n^{-\frac{2}{v1}}x^{-v_1-2}$$

证　令 $\tau_n=n(1-F_T(a_nx))$，则由引理 1 得

$$\tau_n=x^{-v_1}-p_1\frac{C_{v_1}v_1^2}{2v_1+4}\big(\lambda_1\sqrt{v_1+1}t_{v_1+1}(\lambda_1\sqrt{v_1+1})+(v_1+1)T_{v_1+1}(\lambda_1\sqrt{v_1+1})\big)\cdot$$
$$(p_1C_{v_1}T_{v_1+1}(\lambda_1\sqrt{v_1+1}))^{-\frac{v1+2}{v1}}n^{-\frac{2}{v1}}x^{-v_1-2}+p_2C_{v_2}T_{v_2+1}(\lambda_2\sqrt{v_2+1})\cdot$$
$$(p_1C_{v_1}T_{v_1+1}(\lambda_1\sqrt{v_1+1}))^{-\frac{v2}{v1}}n^{-\frac{v2-v1}{v1}}x^{-v_2}+O(n^{-\frac{4}{v1}})+O(n^{-\frac{v3-v1}{v1}})+O(n^{-\frac{v2-v1+2}{v1}})$$

所以

$$\tau-\tau_n=p_1\frac{C_{v_1}v_1^2}{2v_1+4}\big(\lambda_1\sqrt{v_1+1}t_{v_1+1}(\lambda_1\sqrt{v_1+1})+(v_1+1)T_{v_1+1}(\lambda_1\sqrt{v_1+1})\big)\cdot$$
$$(p_1C_{v_1}T_{v_1+1}(\lambda_1\sqrt{v_1+1}))^{-\frac{v1+2}{v1}}n^{-\frac{2}{v1}}x^{-v_1-2}-$$
$$p_2C_{v_2}T_{v_2+1}(\lambda_2\sqrt{v_2+1})(p_1C_{v_1}T_{v_1+1}(\lambda_1\sqrt{v_1+1}))^{-\frac{v2}{v1}}n^{-\frac{v2-v1}{v1}}x^{-v_2}+$$
$$O(n^{-\frac{4}{v1}})+O(n^{-\frac{v3-v1}{v1}})+O(n^{-\frac{v2-v1+2}{v1}})$$

结合文献[5] 的定理 2.4.2，定理 2 得证.

参考文献:

[1] AZZALINI A, CAPITANIO A. Distributions Generated by Perturbation of Symmetry with Emphasis on a Multivariate Skewt Distribution [J]. Journal of the Royal Statistical Society: Series B, 2003, 65: 367−389.

[2] AAST K, HAFF I H. The Generalized Hyperbolic Skew Student's t-Distribution [J]. Journal of Financial Econometrics, 2006, 4(2): 275−309.

[3] FRÜHWIRTH-SCHNATTER S, PYNE S. Bayesian Inference for Finite Mixtures of Univariate and Multivariate Skew-Normal and Skew-t Distributions [J]. Biostatistics, 2010, 11(2): 317−336.

[4] RESNICK S I. Extreme Values, Regular Variation, and Point Processes [M]. New York: Springer-Verlag, 1987.

[5] LEADBETTER M R, LINDGREN G, ROOTZÉN H. Extremes and Related Properties of Random Sequences and Processes [M]. New York: Springer-Verlag, 1983.

Pointwise Convergence Rate of Extreme of Mixed Skew *t* Distribution

HOU Jing-yao, PENG Zuo-xiang

School of Mathematics and Statistics, Southwest University, Chongqing 400715, China

Abstract: In this paper, let $\{T_n\}_{n\in N}$ be an independent and identically distributed random variable series with each following the mixed skew t distribution, and the limit distribution of normalized maximum and its pointwise convergence rate are studied.

Key words: finite mixed skew t distribution; maximum; limit distribution; pointwise convergence rate

责任编辑 张 枸