DOI：10.13718/j.cnki.xdzk.2016.07.020

具有交错扩散的三种群食物链模型整体解的存在性[①]

闫　莎

陕西理工大学 数学与计算机科学学院，陕西 汉中 723000

摘要：应用能量估计方法和 bootstrap 技巧讨论了一类带有交错扩散的三种群食物链模型，当空间维数小于 10 时，证明了该模型整体解的存在性.

关　键　词：食物链；交错扩散；梯度估计；整体解

中图分类号：O175.26　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1673－9868(2016)07－0121－06

考虑如下的具有交错扩散的三种群食物链模型

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=\Delta[(d_1+\alpha_{11}u)u]+u(1-u-a_1v) & (x,t)\in \boldsymbol{Q}_T \\ \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\Delta[(d_2+\alpha_{21}u+\alpha_{22}v)v]+v(a_1u-\dfrac{a_2w}{1+bv}-g_1-cv) & (x,t)\in \boldsymbol{Q}_T \\ \dfrac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}=\Delta[(d_3+\alpha_{33}w)w]+w(\dfrac{a_2v}{1+bv}-g_2) & (x,t)\in \boldsymbol{Q}_T \\ \dfrac{\partial u}{\partial \eta}=\dfrac{\partial v}{\partial \eta}=\dfrac{\partial w}{\partial \eta}=0 & (x,t)\in S_T \\ u(x,0)=u_0(x),\ v(x,0)=v_0(x),\ w(x,0)=w_0(x) & x\in \Omega \end{cases} \tag{1}$$

其中：u，v 和 w 分别代表食饵、捕食者和最高级捕食者的密度；$\alpha_{ii}(i=1,2,3)$ 是种群的自扩散系数，α_{21} 是种群的交错扩散系数；$u_0(x)$，$v_0(x)$，$w_0(x)$ 是不恒为零的非负函数；d_1，d_2，d_3，a_1，a_2，g_1，g_2，b，c 均为正常数，$d_i(i=1,2,3)$ 分别是种群 u，v，w 的扩散率，$a_i(i=1,2)$ 分别代表捕食者 v，w 的转化率，$g_i(i=1,2)$ 分别代表 v，w 的死亡率，b 是种群 w 的消化系数，c 代表种群 v 的密度制约系数；$Q_T=\Omega\times(0,T)$，$S_T=\partial\Omega\times(0,T)$，$\Omega$ 是 $\mathbb{R}^n$ 中具有光滑边界的有界区域；η 是 $\partial\Omega$ 的单位外法向.

与模型(1)相关的常微分问题已在文献[1]中作了研究.文献[1]展示了一个宽泛的动力学性态，包括混沌动力学、交错极限环和长期瞬时性态.在文献[2]中，Abrams 对模型(1)的动力学性态作了进一步的研究.与模型(1)对应的反应扩散系统的局部渐近稳定性和全局渐近稳定性在文献[3]中已被讨论.近年来，带有交错扩散的三种群互惠、捕食者－食饵模型解的整体性态在文献[4－6]中已被讨论.考虑到空间扩散与分离现象，本文主要讨论带有交错扩散的三种群食物链模型(1)的解的存在性.

问题(1)的局部解的存在唯一性是 Amann 系列论文[7－9]的直接推论，根据他的结论可得：若非负函数 u_0，v_0，$w_0\in W_p^1(\Omega)$ 且 $p>n$，则(1)式有唯一非负解 u，v，$w\in C([0,T_M),W_p^1(\Omega))\cap C^\infty((0,T_M),$

---

① 收稿日期：2015－04－18
基金项目：国家自然科学基金项目(11061031)；陕西理工学院校级科研项目(SLGKY15－34).
作者简介：闫　莎(1983－)，女，陕西汉中人，讲师，主要从事生态数学研究.

$C^{\infty}(\Omega)$)，其中 $T_M \in (0, +\infty]$ 是解的最大存在时间. 若进一步，解 (u, v, w) 满足

$$\sup\{\|u(\cdot, t)\|_{W_p^1(\Omega)}, \|v(\cdot, t)\|_{W_p^1(\Omega)}, \|w(\cdot, t)\|_{W_p^1(\Omega)}: t \in (0, T_M)\} < \infty$$

则 $T_M = +\infty$.

本文主要结论如下：

定理 1 假设 $u_0 \geqslant 0$，$v_0 \geqslant 0$，$w_0 \geqslant 0$ 为满足齐次 Neumann 边界条件的非负函数 $C^{2+\lambda}(\overline{\Omega})$($\lambda \in (0, 1)$)，则当空间维数 $n < 10$ 时，问题(1) 有唯一非负整体解 $u, v, w \in C^{2+\lambda, 1+\frac{\lambda}{2}}(\overline{\Omega} \times [0, \infty))$.

首先给出如下辅助结果.

引理 1 设 (u, v, w) 是问题(1) 的解，则存在正常数

$$M_1' = \max\left\{\|u_0 + v_0 + w_0\|_{L^{\infty}(\Omega)}, \frac{(l+1)^2 |\Omega|}{4l}\right\}$$

及

$$M_1 = \max\{\|u_0\|_{L^{\infty}(\Omega)}, |\Omega|\}, C_1$$

使得

$$v, w \geqslant 0 \qquad 0 \leqslant u \leqslant M_1 \qquad (x, t) \in Q_T$$

$$\|v(\cdot, t)\|_{L^1(\Omega)}, \|w(\cdot, t)\|_{L^1(\Omega)} \leqslant M_1', \|v\|_{L^2(Q_T)}, \|w\|_{L^2(Q_T)} \leqslant C_1$$

证 由极值原理易得

$$v, w \geqslant 0 \qquad 0 \leqslant u \leqslant \max\{\|u_0\|_{L^{\infty}(\Omega)}, |\Omega|\} = M_1$$

对(1) 式的第一个方程在 Ω 上积分，得

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\Omega}(u + v + w)\mathrm{d}x \leqslant -l\int_{\Omega}(u + v + w)\mathrm{d}x + \frac{(1+l)^2}{4}|\Omega|$$

其中 $l = \min\{g_1, g_2\}$. 因此

$$\|v(\cdot, t)\|_{L^1(\Omega)}, \|w(\cdot, t)\|_{L^1(\Omega)} \leqslant \max\left\{\|u_0 + v_0 + w_0\|_{L^{\infty}(\Omega)}, \frac{(l+1)^2 |\Omega|}{4l}\right\} = M_1'$$

对(1) 式的第二个方程在 Ω 上积分，得

$$|v|_{L^2(Q_T)} \leqslant C_1'$$

给(1) 式的第三个方程两边同乘 w，并在 Ω 上积分，得

$$|w|_{L^2(Q_T)} \leqslant C_1^*$$

故存在正常数 C_1 使得

$$\|u\|_{L^2(Q_T)} \qquad \|v\|_{L^2(Q_T)} \leqslant C_1$$

引理 2 设 (u, v, w) 是问题(1) 的解，$u_1 = (d_1 + \alpha_{11}u)u$，$Q_\tau = \Omega \times (0, \tau)$，$\tau < T_M$，则存在一个依赖于 $\|u_0\|_{W_2^1(\Omega)}$ 和 $\|u_0\|_{L^{\infty}(\Omega)}$ 的正常数 $C_2(\tau)$ 使得

$$\|u_1\|_{W_2^{2,1}(Q_\tau)} \leqslant C_2(\tau) \qquad \nabla u_1 \in V_2(Q_\tau)$$

注 1 引理 2 的证明类似文献[10] 引理 2.2.

接下来进行 v, w 的 L^r − 估计.

由引理 1、引理 2 及文献[11] 命题 2.1 易得如下引理：

引理 3 存在常数 $C_3(\tau) > 0$ 使得

$$\|\nabla u\|_{L^4(Q_T)} \leqslant C_1(T)$$

引理 4 设 $r > 2$，$p_r = \dfrac{2r}{r-2}$，$\alpha_{22}, \alpha_{33} > 0$. 假设存在一个仅依赖于 r, T, Ω 和(1) 式系数的正常数 $M_{r,T} > 0$，使得

$$\|\nabla v\|_{L^r(Q_T)} \leqslant M_{r,T}$$

则对 $\forall q > 1$，存在一正常数 $C(r, q, T) > 0$，$t \in [0, T)$，使得

$$\|v(\cdot, t)\|_{L^q(\Omega)}^q + \|\nabla(v^{\frac{q}{2}})\|_{L^2(Q_T)}^2 + \|\nabla(v^{\frac{(q+1)}{2}})\|_{L^2(Q_T)}^2 \leqslant$$

$$C(r,q,T)(1+\|v\|^{q-1}_{L^{\frac{p_r(q-1)}{2}}(Q_T)}) \tag{2}$$

$$\|w(\cdot,t)\|^q_{L^q(\Omega)}+\|\nabla(w^{\frac{q}{2}})\|^2_{L^2(Q_T)}+\|\nabla(w^{\frac{(q+1)}{2}})\|^2_{L^2(Q_T)}\leqslant$$

$$C(r,q,T)(1+\|w\|^{q-1}_{L^{\frac{p_r(q-1)}{2}}(Q_T)}) \tag{3}$$

证　对任意常数 $q>1$，在(1) 式第二个方程两端同乘以 qv^{q-1}，通过分部积分可得

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_\Omega v^q\mathrm{d}x\leqslant -d_2q(q-1)\int_\Omega v^{q-2}\mid\nabla v\mid^2\mathrm{d}x-2\alpha_{22}q(q-1)\int_\Omega v^{q-1}\mid\nabla v\mid^2\mathrm{d}x-$$

$$\alpha_{21}(q-1)\int_\Omega\nabla(v^q)\nabla u\,\mathrm{d}x+a_1qM_1\int_\Omega v^q\mathrm{d}x \tag{4}$$

对(4) 式在$[0,t]$上积分，易得

$$\int_\Omega v^q(x,t)\mathrm{d}x-\int_\Omega v^q(x,0)\mathrm{d}x\leqslant -\frac{4d_2(q-1)}{q}\int_{Q_t}|\nabla(v^{\frac{q}{2}})|^2\mathrm{d}x\mathrm{d}t-$$

$$\frac{8q(q-1)\alpha_{22}}{(q+1)^2}\int_{Q_t}|\nabla(v^{\frac{q+1}{2}})|^2\mathrm{d}x\mathrm{d}t-$$

$$\alpha_{21}(q-1)\int_{Q_t}\nabla(v^q)\nabla u\,\mathrm{d}x\mathrm{d}t+a_1qM_1\int_{Q_t}v^q\mathrm{d}x\mathrm{d}t \tag{5}$$

即

$$\int_\Omega v^q(x,t)\mathrm{d}x+\frac{4d_2(q-1)}{q}\int_{Q_t}|\nabla(v^{\frac{q}{2}})|^2\mathrm{d}x\mathrm{d}t+\frac{8q(q-1)\alpha_{22}}{(q+1)^2}\int_{Q_t}|\nabla(v^{\frac{q+1}{2}})|^2\mathrm{d}x\mathrm{d}t\leqslant$$

$$\int_\Omega v^q(x,0)\mathrm{d}x-\alpha_{21}(q-1)\int_{Q_t}\nabla(v^q)\nabla u\,\mathrm{d}x\mathrm{d}t+a_1qM_1\int_{Q_t}v^q\mathrm{d}x\mathrm{d}t \tag{6}$$

因为$\frac{1}{r}+\frac{1}{2}+\frac{1}{p_r}=1$，由 Holder 不等式和 Poincaré 不等式，得

$$a_1qM_1\int_{Q_t}v^q\mathrm{d}x\mathrm{d}t\leqslant C_4\|v\|^{\frac{q-1}{2}}_{L^{\frac{p_r(q-1)}{2}}(Q_t)}\|\nabla(v^{\frac{q+1}{2}})\|_{L^2(Q_t)} \tag{7}$$

注意到 $\nabla u\in L^r(Q_T)$ 由 Holder 不等式，得

$$\left|\int_{Q_t}\nabla(v^q)\nabla u\,\mathrm{d}x\mathrm{d}t\right|\leqslant\frac{2q}{q+1}\|v\|^{\frac{q-1}{2}}_{L^{\frac{p_r(q-1)}{2}}(Q_t)}\|\nabla(v^{\frac{q+1}{2}})\|_{L^2(Q_t)}\|\nabla u\|_{L^r(Q_t)}\leqslant$$

$$\frac{2q}{q+1}M_{r,T}\|v\|^{\frac{q-1}{2}}_{L^{\frac{p_r(q-1)}{2}}(Q_t)}\|\nabla(v^{\frac{q+1}{2}})\|_{L^2(Q_t)} \tag{8}$$

将(7),(8) 式代入(6) 式得

$$\int_\Omega v^q(x,t)\mathrm{d}x+\frac{4d_2(q-1)}{q}\int_{Q_t}|\nabla(v^{\frac{q}{2}})|^2\mathrm{d}x\mathrm{d}t+\frac{8q(q-1)\alpha_{22}}{(q+1)^2}\int_{Q_t}|\nabla(v^{\frac{q+1}{2}})|^2\mathrm{d}x\mathrm{d}t\leqslant$$

$$C_5+\frac{C_6}{4\varepsilon}\|v\|^{q-1}_{L^{\frac{p_r(q-1)}{2}}(Q_t)}+C_6\varepsilon\|\nabla(v^{\frac{q+1}{2}})\|^2_{L^2(Q_t)} \tag{9}$$

其中正常数 C_5,C_6 依赖于 q,T,Ω 及(1) 式的系数和初值. 只要选择充分小的 ε，使得 $C_6\varepsilon<\frac{8q(q-1)\alpha_{22}}{(q+1)^2}$，再结合(9) 式就得到(2) 式.

同理可得(3) 式，从而引理 4 得证.

对任意常数 a，记 $a_+=\max\{a,0\}$.

引理 5　设 α_{11},$\alpha_{22}>0$，则存在正常数 $C_7(T)$,$C_8(T)$ 使得

$$\|v\|_{V_2(Q_T)}\leqslant C_7(T)\qquad \|w\|_{V_2(Q_T)}\leqslant C_8(T)$$

进一步，对任意 $r<\frac{4(n+1)}{(n-2)_+}$，存在正常数 C'_{r_1,T_1},C'_{r_2,T_2} 使得

$$\|v\|_{L^{r}(Q_T)} \leqslant C'_{r_1,T_1} \qquad \|w\|_{L^{r}(Q_T)} \leqslant C'_{r_2,T_2}$$

证　对任意 $q>1$，令 $X=v^{\frac{q+1}{2}}$，且

$$E \equiv \sup_{0\leqslant t<T}\int_{\Omega} v^{q}(x,t)\mathrm{d}x+\int_{Q_T}|\nabla(v^{\frac{q+1}{2}})|^{2}\mathrm{d}x\mathrm{d}t=\sup_{0\leqslant t<T}\int_{\Omega}X^{\frac{2q}{q+1}}\mathrm{d}x+\int_{Q_T}|\nabla X|^{2}\mathrm{d}x\mathrm{d}t$$

令 $r_0=4$，$p_0=\dfrac{2r_0}{r_0-2}$，则由引理3得 $\nabla u\in L^{r_0}(Q_T)$，再结合引理4得

$$E+\|\nabla(v^{\frac{q}{2}})\|^{2}_{L^{2}(Q_T)} \leqslant C(r_0,q,T)\Big(1+\|X\|^{\frac{2(q-1)}{q+1}}_{L^{\frac{p_0(q-1)}{q+1}}(Q_T)}\Big) \tag{10}$$

其中 $C(r_0,q,T)>0$ 是依赖于 T，Ω，初值 v_0，w_0 以及(1)式的系数的正常数. 设 $\bar{\beta}=\dfrac{2}{q+1}\in(0,1)$，由引理1得，存在一个正常数 $C_9(T)$ 使得

$$\|X(\cdot,t)\|_{L^{\bar{\beta}}(\Omega)}=\|v(\cdot,t)\|^{\frac{1}{\bar{\beta}}}_{L^{1}(\Omega)} \leqslant C_9(T)^{\frac{1}{\bar{\beta}}} \qquad \forall t\in[0,T] \tag{11}$$

对于任意的 $q>1$，我们限定

$$(np_0-2n-4)q \leqslant 2n+np_0 \tag{12}$$

则有

$$\frac{p_0(q-1)}{q+1} \leqslant \bar{q}=2+\frac{4q}{n(q+1)}$$

因此，由Holder不等式、(11)式、文献[10]引理2.4和 E 的定义，得

$$\|X\|_{L^{\frac{p_0(q-1)}{q+1}}(Q_T)} \leqslant C_{10}(q,T)\|X\|_{L^{\bar{q}}(Q_T)} \leqslant C_{10}(q,T)M_2(1+E^{\frac{2}{n\bar{q}}}E^{\frac{1}{\bar{q}}}) \tag{13}$$

再结合(10)式和(13)式知存在正常数 $C_{11}>0$，使得

$$E \leqslant C_{11}(q,T)(1+E^{\mu}E^{\nu}) \tag{14}$$

其中

$$\mu=\frac{4(q-1)}{n\bar{q}(q+1)} \qquad \nu=\frac{2(q-1)}{\bar{q}(q+1)}$$

又由 $\mu+\nu<1$ 知 E 有界，因此 $X\in L^{\bar{q}}(Q_T)$，相应地 $v\in L^{r}(Q_T)$，这里 $r=\dfrac{\bar{q}(q+1)}{2}$，$q$ 满足(12)式.

当 $n\leqslant 2$ 时，有

$$np_0-2n-4=\frac{4n+8-4r_0}{r_0-2}=2(n-2)\leqslant 0 \tag{15}$$

所以(12)式对任意的 q 均成立，即 $n\leqslant 2$ 时，$v\in L^{r}(Q_T)(r>1)$.

当 $n>2$ 时，(12)式等价于

$$1<q\leqslant q_0:=\frac{2n+np_0}{np_0-2n-4}=\frac{n(r_0-1)}{n+2-r_0}=\frac{3n}{n-2} \tag{16}$$

于是

$$r=\frac{\bar{q}(q+1)}{2}=q+1+\frac{2q}{n}\leqslant \bar{r}_1:=q_0+1+\frac{2q_0}{n}=\frac{(n+1)r_0}{n+2-r_0}=\frac{4(n+1)}{n-2} \tag{17}$$

综上，当 $1<r\leqslant \bar{r}_1$ 时，$v\in L^{r}(Q_T)$，又因为 $q=2$ 满足(12)式，于是在(10)式中令 $q=2$，再结合(13)式得 $|v|_{V_2(Q_T)}\leqslant C_7(T)$.

同理可证 $\|w\|_{L^{r}(Q_T)}\leqslant C'_{r_2,T_2}$ 及 $|w|_{V_2(Q_T)}\leqslant C_8(T)$. 这就完成了引理5的证明.

引理6　设 $r_1>\max\{\dfrac{n+2}{2},3\}$ 若存在正常数 $C_{r_1,T}$，$C_{r_2,T}$ 使得

$$\|v\|_{L^{r_1}(Q_T)}\leqslant C_{r_1,T} \qquad \|w\|_{L^{r_1}(Q_T)}\leqslant C_{r_2,T}$$

则对任意的 $r>1$，v，$w\in L^{r}(Q_T)$.

证　把(1)式的第一个方程改写成散度形式

$$u_t = \nabla[(d_1 + 2\alpha_{11}u)\nabla u] + u(1 - u - a_1 v) \tag{18}$$

由引理 1 知，$d_1 + 2\alpha_{11}u$ 在 $\overline{Q}_T$ 上有界，当 $r_1 > \dfrac{n+2}{2}$ 时，

$$u(1 - u - a_1 v) \in L^{r_1}(Q_T)$$

又由文献[12]定理 10.1 得，存在 $\beta > 0$，使得

$$u \in C^{\beta,\frac{\beta}{2}}(\overline{Q}_T) \tag{19}$$

进一步有

$$u_{1t} = (d_1 + 2\alpha_{11}u)\Delta u_1 + h_1 \tag{20}$$

这里 $u_1 = (d_1 + \alpha_{11}u)u$，$h_1 = (d_1 + 2\alpha_{11}u)[u(1-u) - a_1 uv]$. 由引理 1 以及引理 6 的假设得 $h_1(x,t) \in L^{r_1}(Q_T)$. 由式(19)，(20)以及文献[11]引理 2.2 得

$$u_1 \in W^{2,1}_{r_1}(Q_T)$$

这蕴含着 $\nabla u = \dfrac{1}{d_1 + \alpha_{11}u}\nabla u_1 \in L^{r_1}(Q_T)$. 再回到引理 5 的证明过程，把其中的 r_0, p_0 分别用 $r_1, p_1 = \dfrac{2r_1}{r_1 - 2}$ 代替，则对任意的 $r > 1$ 有 $v, w \in L^r(Q_T)$，否则 $v, w \in L^{r_2}(Q_T)$，这里 $r_2 := \dfrac{(n+1)r_1}{n + 2 - r_1}$. 而 $v, w \in L^{r_2}(Q_T)$ 的充要条件是

$$n + 2 - r_1 > 0$$

若 $v, w \in L^{r_2}(Q_T)$，则 $h_1 \in L^{r_2}(Q_T)$. 仍由抛物型方程基本估计得 $\nabla u \in L^{r_2}(Q_T)$. 重复估计过程，得到一迭代序列

$$r_{k+1} := \frac{(n+1)r_k}{n + 2 - r_k} \tag{21}$$

只要

$$n + 2 - r_k \leqslant 0 \tag{22}$$

就有 $v, w \in L^r(Q_T)$，$\forall r > 1$，又 $r_1 > 3$，结合式(21)式，由归纳法可得 $r_k > 3 (k = 1, 2, \cdots)$，且

$$\frac{r_{k+1}}{r_k} = \frac{n+2}{n + 2 - r_k} \geqslant \frac{n+1}{n-1} > 1$$

因此，序列$\{r_k\}$是严格单调递增的，从而存在 k 使得(22)式成立，于是存在正常数 k，使得 $v, w \in L^r(Q_T)$，$\forall r > 1$.

定理 1 的证明　当 $n < 10$ 时，有$\dfrac{n+2}{2} < \dfrac{4(n+1)}{(n-2)_+}$. 于是，由引理 5 和引理 6 不难证明，对任意 $r > 1$ 有 $v, w \in L^r(Q_T)$，$v, w \in V_2(Q_T)$. 类似于文献[10]定理 1.1 的证明，可得，$u, v, w \in C^{2+\lambda, 1+\frac{\lambda}{2}}(\overline{\Omega} \times [0, \infty))$，定理 1 得证.

参考文献：

[1]　ARMSTRONG R，MCGHEE R. Competitive Exclution [J]. Nature，1980，115：151－170.

[2]　ABRSMS A，BRASSIL E，HOLT D. Dynamics and Responses to Mortality Rates of Competing Predators Undergoing Predator-Prey Cycles [J]. Theoretical Population Biology，2003，64(2)：163－176.

[3]　闫　莎. 具有 Holling II 类功能反应的三种群食物链扩散模型的稳定性 [J]. 甘肃联合大学学报，2010，24(1)：21－24.

[4]　FU S，WEN Z，CUI S. Uniform Boundedness and Stability of Global Solutions in a Strongly Coupled Three-Species Cooperating Model [J]. Nonlinear Analysis：RWA，2008，9(2)：272－289.

[5]　YANG F，FU S. Global Solution for a Tritrophic Food Chain Model with Diffusion [J]. Rocky Mountain，2008，38(5)：1785－1812.

[6] PANG P Y H, WANG M. Stability and Stationary Pattern in a Three-Species Predator-Prey Model [J]. Differential Equations, 2004, 200: 245－273.

[7] AMANN H. Dynamic Theory of Quasilinear Parabolic Equations, I. Abstract Evolution Equations [J]. Nonlinear Analysis, 1988, 12(2): 859－919.

[8] AMANN H. Dynamic Theory of Quasilinear Parabolic Equations, III. Global Existence [J]. Math Z, 1989, 202(1): 219－250.

[9] AMANN H. Dynamic Theory of Quasilinear Parabolic Equations, II. Reaction-Diffusion [J]. Diff Int Eqs, 1990, 3(1): 13－75.

[10] CHOI Y S, LUI R, YAMAD Y. Existence of Global Solutions for the Shigesada-Kawasaki-Teramoto Model with Strongly Coupled Cross-Diffusion [J]. Discrete Contin Dyn Syst, 2004, 10(3): 719－730.

[11] PHAN V. On Global Existence of Solutions to a Cross-Diffusion System [J]. Math Anal Appl, 2008, 343(2): 826－834.

[12] LADYZENSKAJA O A, SOLONNIKOV V A, URALCEVA N N. Linear and Quasilinear Equations of Type Parabolic [M]. Providence: American Mathematical Society, 1968.

Existence of Global Solutions for a Three Species Food-Chain Model with Cross-Diffusion

YAN Sha

School of Mathematics and computer science, Shaanxi University of technology, Hanzhong Shaanxi 723000, China

Abstract: In this paper, using the energy estimates and the bootstrap arguments, the existence of global solutions for a three species food-chain model with cross-diffusion is proved when the space dimension is at most 9.

Key words: Food-chain; cross-diffusion; gradient estimates; global solutions

责任编辑 张 枸