DOI: 10.13718/j.cnki.xdzk.2017.05.015

一类新型金融系统风险评估模型的同步控制①

李　东[1]，　李紫君[2]，　张兴鹏[3]

1. 重庆大学 数学与统计学院，重庆 401331；2. 郑州工商学院 公共基础课教学部，郑州 451400；
3. 重庆大学 软件学院，重庆 401331

摘要：通过脉冲控制和自适应脉冲同步的相关知识，研究了一类带有风险评估的金融系统模型. 利用非线性脉冲动力系统的比较原则与不变原理，得到了使系统分别在脉冲控制和自适应脉冲控制下达到同步稳定的充分条件，并且估计出达到同步稳定时的最大脉冲控制区间. 最后，通过数值模拟证明了该方法的有效性.

关　键　词：脉冲；自适应；同步；金融

中图分类号：O193　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1673-9868(2017)05-0099-07

本文的金融系统模型是 Caetano M A L 在 2011 年基于化学反应提出的一类新型模型，已被证明充分吻合实际数据. 之前已有很多作者研究过此类金融系统[1-3]，但本文所研究的金融系统的风险评估模型的具体动力行为还未曾被研究过.

研究系统的同步和稳定有很多方法，比如自适应控制[4]、模糊控制[5]、脉冲控制[6]、误差反馈控制[7]等等. 由于脉冲控制的不连续性质可以有效节约能量，最近已有很多研究人员将其与其它同步方法结合起来研究系统同步，例如：把自适应控制和脉冲控制结合起来，称为自适应脉冲控制[8]；把模糊控制与脉冲控制结合起来，称为模糊脉冲控制[9]等等.

本文先研究用脉冲控制来使系统达到同步，再研究用自适应脉冲控制的方法使得系统达到同步稳定，并给出两种方法的利弊，最后给出数值模拟验证本文同步方法的有效性.

1　基础知识

通常把一个固定时刻的脉冲微分方程描述为

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{f}(t,\ \boldsymbol{x}(t)) & t\neq\tau_k,\ k=1,2,\cdots\\ \Delta\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{x}(t^+)-\boldsymbol{x}(t)=U(k,\ \boldsymbol{x}) & t=\tau_k,\ k=1,2,\cdots\\ \boldsymbol{x}(t_0^+)=\boldsymbol{x}_0\end{cases}\tag{1}$$

其中：$\boldsymbol{x}\in\mathbb{R}^n$ 在 $t=\tau_k$ 处左连续；离散集合$\{\tau_k\}$为脉冲时刻，并且满足 $0<\tau_1<\tau_2<\cdots<\tau_k<\tau_{k+1}<\cdots$，$\tau_k\to\infty$，$k\to\infty$ 时，函数 $\boldsymbol{f}$：$\mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^n\longrightarrow\mathbb{R}^n$ 是连续的.

① 收稿日期：2016-01-30
基金项目：国家自然科学基金项目(11202249)；中央高校基本科研业务费专项资金(CQDXWL-2013-002).
作者简介：李　东(1977-)，男，重庆合川人，副教授，博士，主要从事微分方程与动力系统研究.
通信作者：李紫君，硕士.

定义 1 函数 $V:\mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^n\longrightarrow\mathbb{R}_+$ 称为属于 V_0 的，如果满足

(i) V 在区间 $(\tau_{k-1},\tau_k]\times\mathbb{R}^n$ 上连续，且对每一个 $\boldsymbol{x}\in\mathbb{R}^n$，都有极限

$$\lim_{(t,\boldsymbol{y})\to(\tau_k^+,\boldsymbol{x})}V(t,\boldsymbol{y})=V(\tau_k^+,\boldsymbol{x})$$

存在，其中 $k=1,2,\cdots$.

(ii) V 关于 $\boldsymbol{x}$ 是局部 Lipschitz 连续的.

定义 2 对于 $(t,\boldsymbol{x})\in(\tau_{k-1},\tau_k)\times\mathbb{R}^n$，定义 $V\in V_0$ 上的右上 Dini 导数为

$$D^+V(t,\boldsymbol{x})=\limsup_{h\to0}\frac{1}{h}[V(t+h,\boldsymbol{x}+h\boldsymbol{f}(t,\boldsymbol{x}))-V(t,\boldsymbol{x})] \tag{2}$$

定义 3 称函数 $\alpha\in\kappa$，如果 $\alpha\in[\mathbb{R}_+,\mathbb{R}_+]$，$\alpha(0)=0$ 且 $\alpha(x)$ 关于 x 严格单调递增.

引理 1[10] 若满足以下 3 个条件：

(i) $V:\mathbb{R}_+\times S_\rho\longrightarrow\mathbb{R}_+$，$\rho>0$，$V\in V_0$，$D^+V(t,\boldsymbol{x})\leqslant g(t,V(t,\boldsymbol{x}))$ 且 $t\neq\tau_k$；

(ii) 存在一个 $\rho_0>0$ 使得 $\boldsymbol{x}\in S_{\rho_0}$，且对所有 k，有 $\boldsymbol{x}+U(k,\boldsymbol{0})\in S_{\rho_0}$，并且

$$V(t,\boldsymbol{x}+U(k,\boldsymbol{x}))\leqslant\phi_k(V(t,\boldsymbol{x})),\ t=\tau_k,\ \boldsymbol{x}\in S_{\rho_0}$$

(iii) $\alpha(\|\boldsymbol{x}\|)\leqslant V(t,\boldsymbol{x})\leqslant\beta(\|\boldsymbol{x}\|)$，其中：$(t,\boldsymbol{x})\in\mathbb{R}_+\times\rho$；$\alpha,\beta\in\kappa$.

则若比较系统(4)的平凡解有稳定性，那么其相应系统(1)的平凡解也具有稳定性.

引理 2[11] 若 $g(t,\omega)=\dot{\lambda}(t)\omega$，$\lambda\in C^1[\mathbb{R}^1,\mathbb{R}^1]$，$\phi_k(\omega)=d_k\omega$，且对所有 k 有 $\omega\geqslant0$，则系统(1)的原点是渐近稳定的，如果满足 $V(\boldsymbol{0})=0$，$V(\boldsymbol{x})>0$，$\boldsymbol{x}\neq\boldsymbol{0}$，进一步，若集合

$$P=\{\boldsymbol{x}\in D_c:\boldsymbol{x}\notin\varphi,V'\boldsymbol{f}_c(\boldsymbol{x})=0\}\bigcup\{\boldsymbol{x}\in D_c:\boldsymbol{x}\in\varphi,V(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{f}_d(\boldsymbol{x}))=V(\boldsymbol{x})\} \tag{3}$$

除了$\{0\}$以外没有其他的不变集，且满足

$$\begin{aligned}&V'\boldsymbol{f}_c(\boldsymbol{x})\leqslant0 && \boldsymbol{x}\in D_c,\ \boldsymbol{x}\notin\varphi\\&V(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{f}_d(\boldsymbol{x}))-V(\boldsymbol{x})\leqslant0 && \boldsymbol{x}\in D_c,\ \boldsymbol{x}\in\varphi\end{aligned} \tag{4}$$

则该非线性脉冲动力系统的零解 $\boldsymbol{x}(t)\equiv\boldsymbol{0}$ 是渐近稳定的，D_c 是该系统吸引域中的一个子集.

2 系统模型描述

本文所讨论的金融模型是在可逆的化学反应的基础上构造出来的. 最初的化学反应方程为 $y_1+y_2\Leftrightarrow y_3+H$，其中 y_1,y_2,y_3 代表 3 种化学物质，H 代表水.

基于此简单的化学反应，y_3 浓度的改变可以通过如下微分方程来描述

$$\frac{\mathrm{d}y_3}{\mathrm{d}t}=k_1y_1y_2-k_2H$$

其中 k_1,k_2 分别代表正向反应和逆向反应的变化率系数. 由此推出本文所用到的模型为：

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}y_1}{\mathrm{d}t}=a_1(-a_2y_1+a_3y_3)\\[2ex]\dfrac{\mathrm{d}y_2}{\mathrm{d}t}=a_1(-a_4y_2+a_5y_3)\\[2ex]\dfrac{\mathrm{d}y_3}{\mathrm{d}t}=a_6y_1y_2-a_3y_2+a_1a_2y_1+a_1a_4y_2\end{cases} \tag{5}$$

其中 a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,a_6 为常数. 通过对比股票市场我们可以建立联系，例如变量 y_1 代表 Hang seng 指数(HSI)，y_2 代表 Dow Jones 指数，y_3 代表 Ibovespa(Brazilian 股票市场指数). 这时 HSI 和 Dow Jones 指数通过项 $a_6y_1y_2$ 影响 Ibovesopa 指数，使得 Brazilian 指数以变化率 a_6 升高，另一方面如果 Dow Jones 指数降低价值则会通过项 a_3y_2 降低 Ibovesopa 指数，而那些从 Brazilian 流出的投资，则分别通过项 a_3y_3 和 a_5y_3 使得 HSI 和 Dow Jones 指数增加. 项 $a_1a_2y_1+a_1a_4y_2$ 代表从 HSI 和 Dow Jones 指数流出的资产进入 Brazilian 股票市场.

当系数 $a_1=0.44$，$a_2=12.31$，$a_3=0.52$，$a_4=0.53$，$a_5=12.92$，$a_6=2.34$ 时，系统(5) 为混沌系统(图 2). 从而由混沌性质可知系统(5) 的状态变量都是有界的.

3　金融系统的脉冲同步

方程(5) 为驱动系统，则其在脉冲控制下的响应系统为

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}z_1}{\mathrm{d}t}=a_1(-a_2z_1+a_3z_3) & t\neq\tau_k\\ \dfrac{\mathrm{d}z_2}{\mathrm{d}t}=a_1(-a_4z_2+a_5z_3) & t\neq\tau_k\\ \dfrac{\mathrm{d}z_3}{\mathrm{d}t}=a_6z_1z_2-a_3z_2+a_1a_2z_1+a_1a_4z_2 & t\neq\tau_k\\ \Delta z_i=\boldsymbol{z}(t^+)-\boldsymbol{z}(t)=\boldsymbol{B}_{ik}e_i & t=\tau_k\end{cases}\tag{6}$$

其中：$\boldsymbol{z}\in\mathbb{R}^3$ 在 $t=\tau_k$ 处左连续且 τ_k 满足 $0<\tau_1<\tau_2<\cdots<\tau_k<\tau_{k+1}<\cdots$，$\tau_k\to\infty$，$k\to\infty$；$\boldsymbol{B}_k=\mathrm{diag}(\boldsymbol{B}_{1k},\boldsymbol{B}_{2k},\boldsymbol{B}_{3k})$ 是脉冲控制常数矩阵；$\boldsymbol{B}_{ik}(i=1,2,3)$ 是脉冲控制；$\boldsymbol{e}=(e_1,e_2,e_3)^{\mathrm{T}}=(z_1-y_1,z_2-y_2,z_3-y_3)^{\mathrm{T}}$ 是同步误差.

由系统(5),(6) 式可得同步误差系统：

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}e_1}{\mathrm{d}t}=a_1(-a_2e_1+a_3e_3) & t\neq\tau_k\\ \dfrac{\mathrm{d}e_2}{\mathrm{d}t}=a_1(-a_4e_2+a_5e_3) & t\neq\tau_k\\ \dfrac{\mathrm{d}e_3}{\mathrm{d}t}=a_6e_1e_2-a_3e_2+a_1a_2e_1+a_1a_4e_2 & t\neq\tau_k\\ \Delta e_i=\boldsymbol{B}_{ik}e_i & t=\tau_k,\ k=1,2,\cdots,\ i=1,2,3\end{cases}\tag{7}$$

下面找到关于脉冲控制 $\boldsymbol{B}_{ik}$ 和脉冲区间(τ_{k-1},τ_k) 的一些充分条件使得脉冲控制响应系统(6) 和驱动系统(5) 对任意初值是全局渐近同步的.

定理 1　令 λ_2 为$(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B}_k)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B}_k)$ 的最大特征值，脉冲控制矩阵 $\boldsymbol{B}_k=\mathrm{diag}(\boldsymbol{B}_{1k},\boldsymbol{B}_{2k},\boldsymbol{B}_{3k})$ 且$(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B}_k)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B}_k)$ 的谱半径 $\rho\leqslant1$，若满足条件

$$M=\max\{|a_1a_3+a_1a_2+a_6y_2|,|a_1a_5+a_1a_4-a_3+a_6z_1|\}$$

$$\lambda_1=2\max\left\{\frac{M}{2}-a_1a_2,\frac{M}{2}-a_1a_4,M\right\}$$

则系统(6) 和系统(5) 同步.

证　令 $V(\boldsymbol{e})=\dfrac{1}{2}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}$，当 $t\neq\tau_k$ 时，

$$\begin{aligned}\dot V(\boldsymbol{e})=&e_1\dot e_1+e_2\dot e_2+e_3\dot e_3=\\ &e_1a_1(-a_2e_1+a_3e_3)+e_2a_1(-a_4e_2+a_5e_3)+e_3(a_6z_1z_2-a_6y_1y_2+(a_1a_4-a_3)e_2+a_1a_2e_1)=\\ &-a_1a_2e_1^2-a_1a_4e_2^2+(a_1a_3+a_1a_2)e_1e_3+(a_1a_5+a_1a_4-a_3)e_2e_3+a_6z_1z_2e_3-a_6y_1y_2e_3=\\ &-a_1a_2e_1^2-a_1a_4e_2^2+(a_1a_3+a_1a_2)e_1e_3+(a_1a_5+a_1a_4-a_3)e_2e_3+a_6z_1z_2e_3-a_6y_1y_2e_3-\\ &a_6z_1y_2e_3+a_6z_1y_2e_3=\\ &-a_1a_2e_1^2-a_1a_4e_2^2+(a_1a_3+a_1a_2)e_1e_3+(a_1a_5+a_1a_4-a_3)e_2e_3+a_6z_1e_2e_3+a_6y_2e_1e_3\leqslant\\ &-a_1a_2e_1^2-a_1a_4e_2^2+|a_1a_3+a_1a_2+a_6y_2||e_1||e_3|+|a_1a_5+a_1a_4-a_3+a_6||e_2||e_3|\leqslant\\ &-a_1a_2e_1^2-a_1a_4e_2^2+M(|e_1||e_3|+|e_2||e_3|)\leqslant\\ &\left(-a_1a_2+\frac{M}{2}\right)e_1^2+\left(-a_1a_4+\frac{M}{2}\right)e_2^2+Me_3^2\leqslant\lambda_1V(\boldsymbol{e})\end{aligned}$$

因此满足引理1中的条件(i)且 $g(t,\omega)=\lambda_1\omega$.

接着再考虑当 $t=\tau_k$ 时的情况，因为 $\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B}_k$ 是对称的，由欧几里得范数可知 $\rho(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B}_k)=\|\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B}_k\|$，则对任意 $\rho_0>0$ 使得 $\boldsymbol{x}\in S_{\rho_0}$，有

$$\|\boldsymbol{x}+U(k,\boldsymbol{x})\|\leqslant\|\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B}_k\|\,\|\boldsymbol{x}\|=\rho(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B}_k)\|\boldsymbol{x}\|$$

则

$$V(\boldsymbol{e})=\frac{1}{2}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B}_k)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B}_k)\boldsymbol{e}\leqslant\lambda_2V(\boldsymbol{e})$$

从而满足引理1中的条件(ii)，且 $\phi_k(\omega)=\lambda_2\omega$，显然，引理1的条件(iii)也满足. 因此，比较系统可写为

$$\begin{cases}\dot{\omega}=\lambda_1\omega & t\neq\tau_k,\ k=1,2,\cdots\\ \omega(\tau_k^+)=\lambda_2\omega(\tau_k) & t=\tau_k,\ k=1,2,\cdots\\ \omega(t_0)=\omega_0\end{cases}$$

由引理2知，若满足对任意 k 且 $\varepsilon>1$，有 $\lambda_1(\tau_{k+1})+\ln(\varepsilon\lambda_2)\leqslant\lambda_1(\tau_k)$，则系统(7)的原点是渐近稳定的，从而系统(5)和(6)达到同步，定理得证.

下面用数值模拟来验证脉冲控制方法的有效性. 不妨设 $\{\tau_k\}$ 是等距的且 $\tau_{k+1}-\tau_k=\delta>0$. 参数为 $a_1=0.44$，$a_2=12.31$，$a_3=0.52$，$a_4=0.53$，$a_5=12.92$，$a_6=2.34$ 时，系统(5)出现混沌状态. 此时当脉冲控制矩阵 $\boldsymbol{B}_k=\mathrm{diag}(-0.1,-0.01,-0.18)$ 时，取初值 $y_1=0.4$，$y_2=0.3$，$y_3=0.1$，可以找到相应的 ε，δ 使脉冲同步误差系统(7)的解趋于零(图3).

4 金融系统的自适应脉冲同步

本节将考虑通过自适应脉冲同步的方法来实现与系统(1)的同步.

自适应脉冲控制下的响应系统为

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}z_1}{\mathrm{d}t}=a_1(-a_2z_1+a_3z_3)+u_1 & t\neq\tau_k\\ \dfrac{\mathrm{d}z_2}{\mathrm{d}t}=a_1(-a_4z_2+a_5z_3)+u_2 & t\neq\tau_k\\ \dfrac{\mathrm{d}z_3}{\mathrm{d}t}=a_6z_1z_2-a_3z_2+a_1a_2z_1+a_1a_4z_2+u_3 & t\neq\tau_k\\ \Delta z_i=\boldsymbol{z}(t^+)-\boldsymbol{z}(t)=\boldsymbol{B}_{ik}e_i & t=\tau_k,\ k=1,2,\cdots,\ i=1,2,3\end{cases}\tag{8}$$

令

$$\begin{aligned}u_1&=m_1e_1-a_1a_3e_3+a_1a_2e_1\\ u_2&=m_2e_2-a_1a_5e_3+a_1a_4e_2+a_3e_3\\ u_3&=m_3e_3-a_6z_1z_2+a_6y_1y_2\\ \dot{m}_i&=-\gamma_ie_i^2\qquad i=1,2,3\end{aligned}$$

其中：$\gamma_i>0$，$i=1,2,3$ 为任意常数；m_i 为自适应控制器. 则误差系统为

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}e_1}{\mathrm{d}t}=m_1e_1 & t\neq\tau_k\\ \dfrac{\mathrm{d}e_2}{\mathrm{d}t}=m_2e_2+a_3e_3 & t\neq\tau_k\\ \dfrac{\mathrm{d}e_3}{\mathrm{d}t}=m_3e_3+a_1a_2e_1+(a_1a_4-a_3)e_2 & t\neq\tau_k\\ \Delta e_i=\boldsymbol{B}_{ik}e_i & t=\tau_k,\ k=1,2,\cdots,\ i=1,2,3\\ \dot{m}_i=-\gamma_ie_i^2 & i=1,2,3\end{cases}\tag{9}$$

定理 2　若 $\rho_{ik}=\lambda_{\max}((\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B}_k)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B}_k))\leqslant 1$，$i=1,2,3$，$k=1,2,\cdots$，则在自适应脉冲控制器$\{u_i;\boldsymbol{B}_k;\tau_k\}$下，驱动系统(5)与响应系统(8)为全局渐近同步的.

证　令 $V=\frac{1}{2}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{\gamma_i}(m_i+l)^2$，$l$ 为一个正常数. 当 $t\neq\tau_k$ 时，

$$D^+V=\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{e}}-\sum_{i=1}^{3}(m_i+l)e_i^2=$$

$$e_1(m_1e_1)+e_2(m_2e_2+a_3e_3)+e_3(m_3e_3+a_1a_2e_1+(a_1a_4-a_3)e_2)-\sum_{i=1}^{3}(m_i+l)e_i^2=$$

$$a_1a_2e_1e_3+a_1a_4e_2e_3-\sum_{i=1}^{3}le_i^2=$$

$$\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\begin{pmatrix}-l & 0 & a_1a_2\\ 0 & -l & a_1a_4\\ 0 & 0 & -l\end{pmatrix}\boldsymbol{e}=$$

$$\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{e}$$

又 l 为正常数，故 $\boldsymbol{Q}$ 为负定矩阵，所以通过选择适当的 l 可以使得 $\dot{V}\leqslant-\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}$.

当 $t=\tau_k$ 时，

$$V(\tau_k^+)=\frac{1}{2}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(\tau_k^+)\boldsymbol{e}(\tau_k^+)+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{\gamma_i}(m_i(\tau_k^+)+l)^2=$$

$$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}(1+\boldsymbol{B}_{ik})^2e_i^2(\tau_k^+)+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{\gamma_i}(m_i(\tau_k^+)+l)^2=$$

$$\frac{1}{2}\rho_{ik}\sum_{i=1}^{3}e_i^2(\tau_k^+)+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{\gamma_i}(m_i(\tau_k^+)+l)^2<$$

$$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}e_i^2(\tau_k^+)+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{\gamma_i}(m_i(\tau_k^+)+l)^2=$$

$$V(\tau_k)$$

定义集合 $K=\{\dot{V}=0,t\neq\tau_k,k=1,2,\cdots\}\cup\{V(\tau_k^+)=V(\tau_k),t=\tau_k\}$，$k=1,2,\cdots$ 并且集合 $\Omega=\{(\boldsymbol{e},\boldsymbol{m})\in\mathbb{R}^n\times\mathbb{R}^n:\boldsymbol{e}(t)=\boldsymbol{0},\boldsymbol{m}=\boldsymbol{m}_0\in\mathbb{R}^n\}$ 为包含在 K 中的最大不变子集，由文献[12]推论 5.1 可知，系统(9)的轨迹收敛到集合 Ω，也就是说当 $t\to\infty$ 时，$\boldsymbol{e}(t)\to\boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{m}\to\boldsymbol{m}_0$，故系统(5)与系统(9)达到同步.

选取参数 $a_1=0.44$，$a_2=12.31$，$a_3=0.52$，$a_4=0.53$，$r_1=8.92$，$r_2=0.34$，$r_3=0.017$ 且脉冲控制矩阵 $\boldsymbol{B}_k$ 与初值都不变时，系统(9)的解趋于零，即系统(5)与系统(8)达到同步(图 4).

注 1　自适应脉冲控制对脉冲区间并没有特殊的要求，而对于一般的脉冲区间如何获得最大的脉冲区间则是一个很重要的研究课题. 本文中一般脉冲控制的脉冲区间的极限估计是自适应脉冲方法的基础，当脉冲增益固定时，就会获得最大脉冲区间，简便的脉冲控制也能减少能量的消耗.

注 2　自适应控制具有设计简便的优点，但连续控制需要更多的能量，而一般的脉冲控制却可以节省很多能量，本文新的自适应脉冲控制则结合了自适应脉冲控制和脉冲控制的优点，即设计简便且节约能量. 故本文中给出的方法可以运用到很多领域，如通信安全和商业系统.

注 3　在自适应脉冲控制中，脉冲控制消耗的能量少于一般的脉冲控制. 尽管如此，连续的自适应控制需要持续的能量，所以自适应脉冲控制损耗的能量不一定比脉冲控制少. 因此从节约能源的观点来看，如何构造更加有效的自适应脉冲控制是很有必要的，这也需要我们进一步研究.

5 数值模拟

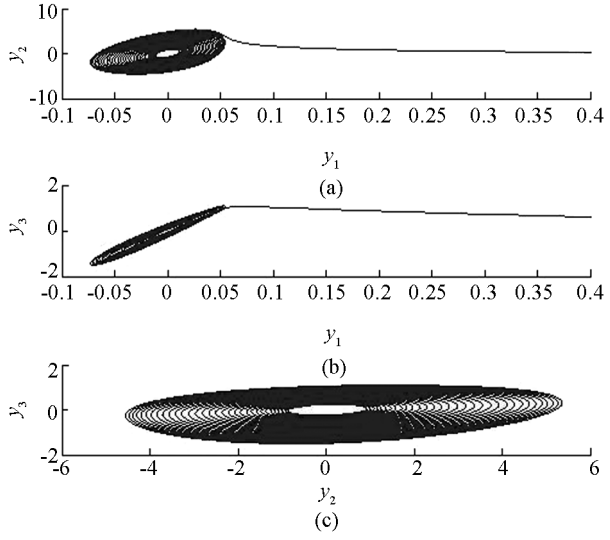


图1 混沌系统(5)的变量状态图

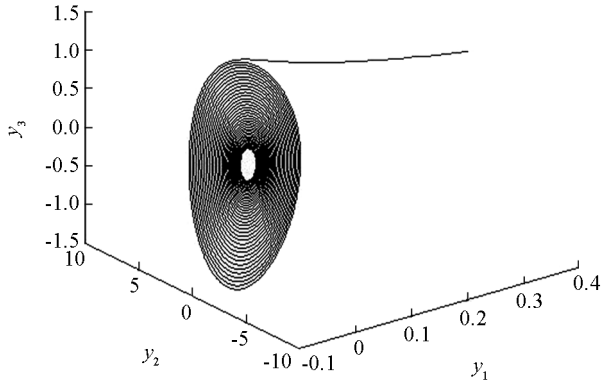


图2 混沌系统(5)的相图

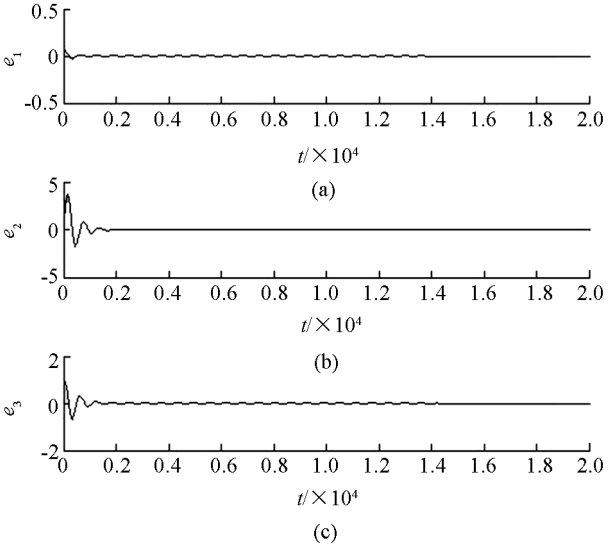


图3 系统(5)和系统(6)的误差同步的时间演变图

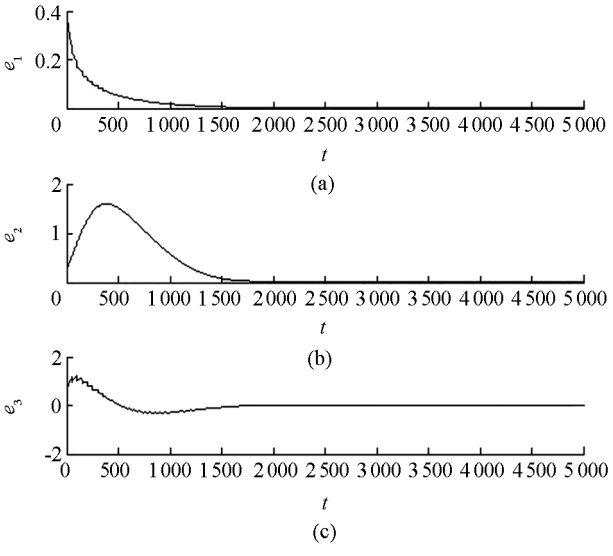


图4 系统(5)和系统(8)的误差同步的时间演变图

6 结 论

首先，对一类具有风险评估的金融系统模型提出了一种脉冲同步方法，通过比较原则得到一些同步的充分条件，估计出达到脉冲同步的最大脉冲区间，并通过数值模拟来验证该方法的有效性；接着又介绍了一种自适应脉冲同步方法，给出达到同步的一些充分条件，并利用数值模拟来验证该理论结果的有效性. 这些结果对于实现金融系统和股票市场的稳定同步是非常有用的.

参考文献：

[1] FARMER J D, PATELLI P, ZOVKO I I. The Predictive Power of Zero Intelligence in Financial Markets [J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2005, 102(6): 2254－2259.

[2] GRACIA E. Predator - Prey: An Efficient Market Model of Financial Bubbles and the Business Cycle [J]. Ssrn Electronic Journal, 2005, 2(2): 77－105.

[3] SORNETTE D, JOHANSEN A. A Hierarchical Model of Financial Crashes [J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 1998, 261(3/4): 581－598.

[4] WU X J, LU H T. Adaptive Generalized Function Projective Lag Synchronization of Different Chaotic Systems with Fully Uncertain Parameters [J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2011, 44(10): 802－810.

[5] LIN D, WANG X Y. Self-Organizing Adaptive Fuzzy Neural Control for the Synchronization of Uncertain Chaotic Systems with Random-Varying Parameters [J]. Neurocomputing, 2011, 74(12/13): 2241－2249.

[6] WANG T S, WANG X Y, WANG M J. A Simple Criterion for Impulsive Chaotic Synchronization [J]. Communications in NonlinearScience and Numerical Simulation, 2011, 16(3): 1464－1468.

[7] PYRAGAS K. Continuous Control of Chaos by Self-Controlling Feedback [J]. Physics Letters A, 1992, 170(6): 421－428.

[8] CHEN Y S, CHANG C C. Adaptive Impulsive Synchronization of Nonlinear Chaotic Systems [J]. Nonlinear Dynamics, 2012, 70(3): 1795－1803.

[9] ZHENGY G, CHEN G R. Fuzzy Impulsive Control of Chaotic Systems Based on TS Fuzzy Model [J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2009, 39(4): 2002－2011.

[10] CHAI X L, GAN Z H, SHI C X. Impulsive Synchronization and Adaptive-Impulsive Synchronization of a Novel Financial Hyperchaotic System [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2013(6): 831－842.

[11] LAKSHMIKANTHAM V, BAINOV D D, SIMEONOV P S. Theory of Impulsive Differential Equations [M]. Singapore: World Scientific, 1989.

[12] CHELLABOINA V, BHATB S P, HADDAD W M. An Invariance Principle for Nonlinear Hybrid and Impulsive Dynamical Systems [J]. Nonlinear Analysis A, 2003, 53(3/4): 527－550.

Impulsive Synchronization and Adaptive Synchronization of a New Model for the Evaluation of Systemic Risk in Stock Markets

LI Dong[1], LI Zi-jun[2], ZHANG Xing-peng[3]

1. *School of Mathematics and Statistics, Chongqing University, Chongqing 401331, China;*
2. *Department of Public Basic Course Education, Zhengzhou Technology and Business University, Zhengzhou 451400, China;*
3. *School of Software Engineering, Chongqing University, Chongqing 401331, China*

Abstract: In this paper, a new model for the evaluation of systemic risk in stock markets is investigated with the relevant knowledge of the impulsive synchronization and the adaptive impulsive synchronization theories. Based on the comparison principle and the invariance principle of nonlinear impulsive dynamical systems, several sufficient conditions for the synchronization stability of the system under pulse control and adaptive pulse control are obtained respectively, and the upper bounds of impulsive interval for stable synchronization are estimated. Finally, the effectiveness of the method is proved by numerical simulation.

Key words: impulsive; adaptive; synchronization; finance

责任编辑　张　枸