第 38 卷第 8 期　　西南大学学报(自然科学版)　　2016 年 8 月
Vol. 38　No. 8　　Journal of Southwest University (Natural Science Edition)　　Aug.　2016

DOI: 10.13718/j.cnki.xdzk.2016.08.010

多值映象在锥矩度量空间中不动点的存在性定理①

姚　婷[1]，　邓　磊[1]，　杨明歌[2]

1. 西南大学 数学与统计学院，重庆 400715；2. 洛阳师范学院 数学科学学院，河南 洛阳 471022

摘要：在锥矩度量空间中引入多值映象，并获得了该映象在此空间中不动点的存在性定理. 这个结果改进和推广了近期的相关结果.

关　键　词：锥矩度量空间；多值映象；不动点

中图分类号：O177.91　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1673-9868(2016)08-0054-07

多值映象已经在许多空间中被研究，并且被推广为多种形式. 文献[1]在锥 b-度量空间中研究并推广了 Banach 多值压缩映象，并证明了其不动点的存在性. 文献[2]介绍了锥矩度量空间定义，并证明了 Banach 压缩映象在此空间中不动点的存在及唯一性. 随后，文献[3-4]在锥矩度量空间中研究了其它的一些单值映象. 文献[5]在锥度量空间中研究并改进了 Banach 多值压缩映象.

本文对文献[5]中的多值映象增加了条件，先证明了一定条件下的序列在锥矩度量空间中为柯西列，再证明改进后的两种多值映象在锥矩度量空间中不动点的存在性定理. 该结果改进和推广了锥矩度量空间中映象的形式，且在矩度量空间中也成立.

1　预备知识

定义 1[2]　设 X 是一非空集合，E 是实 Banach 空间，映射 $d: X\times X \longrightarrow E$，如果对于任意的 $x, y\in X$，不同的 $z, w\in X\setminus\{x, y\}$，满足：

(i) $\theta \leqslant d(x, y)$；

(ii) $d(x, y)=\theta$ 当且仅当 $x=y$；

(iii) $d(x, y)=d(y, x)$；

(iv) $d(x, y)\leqslant d(x, z)+d(z, w)+d(w, y)$.

则称 d 为 X 的锥矩度量，称(X, d)为锥矩度量空间.

定义 2[6]　本文用 $\mathrm{CL}(X)$ 表示 X 中所有非空闭子集，$\mathrm{CB}(X)$ 表示 X 中所有非空有界闭子集，且：

$$s(p)=\{q\in E: p\leqslant q\}$$

$$s(p, B)=\bigcup_{b\in B} s(d(p, b))=\bigcup_{b\in B}\{x\in E: d(p, b)\leqslant x\}$$

$$s(A, B)=\Big(\bigcup_{a\in A} s(a, B)\Big)\cap\Big(\bigcup_{b\in B} s(b, A)\Big)$$

引理 1[5]　设(X, d)是带有锥 P 的锥矩度量空间，对于任意的 $x, y\in X$，$y\in B\subseteq X$，若 $d(x, y)\leqslant a$，

---

① 收稿日期：2015-10-19
基金项目：国家自然科学基金项目(11226228)；河南省高等学校重点科研项目(15A110036).
作者简介：姚　婷(1990-)，女，河南南阳人，硕士研究生，主要从事非线性泛函分析的研究.
通信作者：邓　磊，教授.

那么 $a \in s(x, B)$.

引理 2[6] 设(X, d)是带有锥 P 的锥矩度量空间，那么有以下结论：

(i) 设 $p, q \in E$，若 $p \leqslant q$，那么 $s(p) \subset s(q)$；

(ii) 设 $x \in X$，$A \in \mathrm{CL}(X)$，若 $\theta \in s(x, A)$，那么 $x \in A$；

(iii) 设 $q \in P$，$A, B \in \mathrm{CL}(X)$，$a \in A$，若 $q \in s(A, B)$，那么 $q \in s(a, B)$；

(iv) 对于所有的 $q \in P$，$A, B \in \mathrm{CL}(X)$，有 $q \in s(A, B)$，当且仅当，存在 $a \in A$ 和 $b \in B$，使得 $d(a, b) \leqslant q$.

引理 3 设(X, d)是锥矩度量空间，$\{x_n\}$ 是 X 中的序列，如果对于任意的 $n \geqslant 1$，该序列满足：

$$d(x_{n+1}, x_n) \leqslant rd(x_n, x_{n-1}) \qquad d(x_{n+2}, x_n) \leqslant rd(x_{n+1}, x_{n-1})$$

其中 $r < 1$，那么$\{x_n\}$ 为 X 中的柯西列.

证 由假设易知，对任意的 $n \geqslant 1$，有：

$$d(x_{n+1}, x_n) \leqslant rd(x_n, x_{n-1}) \leqslant r^2 d(x_{n-1}, x_{n-2}) \leqslant \cdots \leqslant r^n d(x_1, x_0)$$

$$d(x_{n+2}, x_n) \leqslant rd(x_{n+1}, x_{n-1}) \leqslant r^2 d(x_n, x_{n-2}) \leqslant \cdots \leqslant r^n d(x_2, x_0)$$

对于任意正整数 $m, n(m \geqslant n-3)$，存在正整数 $p > 1$，使得以下 3 种情况之一成立：

$$m = n + 2p \qquad m = n + 2p + 1 \qquad m = n + 3$$

当 $m = n + 2p$ 时，由锥矩度量空间的定义，有

$$\begin{aligned} d(x_n, x_m) \leqslant{} & d(x_n, x_{n+1}) + d(x_{n+1}, x_{n+2}) + d(x_{n+2}, x_m) \leqslant \\ & d(x_n, x_{n+1}) + d(x_{n+1}, x_{n+2}) + [d(x_{n+2}, x_{n+3}) + d(x_{n+3}, x_{n+4}) + d(x_{n+4}, x_m)] \leqslant \cdots \leqslant \\ & d(x_n, x_{n+1}) + d(x_{n+1}, x_{n+2}) + \cdots + d(x_{m-3}, x_{m-2}) + d(x_{m-2}, x_m) \leqslant \\ & r^n d(x_1, x_0) + r^{n+1} d(x_1, x_0) + \cdots + r^{m-3} d(x_1, x_0) + r^{m-2} d(x_2, x_0) = \\ & (r^n + r^{n+1} + \cdots + r^{m-3}) d(x_1, x_0) + r^{m-2} d(x_2, x_0) = \\ & \frac{r^n (1 - r^{m-n-2})}{1 - r} d(x_1, x_0) + r^{m-2} d(x_2, x_0) \end{aligned}$$

当 $m = n + 2p + 1$ 时，有

$$\begin{aligned} d(x_n, x_m) \leqslant{} & d(x_n, x_{n+1}) + d(x_{n+1}, x_{n+2}) + d(x_{n+2}, x_m) \leqslant \\ & d(x_n, x_{n+1}) + d(x_{n+1}, x_{n+2}) + [d(x_{n+2}, x_{n+3}) + d(x_{n+3}, x_{n+4}) + d(x_{n+4}, x_m)] \leqslant \cdots \leqslant \\ & d(x_n, x_{n+1}) + d(x_{n+1}, x_{n+2}) + \cdots + d(x_{m-2}, x_{m-1}) + d(x_{m-1}, x_m) \leqslant \\ & r^n d(x_1, x_0) + r^{n+1} d(x_1, x_0) + \cdots + r^{m-1} d(x_1, x_0) = \\ & (r^n + r^{n+1} + \cdots + r^{m-1}) d(x_1, x_0) = \\ & \frac{r^n (1 - r^{m-n})}{1 - r} d(x_1, x_0) \end{aligned}$$

当 $m = n + 3$ 时，有

$$\begin{aligned} d(x_n, x_m) \leqslant{} & d(x_n, x_{n+1}) + d(x_{n+1}, x_{n+2}) + d(x_{n+2}, x_{n+3}) = \\ & (r^n + r^{n+1} + r^{n+2}) d(x_1, x_0) = \\ & \frac{r^n (1 - r^3)}{1 - r} d(x_1, x_0) \end{aligned}$$

由以上 3 种情况可得

$$\lim_{n, m \to \infty} \rho(x_n, x_m) = \theta$$

所以$\{x_n\}$ 为 X 中的柯西列.

2　主要结果

定理 1　设映射 φ：$[0,1)\longrightarrow\left(\frac{1}{2},1\right]$ 为 $\varphi(t)=\frac{1}{t+1}$，(X,d) 是带有锥 P 的完备锥矩度量空间，F：$X\longrightarrow\mathrm{CL}(X)$ 是多值映象，集合 $\{w$：$d(w,z)\leqslant rd(z,y)$ 且 $d(w,y)\leqslant rd(z,x)$，其中 $x\in X$，$y\in Fx$，$z\in Fy$，$w\in Fz$，$r\in[0,1)\}$ 非空. 若存在 $r\in[0,1)$，使得对任意的 x,y，有

$$\frac{1}{\varphi(r)}d(x,y)\in s(x,Fx)\Rightarrow rd(x,y)\in s(Fx,Fy) \tag{1}$$

成立，那么存在 $u\in X$，使得 $u\in Fu$（即多值映象 F 存在不动点）.

证　步骤 1　根据已知条件，在 X 中构造序列 $\{x_n\}$，并证明其是 X 中的柯西列.

对任意的 $x_0\in X$，由于 $Fx_0\in\mathrm{CL}(X)$，且 Fx_0 是非空的，所以存在 $x_1\in Fx_0$. 另外，因为

$$d(x_0,x_1)\leqslant\frac{1}{\varphi(r)}d(x_0,x_1) \tag{2}$$

那么，由引理 1 得

$$\frac{1}{\varphi(r)}d(x_0,x_1)\in s(x_0,Fx_0)$$

从而由(1) 式可得

$$rd(x_0,x_1)\in s(Fx_0,Fx_1)$$

因此，由引理 2 中的结论 (iv)，将 $rd(x_0,x_1)$ 视为其中的 q，Fx_0,Fx_1 分别视为 A,B，则存在 $x_2\in Fx_1$，使得

$$d(x_1,x_2)\leqslant rd(x_0,x_1) \tag{3}$$

进一步，由引理 1 以及：

$$d(x_1,x_2)\leqslant\frac{1}{\varphi(r)}d(x_1,x_2)\qquad d(x_0,x_2)\leqslant\frac{1}{\varphi(r)}d(x_0,x_2) \tag{4}$$

可得

$$\frac{1}{\varphi(r)}d(x_1,x_2)\in s(x_1,Fx_1)$$

和

$$\frac{1}{\varphi(r)}d(x_0,x_2)\in s(x_0,Fx_2)$$

从而由(1) 式可得：

$$rd(x_1,x_2)\in s(Fx_1,Fx_2)\qquad rd(x_0,x_2)\in s(Fx_0,Fx_2)$$

再由引理 2 中的结论 (iv)，存在 $\{x_3^*\}$,$\{x_3'\}\subseteq Fx_2$，使得

$$d(x_2,x_3^*)\leqslant rd(x_1,x_2)$$

和

$$d(x_1,x_3')\leqslant rd(x_0,x_2)$$

继而由 F 满足的条件，可知 $\{x_3^*\}\cap\{x_3'\}\neq\varnothing$，因此，存在 $x_3\in\{x_3^*\}\cap\{x_3'\}$，使得：

$$d(x_2,x_3)\leqslant rd(x_1,x_2)\qquad d(x_1,x_3)\leqslant rd(x_0,x_2) \tag{5}$$

继续按照上述步骤进行，可构造 X 中的序列 $\{x_n\}$，满足 $x_{n+1}\in Fx_n$，且：

$$d(x_n,x_{n+1})\leqslant rd(x_{n-1},x_n)\qquad d(x_n,x_{n+2})\leqslant rd(x_{n-1},x_{n-3}) \tag{6}$$

由 $\{x_n\}$ 满足的条件以及引理 3，可得该序列为 X 中的柯西列. 因为 X 是完备的锥矩度量空间，所以存在 $u\in X$，使得 $x_n\rightarrow u(n\rightarrow\infty)$.

步骤 2　证明 $u\in Fu$，即 u 是 F 的不动点.

由于 $x_n \to u(n\to\infty)$，所以，对任意的 $c \gg \theta$，存在正整数 k_{c_1}，使得当 $n \geqslant k_{c_1}$ 时，有：

$$d(u,x_{n+1}) \ll \frac{c}{3} \qquad d(u,x_n) \ll \frac{c}{3r}$$

因为 $\{x_n\}$ 为 X 中的柯西列，必有 $\lim\limits_{n\to\infty}\rho(x_n,x_{n+1})=\theta$ 成立，所以，对任意的 $c \gg \theta$，存在正整数 k_{c_2}，使得当 $n \geqslant k_{c_2}$ 时，$d(x_n,x_{n+1}) \ll \frac{c}{3}$ 成立. 综上所述，对任意的 $c \gg \theta$，取 $k_c=\max\{k_{c_1},k_{c_2}\}$，当 $n \geqslant k_c$ 时，有：

$$d(u,x_{n+1}) \ll \frac{c}{3} \qquad d(u,x_n) \ll \frac{c}{3r} \qquad d(x_n,x_{n+1}) \ll \frac{c}{3} \tag{7}$$

首先，取 $x_{n_1} \in \{x_n\}$，使得 $x_{n_1} \neq u$. 因为 $x_n \to u$ 和 $\lim\limits_{n\to\infty}\rho(x_n,x_{n+1})=\theta$，所以，存在正整数 N_0，使得当 $n \geqslant N_0$ 时，有：

$$d(u,x_n) \leqslant \frac{1}{3}d(u,x_{n_1}) \qquad d(x_n,x_{n+1}) \leqslant \frac{1}{3}d(u,x_{n_1}) \tag{8}$$

由 $x_{n+1} \in Fx_n$，以及

$$\begin{aligned}\varphi(r)d(x_n,x_{n+1}) \leqslant d(x_n,x_{n+1}) \leqslant \frac{1}{3}d(u,x_{n_1}) \leqslant\\ d(u,x_{n_1})-d(u,x_n)-d(x_n,x_{n+1}) \leqslant\\ d(u,x_{n+1})+d(x_{n+1},x_n)+d(x_n,x_{n_1})-d(u,x_n)-d(x_n,x_{n+1})=\\ d(x_n,x_{n_1})\end{aligned} \tag{9}$$

即

$$\frac{1}{\varphi(r)}d(x_n,x_{n_1}) \leqslant d(x_n,x_{n+1})$$

由引理 1，可得

$$\frac{1}{\varphi(r)}d(x_n,x_{n_1}) \in d(x_n,x_{n+1})$$

因此，由(1)式得

$$rd(x_n,x_{n_1}) \in s(Fx_n,Fx_{n_1})$$

继而由引理 2 中的结论 (iii) 和 (iv)，有 $rd(x_n,x_{n_1}) \in s(x_{n+1},Fx_{n_1})$ 成立，且存在 $x_{n_2} \in Fx_{n_1}$，使得

$$d(x_{n+1},x_{n_2}) \leqslant rd(x_n,x_{n_1}) \tag{10}$$

由锥矩度量空间的定义，有

$$\begin{aligned}d(u,x_{n_2}) \leqslant d(u,x_n)+d(x_n,x_{n+1})+d(x_{n+1},x_{n_2}) \leqslant\\ d(u,x_n)+d(x_n,x_{n+1})+rd(x_n,x_{n_1})\end{aligned} \tag{11}$$

在(11)式中令 $n\to\infty$，可得

$$d(u,x_{n_2}) \leqslant rd(u,x_{n_1}) \tag{12}$$

另外，由锥矩度量空间的不等式，有

$$\begin{aligned}d(x_{n_1},x_{n_2}) \leqslant d(x_{n_1},u)+d(u,x_{n+1})+d(x_{n+1},x_{n_2}) \leqslant\\ d(x_{n_1},u)+d(u,x_{n+1})+rd(x_n,x_{n_1})\end{aligned} \tag{13}$$

同样，令 $n\to\infty$，可得

$$d(x_{n_1},x_{n_2}) \leqslant (1+r)d(u,x_{n_1}) \Rightarrow \frac{1}{1+r}d(x_{n_1},x_{n_2}) \leqslant d(x_{n_1},u) \tag{14}$$

即

$$\varphi(r)d(x_{n_1},x_{n_2})\leqslant d(x_{n_1},u)$$

由引理 1，可得

$$\frac{1}{\varphi(r)}d(x_{n_1},u)\in s(x_{n_1},Fx_{n_1})$$

进而由(1)式，可得

$$rd(x_{n_1},u)\in s(Fx_{n_1},Fu) \tag{15}$$

其次，类似地由 $x_{n_2}\in\{x_n\}$ 且 $x_{n_1}\neq u$，可推得

$$rd(x_{n_2},u)\in s(Fx_{n_2},Fu)$$

依此继续下去，对任意的 $k\in\mathbb{N}$，都有

$$rd(x_{n_k},u)\in s(Fx_{n_k},Fu) \tag{16}$$

因为 $x_{n_{k+1}}\in Fx_{n_k}$，所以 $rd(x_{n_k},u)\in s(x_{n_{k+1}},Fu)$. 继而，由引理 2 中的结论ⅳ，可得存在 $u_k\in Fu$，使得

$$d(x_{n_{k+1}},u_k)\leqslant rd(x_{n_k},u)$$

最后，若存在 $k\in\mathbb{N}$，使得 $x_{n_k}=x_{n_{k+1}}$，那么 x_{n_k} 就是 F 的不动点. 假设对任意的 $k\in\mathbb{N}$，$x_{n_k}\neq x_{n_{k+1}}$. 这说明在 $\mathbb{N}$ 中存在无限集 J，使得对任意的 $n_k\in J$，$x_{n_k}\neq u$. 因为$\{x_{n_k}\}$ 是$\{x_n\}$ 中的序列，由(7)式，对任意的 $c\gg\theta$，当 $n_k\geqslant k>k_c$ 时，有

$$\begin{aligned}d(u,u_k)&\leqslant d(u,x_{n_k})+d(x_{n_k},x_{n_{k+1}})+d(x_{n_{k+1}},u_k)\leqslant\\ &d(u,x_{n_k})+d(x_{n_k},x_{n_{k+1}})+rd(x_{n_k},u)\ll\\ &\frac{c}{3}+\frac{c}{3}+\frac{c}{3}\ll c\end{aligned} \tag{17}$$

所以 $u_k\to u$. 由 Fu 是闭的，可得 $u\in Fu$，即多值映象 F 存在不动点.

定理 2　设映射 $\varphi:[0,1)\longrightarrow\left(\frac{1}{2},1\right]$为 $\varphi(t)=\frac{1}{t+1}$，(X,d)是带有锥 P 的锥矩度量空间，$\overline{B}_d(x_0,r)$为该空间中的完备子空间. $T:\overline{B}_d(x_0,r)\longrightarrow \mathrm{CL}(X)$是多值映象，集合$\{w:d(w,z)\leqslant ad(z,y)$ 且 $d(w,y)\leqslant ad(z,x)$，其中 $x\in X$，$y\in Tx$，$z\in Ty$，$w\in Tz$，$a\in[0,1)\}$非空. 若存在 $a\in[0,1)$，使得对任意的 $x,y\in\overline{B}_d(x_0,r)$，有

$$\frac{1}{\varphi(a)}d(x,y)\in s(x,Tx)\Rightarrow ad(x,y)\in s(Tx,Ty) \tag{18}$$

成立，且$\{x:(1-a)r\in s(d(x_0,x))$，$x\in Tx_0\}$ 中存在两点 x_1',x_1，满足 $d(x_1',x_1)\leqslant a^2r$，那么存在 $v\in\overline{B}_d(x_0,r)$，使得 $v\in Tv$(即多值映象 T 存在不动点).

证　首先，因为$\{x:(1-a)r\in s(d(x_0,x))$，$x\in Tx_0\}$ 中存在两点 x_1',x_1 满足 $d(x_1,x_1')\leqslant a^2r$，可知 Tx_0 中存在两点 x_1',x_1，使得：

$$d(x_1,x_1')\leqslant a^2r$$
$$(1-a)r\in s(d(x_0,x_1))\qquad (1-a)r\in s(d(x_0,x_1')) \tag{19}$$

即满足：

$$d(x_1,x_1')\leqslant a^2r\qquad d(x_0,x_1)\leqslant(1-a)r\qquad d(x_0,x_1')\leqslant(1-a)r \tag{20}$$

由 $d(x_0,x_1)\leqslant(1-a)r\leqslant r$，易知 $x_1\in\overline{B}_d(x_0,r)$，同理 $x_1'\in\overline{B}_d(x_0,r)$.

其次，因为

$$d(x_0,x_1)\leqslant\frac{1}{\varphi(a)}d(x_0,x_1) \tag{21}$$

那么，由引理 1 可得

$$\frac{1}{\varphi(a)}d(x_0, x_1) \in s(x_0, Tx_0)$$

从而由(18)式得

$$ad(x_0, x_1) \in s(Tx_0, Tx_1)$$

继而，由引理 2 中的结论 (iv) 可知，存在 $x_2 \in Tx_1$，使得

$$d(x_1, x_2) \leqslant ad(x_0, x_1) \tag{22}$$

由锥矩度量空间的定义，以及(20)和(22)式，可得

$$\begin{aligned} d(x_2, x_0) \leqslant\ & d(x_2, x_1) + d(x_1, x_1') + d(x_1', x_0) \leqslant \\ & ad(x_0, x_1) + a^2 r + (1-a)r \leqslant \\ & a(1-a)r + a^2 r + (1-a)r = r \end{aligned}$$

这说明

$$x_2 \in \overline{B}_d(x_0, r) \tag{23}$$

进一步，由引理 1 以及：

$$d(x_1, x_2) \leqslant \frac{1}{\varphi(a)}d(x_1, x_2) \qquad d(x_0, x_2) \leqslant \frac{1}{\varphi(a)}d(x_0, x_2) \tag{24}$$

可得

$$\frac{1}{\varphi(a)}d(x_1, x_2) \in s(x_1, Tx_1)$$

和

$$\frac{1}{\varphi(a)}d(x_0, x_2) \in s(x_0, Tx_1)$$

从而由(18)式得：

$$ad(x_1, x_2) \in s(Tx_1, Tx_2)$$

$$ad(x_0, x_2) \in s(Tx_0, Tx_2)$$

再由引理 2 中的结论 (iv)，存在$\{x_3^*\}$,$\{x_3'\} \subseteq Tx_2$，使得：

$$d(x_2, x_3^*) \leqslant ad(x_1, x_2)$$

$$d(x_1, x_3') \leqslant ad(x_0, x_2)$$

继而由 T 满足的条件得，存在 $x_3 \in \{x_3^*\} \cap \{x_3'\}$，使得：

$$d(x_2, x_3) \leqslant ad(x_1, x_2) \qquad d(x_1, x_3) \leqslant ad(x_0, x_2) \tag{25}$$

由

$$\begin{aligned} d(x_3, x_0) \leqslant\ & d(x_3, x_2) + d(x_2, x_1) + d(x_1, x_0) \leqslant \\ & a^2 d(x_0, x_1) + ad(x_0, x_1) + (1-a)r \leqslant \\ & a^2(1-a)r + a(1-a)r + (1-a)r = \\ & (1-a^3)r \leqslant r \end{aligned} \tag{26}$$

所以

$$x_3 \in \overline{B}_d(x_0, r) \tag{27}$$

继续按照上述步骤进行，可构造序列$\{x_n\} \in \overline{B}_d(x_0, r)$，满足 $x_{n+1} \in Tx_n$，且：

$$d(x_n, x_{n+1}) \leqslant ad(x_{n-1}, x_n) \qquad d(x_n, x_{n+2}) \leqslant ad(x_{n-1}, x_{n-3}) \tag{28}$$

由引理 3，可得$\{x_n\}$是 $\overline{B}_d(x_0, r)$ 中的柯西列. 另外，由 $\overline{B}_d(x_0, r)$ 完备，可得该序列收敛于 $v \in \overline{B}_d(x_0, r)$，类似定理 1 可证得 $v \in Tv$.

参考文献：

[1] AZAM A, MEHMOOD N, AHMAD J, et al. Multivalued Fixed Point Theorems in Cone b-Metric Spaces [J]. Journal of Inequalities and Applications, 2013, 2013(1): 1－9.

[2] AZAM A, ARSHAD M, BEG I. Banach Contraction Principle on Cone Rectangular Metric Spaces [J]. Applicable Analysis and Discrete Mathematics, 2009, 3(2): 236－241.

[3] MALHOTRA S K, SHUKLA S, SEN R. Some Fixed Point Theorems for Ordered Reich Type Contractions in Cone Rectangular Metric Spaces [J]. Acta Mathematica Universitatis Comenianae, 2013, 82(2): 165－175.

[4] RASHWAN R A, SALEH S M. Some Fixed Point Theorems in Cone Rectangular Metric Spaces [J]. Mathematical Aeterna, 2012, 2(6): 573－587.

[5] MEHMOOD N, AZAM A, KOČINAC L D R. Multivalued Fixed Point Results in Cone Metric Spaces [J]. Topology and its Applications, 2015, 179: 156－170.

[6] CHO S H, BAE J S. Fixed Point Theorems for Multivalued Maps in Cone Metric Spaces [J]. Fixed Point Theory Applications, 2011, 2011(1): 1－7.

Fixed Point Theorems for Multi-Valued Mappings in Cone Rectangular Metric Spaces

YAO Ting[1], DENG Lei[1], YANG Ming-ge[2]

1. *School of Mathematics and Statistics, Southwest University, Chongqing 400715, China;*
2. *School of Mathematics Science, Luoyang Normal University, Luoyang Henan 471022, China*

Abstract: In this paper, we obtain some fixed point theorems for the improved multi-valued mappings in cone rectangular metric spaces. Our result largely improve and extend some related results that have been published recently.

Key words: cone rectangular metric space; multi-valued mapping; fixed point

责任编辑　廖　坤