DOI：10.13718/j.cnki.xdzk.2016.07.030

基于 Hankel 矩阵分解的互素阵列高分辨目标定向[①]

谭伟杰，　冯西安，　张杨梅

西北工业大学 航海学院，西安 710072

摘要：互素阵列能有效扩展阵列虚拟孔径，但预处理后的阵列模型为一确定噪声下的单快拍相干源目标方位估计问题. 针对该问题，提出了一种基于 Hankel 矩阵分解的方法，采用多项式求根的方法来进行高分辨定向. 首先将阵列采样协方差数据进行 Khatri-Rao(KR)积预处理，进行相关数学变换后，用去冗余后的数据构建 Hankel 矩阵，然后采用奇异值分解，转换为多项式求根，最后找出感兴趣的目标位置，并通过最小二乘法来求解出目标幅度. 仿真结果表明了该方法的有效性和优越性.

关　键　词：Hankel 矩阵分解；互素阵列；网格失配；高分辨目标定向；近空间目标

中图分类号：TN911.7　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1673－9868(2016)07－0191－08

在日益复杂的对抗环境中，尤其是在雷达、声呐等系统中，仅仅识别出目标真假已经不能满足现代反对抗系统的需求，需要进一步提取目标的多亮点特征以及目标各部位的空间分布结构. 精确分辨目标不同部位亮点成为反对抗系统中迫切需要解决的关键问题，提高系统的多目标空间方位分辨能力是其中的关键技术[1]. 在阵列信号处理中通过增加阵列天线的数目可以提高目标方位估计的精度，但同时会带来经济成本的增加，因此采用较少阵元的稀疏结构阵型来提高阵列性能成为目前研究的热点问题. 与传统的随机分布稀疏阵列相比，VAIDYANATHAN 和 PAL 等人提出的具有稀疏结构的互素阵[2－3]具有明确的阵元位置，无需穷举搜索，因而受到广泛关注. 该阵列由两个均匀线列阵组成，其中阵元数和阵元间距分别为 M 和 Nd，N 和 Md(其中 M，N 为互质数)，通过对阵列接收数据的协方差矩阵进行相关处理，其自由度可以达到 $O(MN)$. 当采用 MUSIC 平滑技术[4]来进行 DOA 估计时，目标的检测个数可以提高到 $O(MN/2)$，但是不足之处是采用平滑技术减少了阵列的虚拟孔径，而且 MUSIC 方法会受到扫描网格的影响. ZHANG Yimin 等人提出了基于稀疏重构的方法来克服子空间的不足[5]，但是采用稀疏方法[6]需要假设所有的目标源都精确地落在预定的网格点上，离网目标会使得稀疏重构性能恶化[7]. TAN Zhao 等人在采用互素阵列进行 DOA 估计时，利用了原始信号和网格失配的联合稀疏[8]. 在 DOA 估计中采用一阶泰勒展开来逼近网格误差，该方法受到高阶模型错误的限制. 另外，相比传统子空间方法，采用稀疏表示方法计算量较大，因此，在实际中要充分利用互素阵的自由度，提高 DOA 估计的精度，计算量和网格失配是必须考虑的两个问题.

本研究在互素阵列模型基础上提出一种基于 Hankel 矩阵分解的方法，首先将阵列采样协方差数据 KR 积预处理，用去冗余后的数据来构建 Hankel 矩阵，然后采用奇异值分解，将目标定向转换为多项式求根问题，最后通过根来计算出感兴趣的目标位置，通过最小二乘法来求解出目标幅度. 该方法解决了互素阵向量化后转化为相干源条件下 DOA 估计问题，降低了计算量，减少了传统的 MUSIC 方法中的网格失配

---

① 收稿日期：2015－03－25
基金项目：国家自然科学基金资助项目(61271414).
作者简介：谭伟杰(1981－)，男，陕西合阳人，讲师，博士研究生，主要从事阵列信号处理和高分辨声源定位的研究.

问题，而且对于近空间目标具有良好的分辨力.

1　互素阵列模型

1.1　阵列信号的 KR 积预处理

考虑具有 L 个阵元的线列阵，阵元间距可以是非均匀的. 假设有 K 个非相关目标分别从远场 $\varphi_1, \varphi_2, \cdots, \varphi_K$ 方位照射到阵列. 不同时间快拍表示为 $s_k(t)$，$t=1,2,\cdots,T$，$k=1,2,\cdots,K$ 来表示. 那么该阵列接收的信号矢量可以表示为

$$\boldsymbol{x}(t)=\sum_{k=1}^{K}\boldsymbol{a}(\varphi_k)s_k(t)+n(t)=As(t)+n(t) \tag{1}$$

其中：$\boldsymbol{a}(\varphi_k)=[1, \mathrm{e}^{j\frac{2\pi}{\lambda}l_2\sin(\varphi_k)}, \cdots, \mathrm{e}^{j\frac{2\pi}{\lambda}l_L\sin(\varphi_k)}]^{\mathrm{T}} \in C^{L\times 1}$ 为 φ_k 对应的导向矢量，λ 为来波信号的波长，l_i 为阵元位置，$i=1,2,\cdots,L$.

假定 $s_k(t)$ 服从方差为 σ_k^2 的独立高斯分布，表示为 $s(t)=[s_1(t), s_2(t), \cdots, s_k(t)]$. 噪声为服从复高斯分布 $NC(0, \sigma_n^2)$ 的独立同分布随机变量，均值为 0，方差为 σ_n^2. 那么信号 $\boldsymbol{x}(t)$ 的协方差矩阵可以表示为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{R}_{xx}&=E[\boldsymbol{x}(t)\boldsymbol{x}^H(t)]=A\boldsymbol{R}_{ss}A^H+\sigma_n^2 I=\\&\sum_{k=1}^{K}\sigma_k^2\boldsymbol{a}(\varphi_k)\boldsymbol{a}^H(\varphi_k)+\sigma_n^2 I\end{aligned} \tag{2}$$

这里：$R_{ss}=E[s(t)s^H(t)]=\mathrm{diag}([\sigma_1^2, \cdots, \sigma_K^2])\in R^{K\times K}$ 为信源的协方差矩阵；σ_k^2 为第 $k(k=1, 2, \cdots, K)$ 个信源的功率. 通过向量化协方差矩阵 $\boldsymbol{R}_{xx}$，可以得到以下的测量向量：

$$\boldsymbol{z}=vec(R_{xx})=\Phi(\varphi_1, \varphi_2, \cdots, \varphi_K)p+\sigma^2 1_n \tag{3}$$

其中：$\Phi(\varphi_1, \varphi_2, \cdots, \varphi_K)=A^*\odot A=[a^H(\varphi_1)\otimes a(\varphi_2), \cdots, a^H(\varphi_K)\otimes a(\varphi_K)]$，$p=[\sigma_1^2, \sigma_2^2\cdots\sigma_k^2]^{\mathrm{T}}$，$1_n=[\mathrm{e}_1^{\mathrm{T}}, \mathrm{e}_2^{\mathrm{T}}\cdots\mathrm{e}_N^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，$e_i$ 表示除了第 i 项为 1，其余项全为 0 的向量. $\odot$ 表示 KR(Khatri-Rao) 积，$\otimes$ 表示 Kronecker 积，$(\cdot)^*$ 表示共轭算子，$(\cdot)^H$ 表示共轭转置. 比较(3)式和(1)式，z 相当于阵列流形为 A^*A 的单快拍接收信号. 与 A 相比，$A^*\odot A$ 是通过差分阵元形成的一个大的虚拟阵列，其中阵列的传感器位于 l_i-l_j(l_n 表示阵元的位置)，其中 $1\leqslant i, j\leqslant L$. 当设计合适的阵列，利用传统的 DOA 估计算法将会检测更多的源数. 嵌套阵和互素阵[1,3] 就是在该观点支撑下应运而生的.

1.2　互素阵列模型

互素阵列(图 1)，包含两组均匀线阵列，其中实心点表示子阵列 1 的阵元位置，空心点表示子阵列 2 的阵元位置，共用起始阵元，子阵列 1 的阵元数和阵元间距分别为 N 和 Md，子阵列 2 的阵元数和阵元间距分别为 M 和 Nd，d 表示最小阵元间距，一般取值为半波长 $\lambda/2$. 其中 M 与 N 互为素数，因此称这种结构的阵列称为互素阵列.

为了不失一般性，假定 $M<N$，这 $M+N-1$ 阵元的位置分别为

$$S=\{Mnd, 0\leqslant n\leqslant N-1\}\cup\{Nmd, 0\leqslant m\leqslant M-1\}$$

注意到除第一个阵元共用外，其它阵元不存在重合现象，因此互素对阵列的阵元总数为 $M+N-1$. 上述互素阵列结构并不能得到一个连续的差集. 为了能够应用 MUSIC，ESPRIT 等 DOA 估计方法，文献[3] 提出将子阵列 M 扩展到 $2M$ 个，这样阵列将可以扩展产生的连续差集，阵列结构见图 2.

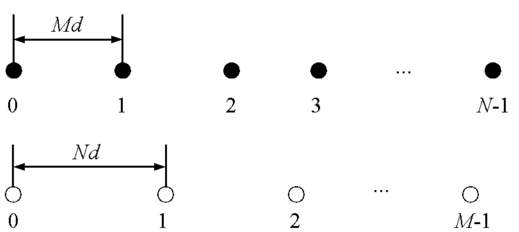


图 1　互素阵列的基本阵型结构

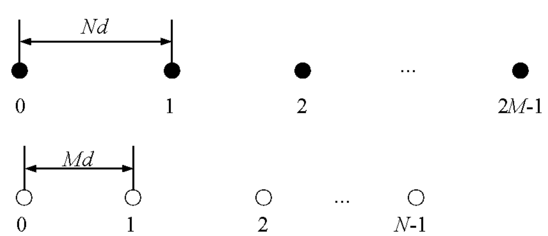


图 2　扩展后的互素阵列结构

考虑图 1,2 的互素阵列，其中 N 阵元和 $2M-1$ 个阵元的位置分别为：

$$\{Mnd,\ 0 \leqslant n \leqslant N-1\}$$

$$\{Nmd,\ 0 \leqslant m \leqslant 2M-1\}$$

虚拟阵元的位置为互差集$\{\pm(Mn-Nm)d,\ 0 \leqslant n \leqslant N-1,\ 0 \leqslant m \leqslant 2M-1\}$和自差集集合，该集合通过 $\Phi = A^* A$ 产生. 文献[3]表明，该阵型可以产生一个从 $-MNd$ 到 MNd 连续差集. 其中一些位置来自于互差集，一些来自于自差集. 通过移除(3)式中的重复行，重排保留从 $-MNd$ 到 MNd 行，那么重新排列的阵列模型为

$$\tilde{z} = \tilde{\Phi} p + \sigma^2 \tilde{\omega} \tag{4}$$

其中：

$$\tilde{\Phi} = \begin{bmatrix} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}MNd\sin(\varphi_1)} & \cdots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}MNd\sin(\varphi_k)} \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(MN-1)d\sin(\varphi_1)} & \cdots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(MN-1)d\sin(\varphi_k)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{j\frac{2\pi}{\lambda}MNd\sin(\varphi_1)} & \cdots & e^{j\frac{2\pi}{\lambda}MNd\sin(\varphi_k)} \end{bmatrix} \tag{5}$$

与(1)式不同，容易证明(4)式中的噪声是第 $MN+1$ 项为 1、其余均为 0 的确知向量，那么方位估计问题转换为一个确定噪声 $\sigma^2\tilde{\omega}$ 下的单快拍的相干源估计问题.

2　基于 Hankel 矩阵分解的定向方法

2.1　Hankel 矩阵分解

为了解决单快拍相干源模型下的估计问题，避开采用传统平滑技术带来的孔径损失，以及采用绕开 MUSIC 方法中的网格化问题，该文引入 Hankel 矩阵来重新构建一个多快拍测量模型，采用求根的方法来解决网格问题. 由于将不同功率的目标 p 看作一个随机测量，为了分析方便，将(4)式表示为 $r = Fs + e$，DOA 估计问题可以看成是从噪声低通测量 r 中恢复出目标向量 s.

注意到 $r = \boldsymbol{F}s + e$，其中 $\boldsymbol{F}$ 算子为范德蒙特矩阵，在不考虑噪声测量误差的情况下，$s = F^{-1}r$，可以表示为 $s = \sum_{t=1}^{K} s_i \delta_{\tau_i}$. 下面采用确定性方法来进行 DOA 估计.

首先固定一个正整数 $0 \leqslant L \leqslant 2MN+1$，形成一个 Hankel 矩阵[9].

$$\boldsymbol{H} = \mathrm{Hankel}(\tilde{r}) = \begin{bmatrix} \tilde{r}_0 & \tilde{r}_1 & \cdots & \tilde{r}_{2MN+1-L} \\ \tilde{r}_1 & \tilde{r}_2 & \cdots & \tilde{r}_{2MN+1-L+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{r}_L & \tilde{r}_{L+1} & \cdots & \tilde{r}_{2MN+1} \end{bmatrix} \tag{6}$$

当 $\tilde{r}(n) = e^{-j2\pi n\frac{d}{\lambda}}(\tilde{z}_n - \sigma^2\tilde{\omega}_n) = \Phi s$ 可以直接证明 $\mathrm{Hankel}(\tilde{r})$ 为一个 Vandermonde 分解，

$$\boldsymbol{H} = \Phi^L P\ (\Phi^{2MN+1-L})^{\mathrm{T}}$$

其中

$$P = \mathrm{diag}(\sigma_1^2,\ \sigma_2^2 \cdots \sigma_k^2)$$

$$\boldsymbol{\Phi}^L = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ e^{-j2\pi\tau_1} & e^{-j2\pi\tau_2} & \cdots & e^{-j2\pi\tau_K} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (e^{-j2\pi\tau_1})^L & (e^{-j2\pi\tau_2})^L & \cdots & (e^{-j2\pi\tau_K})^L \end{bmatrix} \tag{7}$$

这里利用了傅里叶测量的一个特殊属性：时间平移对应一个频率相位调制.

2.2 利用多项式求根的定向方法

2.2.1 奇异值分解

MUSIC的关键在于：当$L \geqslant K$，$2MN+1-L+1 \geqslant K$，势集T可以通过维度为$L+1$的矢量$\boldsymbol{\varphi}^L(\tau)$正交映射到噪声子空间的零集识别出来.

在无噪声情况下，$\boldsymbol{H}$的奇异值分解可以写成：

$$\boldsymbol{H}=\left[\underbrace{U_1}_{(L+1)\times K} \quad \underbrace{U_2}_{(L+1)(L+1-K)}\right]\operatorname{diag}\underbrace{(\sigma_1, \sigma_2, \cdots, \sigma_K 0, \cdots, 0)}_{(L+1)(2MN+1-L+1)}\left[\underbrace{V_1}_{(2MN+1-L+1)\times K} \quad \underbrace{V_2}_{(2MN-L+1)(2MN-L+1-K)}\right]^* \tag{8}$$

奇异值为$\sigma_1 \geqslant \sigma_2 \geqslant \sigma_3 \cdots \geqslant \sigma_K > 0$，信号子空间和噪声子空间分别对应$U_1$和$U_2$的行空间. H和Φ^L的范围保持一致，为维度为C^{L+1}的子空间(信号子空间). 噪声子空间为H^*的零空间. 基于该分解有

$$\tau \in \{\tau_1, \tau_2, \cdots, \tau_k\} \Leftrightarrow \varphi_L(\tau) \in \operatorname{Im}(H) \tag{9}$$

其中，$\varphi_L(\tau) \in (\mathrm{e}^{-j2\pi n\tau}_{0\leqslant\tau\leqslant L} \in C^{L+1}$.

若P_1和P_2分别表示到信号子空间和噪声子空间的正交映射，则

$$\forall \tau \in C^{L+1}, P_1\tau = U_1(U_1^*\tau), P_2\tau = U_2(U_2^*\tau) \tag{10}$$

可以证明存在$\tau \in T$，在适当的条件下当且仅当$P_2\varphi^L(\tau)=1$，势集T可以通过噪声子空间的相关函数的零值识别.

在噪声情况，先构建Hankel矩阵$\boldsymbol{H}^\varepsilon=\boldsymbol{H}+\boldsymbol{E}=\operatorname{Hankel}(r)+\operatorname{Hankel}(\varepsilon)$，这时DOA估计的多测量向量的形式可以表示为：

$$\boldsymbol{H}^\varepsilon=\Phi^L\boldsymbol{P}\,(\Phi^{2MN+1-L})^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{E} \tag{11}$$

问题转化为在噪声Hankel矩阵$\boldsymbol{H}^\varepsilon$下估计势集$T$，势集$T$依然通过噪声子空间的相关函数零值识别.

2.2.2 多项式求根

通过观测向量r，定义如下的检测函数

$$\forall \tau \in T, d_r(\tau)=\| U_1^{\perp,*}\varphi^L(\tau)\|^2 \tag{12}$$

其中

$$d_r(\tau)=\| U_1^{\perp,*}\varphi^L(\tau)\|^2=\sum_j\sum_{l,l'}\overline{U}^{\perp}_{l,j}U^{\perp}_{l',j}\mathrm{e}^{j2\pi(l-l')}$$

通过检测函数能够很方便表示势集元素的检测：$\{\tau_1, \tau_2, \cdots, \tau_K\}=\{\tau, d_r(\tau)=0\}$.

这里引进$P_r=\sum_l C_l z^l$其中$C_l=\sum_j B_{jl}=\sum_j U_{l,j}\otimes\overline{U}_{-l,j}$，$\overline{U}_{-.,j}$为$U_{.,j}$的共轭翻转，$\otimes$表示卷积运算.

因此，$d_r(\tau)$的零点等价于多项式P_r在单位圆上面的零点，即：

$$\{\tau, d_r(\tau)=0\}=\frac{1}{2\pi}\operatorname{angle}(\{z, P_r(z)=0\}, |z|=1) \tag{13}$$

得到$\{\tau_1, \tau_2, \cdots, \tau_K\}$，通过最小二乘法求出目标大小$p^{est}=\Phi^{-1}*r$，最终可以求出

$$P=\sum_{t=1}^{K} p_i^{est}\delta_{\tau i}$$

3 仿真与分析

仿真中分别采用均匀线列阵和图2所示的互素阵列，噪声为加性复高斯白噪声，目标信号为高斯随机分布，信噪比定义为$10\log(\sigma_s^2/\sigma_n^2)$. 仿真从阵列自由度、计算复杂度以及角度分辨率三个方面来比较.

3.1 阵列自由度比较

首先比较相同阵元数条件下均匀线列阵和互素阵的阵列自由度，即目标最大分辨个数. 比较阵元数目为9个均匀线列阵和$M=4$，$N=5$阵元总数相同的互素阵的最大分辨个数. L个阵元的均匀线列阵最大能分辨的目标个数为$L-1$，而在物理阵元数为$M+N$的情况下，互素阵列能提供$2MN$个自由度. 互素阵列子阵列数目分别为$M=4$，$N=5$，信噪比为0 dB，快拍数为1 000个，目标位置取两组分别从$-40°$到$40°$，

第一组每 10°一个目标，总共 9 个目标，第二组每 8°一个目标，总共 11 个目标. 由前面分析可知，当目标个数大于等于均匀线列阵的个数时，无法分辨出目标，而相同阵元个数的互素阵因为通过 KR 积处理提供了 $2MN$ 个自由度，故可以分辨 40 个目标. 因采用了空间平滑技术和 Hankel 矩阵分解，自由度减少为原来的一半，但是依然能够分辨出最大不超过 20 个目标. 图 3 给出了分辨采用 SS-MUSIC（Spatial Smoothing MUSIC）和基于 Hankel 矩阵分解的多项式求根来求目标的方位. 在欠定条件下均能准确估计出目标的方位，而相同数目的传统的均匀线列阵不能分辨出多于阵元个数的目标.

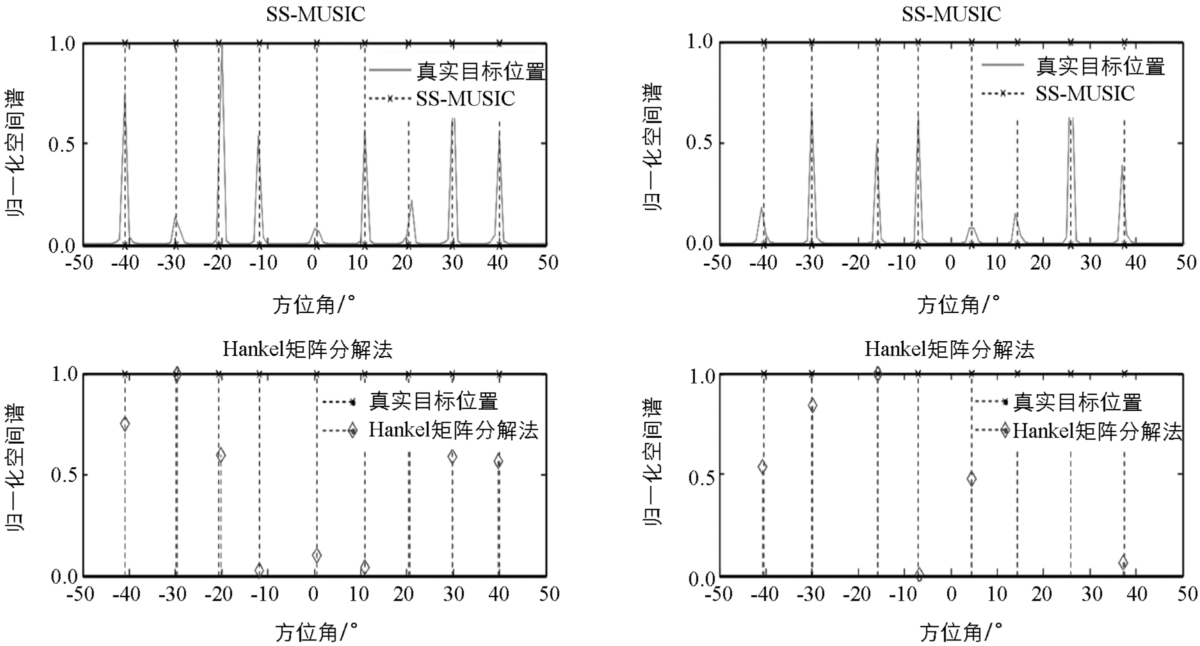


图 3　不同目标个数的分辨能力

3.2　计算复杂度比较

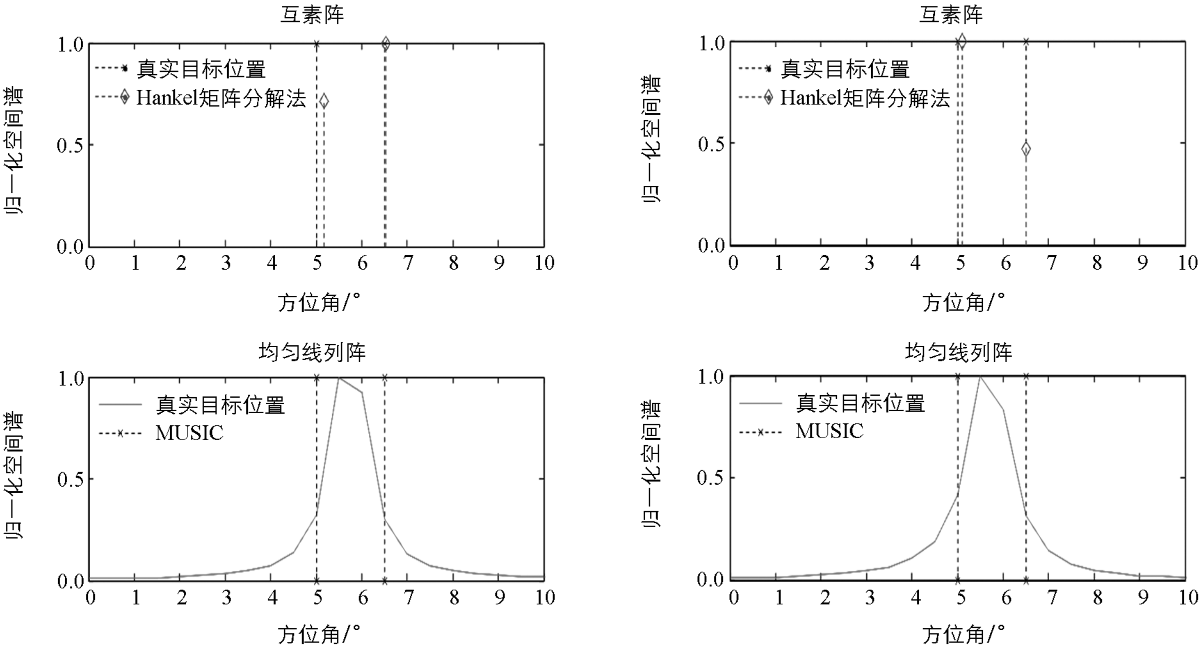
基于 Hankel 矩阵分解的方法减少了现有方法（SS-MUSIC）的复杂度. 基于互素阵列的方位估计主要分为三步：① 从互素阵列的接收信号构建虚拟均匀线列阵，这是两种方法都需要的一个过程. 假定快拍数目为 K，则采用传统方法估计采样协方差需要 $O(KM_{\text{total}}^2)$操作，这里 M_{total}表示互素阵的总阵元数. 取决于处理后的虚拟均匀线列阵的个数，可以得到总的计算量为 $O(KL)$，其中 $L=(2MN+2)/2$. ② 构建 Hankel 矩阵. 传统的方法是通过空间平滑来获得平滑协方差矩阵，因为平滑的每一项需要进行 $O(L^2)$次计算，所以获得平滑协方差矩阵的总的计算量为 $O(L^3)$. 而采用 Hankel 矩阵分解只需要矩阵变换为 Hankel 矩阵无需其他的计算. ③ 空间谱估计. 奇异值分解占主要的计算量，两者都需要计算 $O(L^3)$次操作. 因此传统的 SS-MUSIC 的计算复杂度和基于 Hankel 矩阵分解的复杂度主要差异在于传统方法构建平滑协方差矩阵的计算量与提出的方法构建 Hankel 矩阵所需的计算量，分别为：$O(KL+L^3+L^3)$和 $O(KL+L^3)$，可以看出，整个计算中，奇异值分解占主导作用. 但是在高维阵列和采用高阶统计量时该方法的优势可以充分体现出来.

在仿真中，9 个目标时采用 SS-MUSIC 消耗的计算时间为 0.175 s，采用 Hankel 矩阵分解消耗的计算时间为 0.061 s. 11 个目标时采用 SS-MUSIC 计算时间为 0.126 s，采用 Hankel 矩阵分解消耗的计算时间为 0.061 s. Hankel 矩阵分解方法计算时间减少近一半，原因在于基于矩阵分解方法没有 SS-MUSIC 计算中的相关运算，减少了计算量，在近似同等性能情况下，Hankel 矩阵分解方法在计算速度上更快.

3.3　角度分辨性能

比较阵元个数总数为 9 个均匀线列阵和互素阵的最小分辨能力，互素阵两个子阵的个数分别采用 $M=4$，$N=5$，快拍数固定为 500 时，来波目标方向为 5°，6.5°，信噪比分别为 0 dB，5 dB，比较均匀线列阵和互素阵的最小分辨性能，由图 4 可以看出，具有相同阵元数目的均匀线列阵和互素阵，在低信噪比条件下，互素阵的分辨性能较好，在 0 dB 时，基于 Hankel 矩阵分解的互素阵能比较为准确的分辨出目标而均匀线

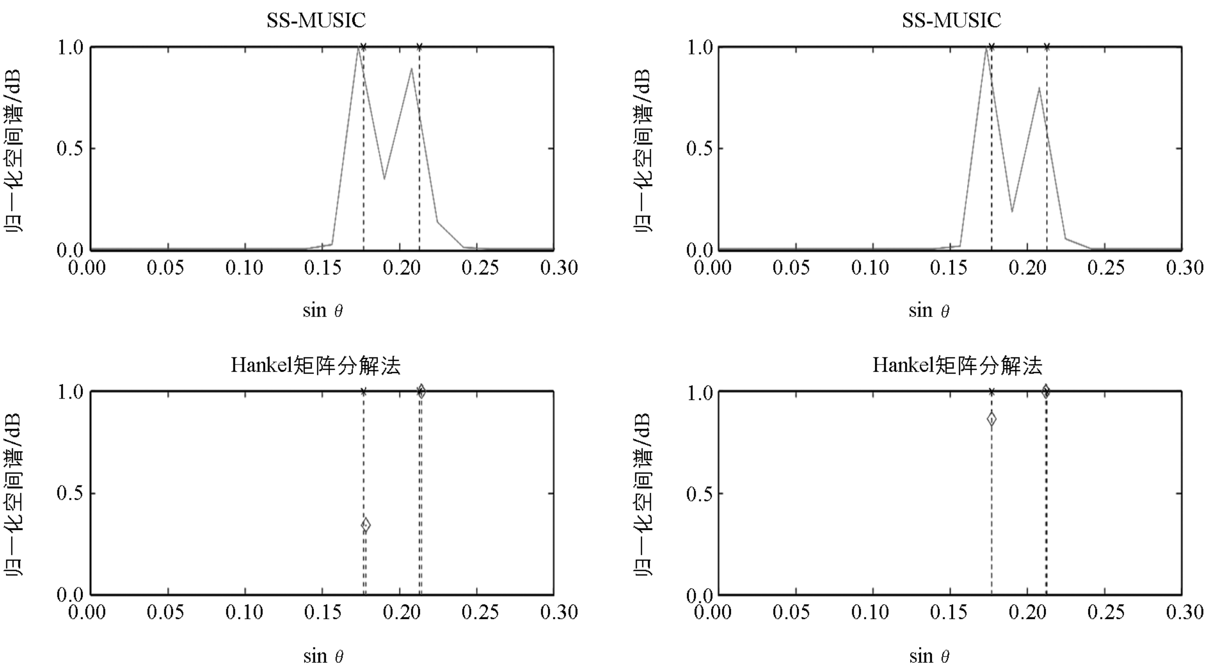
列阵不行. 相对于均匀线列阵自由度 $O(M+N)$，互素阵通过 KR 积处理，产生了 $O(MN)$ 个虚拟阵元，阵列自由度明显高于均匀线列阵，因而具有更优的最小分辨能力.



(a) 信噪比0 dB　　(b) 信噪比5 dB

图 4　信噪比为 0，5 dB 的互素阵和均匀线列阵的近距离目标分辨能力

互素阵子阵分别为 $M=4$，$N=5$，快拍数为 500，信噪比分别为 5 dB 和 10 dB，目标角度分别为 10.2°，12.3°. 图 5 为互素阵在 SS-MUSIC 算法、Hankel 矩阵分解算法下角度分辨性能，随着信噪比的增加，基于 Hankel 矩阵分解的测向方法分辨性能变好，同时其性能优于 SS-MUSIC，因为 SS-MUSIC 受扫描网格的限制. 增加扫描网格势必会增加计算量.

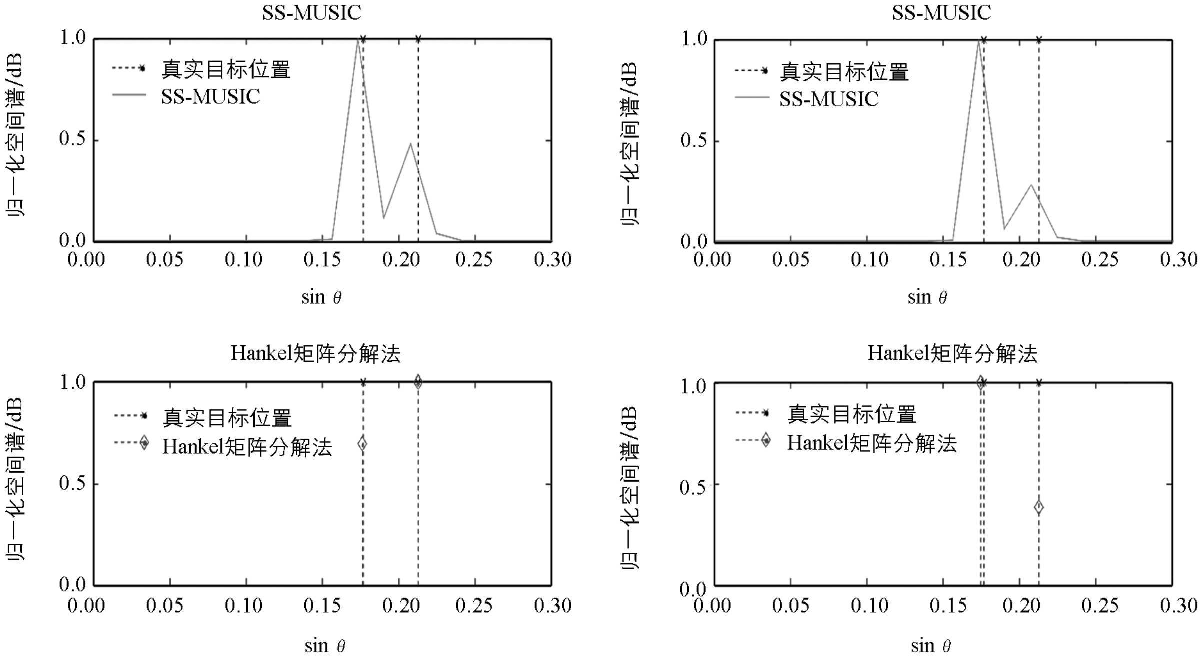


(a) 信噪比5 dB　　(b) 信噪比10 dB

图 5　信噪比为 5 dB，10 dB 的近距离目标分辨能力

图 6 所示为在信噪比为 5 dB，快拍数为 500，1 000 时 SS-MUSIC 算法、Hankel 矩阵分解算法角度分辨

性能. SS-MUSIC 扫描间隔为 1.



(a) 快拍数为500　　(b) 快拍数为1 000

图 6　快拍数为 500 和 1000 的近距离目标分辨能力

由图 5 和图 6 可知，在不同 SNR、不同快拍数情形下，Hankel 矩阵分解算法的角度分辨性能优于 SS-MUSIC. 由于目标信号角度未能落入 SS-MUSIC 扫描网格内，其性能不如 Hankel 矩阵分解算法，MUSIC 若要分辨出更细网格的目标需要减小扫描间隔，这样会增加计算量. Hankel 矩阵分解方法是通过求根的方式来寻找目标方位的，受扫描网格影响小.

4　结束语

针对互素阵列扩展虚拟孔径后的模型等价为一单快拍相干源估计问题，本文提出一种采用 Hankel 矩阵分解结合多项式求根的方法来进行高分辨目标定向. 该方法解决了单快拍相干源定向问题，降低了计算量，减轻了 MUSIC 方法中的网格失配问题，而且对于近目标具有良好的分辨力. 仿真结果表明了该方法的有效性，但是该方法也存在一定限制，比如在信噪比较低的时候性能有所下降. 另外快拍数，信噪比，以及信号的强度变化，目标最小分辨角度对于分辨性能的影响需要进一步研究.

参考文献：

[1] 夏天维. 基于 SSR 子带信息融合的波达方向宽带估计算法 [J]. 西南师范大学学报(自然科学版)，2015，40(1)：102－106.

[2] PAL P，VAIDYANATHAN P P. Nested Arrays：A Novel Approach to Array Processing with Enhanced Degrees of Freedom [J]. IEEE Transactions on Signal Processing，2010，58(8)：4167－4181.

[3] VAIDYANATHAN P P，PAL P. Sparse Sensing with Co-Prime Samplers and Arrays [J]. IEEE Transactions on Signal Processing，2011，59(2)：573－586.

[4] PAL P，VAIDYANATHAN P P. Coprime Sampling and The Music Algorithm [C] // IEEE in Digital Signal Processing Workshop and IEEE Signal Processing Education Workshop (DSP/SPE). Sedona：AZ，IEEE，2011：289－294.

[5] ZHANG Yi-min，AMIN M G，HIMED B. Sparsity-Based DOA Estimation Using Co-prime Arrays [C] // IEEE International Conference on Acoustics，Speech and Signal Processing (ICASSP). Vancouver：BC，IEEE，2013：3967－3971.

[6] 刘传山. 基于参数设计字典的稀疏表示方法 [J]. 西南大学学报(自然科学版)，2014，36(7)：156－161.

[7] CHI Yu-jie，SCHARF L L，PEZESHKI A，et al. Sensitivity to Basis Mismatch in Compressed Sensing [J]. IEEE

Transactions on Signal Processing, 2011, 59(5): 2182－2195.

[8] TAN Zhao, NEHORAI A. Sparse Direction of Arrival Estimation Using Co-Prime Arrays with Off-Grid Targets [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2014, 21(1): 26－29.

[9] LIAO Wen-jing, FANNJIANG A. MUSIC for Single-Snapshot Spectral Estimation: Stability and Super-Resolution [J]. Applied and Computation Harmonic Analysis, 2016, 40(1): 33－67.

High Resolution Target Direction Finding Based on Hankel Matrix Decomposition for Coprime Arrays

TAN Wei-jie, FENG Xi-an, ZHANG Yang-mei

School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an Shaanxi 710072, China

Abstract: Co-prime array has large virtual array aperture by Khatri-Rao product processing, but the array model after processing is equivalent to coherent sources estimation under determined noise on a single snapshot. In this paper, a high resolution direction finding method based on decomposition of Hankel matrices and polynomial rooting is proposed. First, the covariance of the array data is preprocessed by KR product, and repeated rows are removed through mathematical transformation. The obtained data is used to build a Hankel matrix. Then, the problem is transformed into the determination of polynomial roots to find the interested target location through singular value decomposition on the Hankel matrix. Finally, the amplitude of the target echo is solved by using the least squares method. To some extent, the proposed method can overcome grid mismatch, which is a problem in the traditional MUSIC method. Compared with the smoothing technology, this method reduces the computational complexity and has good resolution even for a closely spaced target. Computer simulations verify the effectiveness and superiority of the new algorithm.

Key words: Hankel matrix decomposition; co-prime array; grid mismatch; high resolution target direction finding; closely spaced target

责任编辑　潘春燕