DOI：10. 13718/j. cnki. xdzk. 2017. 05. 016

# 一类舌状绦虫传染病模型及其性态分析①

邓连康，　刘贤宁

西南大学 数学与统计学院，重庆 400715

**摘要**：以舌状绦虫病的传播为背景，建立并分析了一类含有 $S,I$ 传染病仓室的食饵—捕食者系统模型. 首先，证明了系统解的正性和有界性；其次，计算出了模型的基本再生数和分析了平衡点存在的条件；然后，证明了种群灭绝平衡点是不稳定的，并给出了仅易感食饵种群存在平衡点局部渐近稳定的条件和易感食饵和捕食者种群共存平衡点局部渐近稳定的条件；最后，通过构造 Lyapunov 函数，得出了仅易感食饵种群存在平衡点和易感食饵与捕食者种群共存平衡点的全局渐近稳定性.

**关　键　词**：食饵—捕食者系统；全局吸引；全局渐近稳定；Lyapunov 函数

**中图分类号**：**O175. 13**　　**文献标志码**：**A**　　**文章编号**：1673 - 9868(2017)05 - 0106 - 07

## 1　模型及解的适定性

近年关于鱼类感染舌状绦虫病的报道逐渐增加，舌状绦虫的成虫寄生在水鸟的肠子里并发育成熟. 感染的水鸟腹部膨大，体型消瘦，羽毛逐渐脱落. 发育成熟的舌状绦虫的受精卵随着水鸟的粪便排到水里，孵出的幼虫叫做钩球蚴，它在水里自由的游动，被水蚤吞食后，在水蚤体内发育成为原尾蚴. 鱼类吞食了感染有原尾蚴的水蚤后，原尾蚴穿过鱼的肠壁到达体腔，发育为裂头蚴，感染的鱼类体型消廋，游动缓慢，容易死亡. 若病鱼被水鸟捕食，裂头蚴在水鸟体内发育为成虫并产卵，又重新开始其繁殖. 因为感染寄生虫会严重影响水鸟的身体状态，所以建模中假设其不具有捕食与繁殖能力. 同样假设感染的鱼类不具有繁殖能力. 因为是水鸟产生虫卵感染鱼类，类似于文献[1] 的处理方式，水鸟感染鱼类使用线性感染函数. 基于以上生物背景与假设，根据文献[2－3]，建立如下寄生虫感染食饵-捕食者系统的模型：

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}&=\lambda S\left(1-\frac{S+I}{K}\right)-\beta P_2 S-\alpha P_1 S\\
\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}&=\beta P_2 S-\mathrm{d}I-\gamma I P_1\\
\frac{\mathrm{d}P_1}{\mathrm{d}t}&=e\alpha P_1 S-u_1 P_1-\theta\gamma I P_1\\
\frac{\mathrm{d}P_2}{\mathrm{d}t}&=\theta\gamma I P_1-u_2 P_2
\end{aligned}\tag{1}$$

其中：$S(t),I(t)$ 分别是易感、感染的食饵(鱼类) 种群在 $t$ 时刻的密度；$P_1(t),P_2(t)$ 分别是易感、感染捕食者(水鸟) 种群在 $t$ 时刻密度；$K$ 为环境容纳量；$\lambda$ 为食饵种群内禀增长率；$\alpha$ 为易感捕食者捕获易感食饵

① 收稿日期：2016 - 09 - 17
基金项目：国家自然科学基金项目(11271303).
作者简介：邓连康(1992 -)，男，重庆开州人，硕士研究生，主要从事动力系统的研究.
通信作者：刘贤宁，教授，博士研究生导师.

的平均捕获率，$\theta$ 为易感捕食者捕获感染食饵而感染疾病的感染率；$\gamma$ 为易感捕食者捕获感染食饵的平均捕获率；$e$ 为食饵向捕食者的转化率；$\beta P_2 S$ 为感染易感捕食者被感染食饵所感染的感染函数；$u_1, u_2$ 分别是易感、感染捕食者的死亡率，满足 $u_1 < u_2$.

**引理 1**　若 $S(t), I(t), P_1(t), P_2(t)$ 是系统(1) 的解，满足初值条件 $S(0) > 0$，$I(0) > 0$，$P_1(0) > 0$，$P_2(0) > 0$，则系统的解具有正性且是一致最终有界的.

**证**　1) 正性. 若存在 $t_1 > 0$，使得 $S(t), I(t), P_1(t), P_2(t)$ 在 $[0, t_1)$ 大于零，且 $S(t_1), I(t_1), P_1(t_1), P_2(t_1)$ 至少有一个等于零.

若 $P_2(t_1) = 0$，由第四个方程有 $P_2' \geqslant -u_2 P_2$，由比较定理，$0 = P_2(t_1) \geqslant P_2(0)\mathrm{e}^{-u_2 t_1} > 0$，与假设矛盾，所以 $P_2(t_1) \neq 0$.

若 $I(t_1) = 0$，由第二个方程有 $I' \geqslant -\mathrm{d}I - \gamma I P_1$，同理 $0 = I(t_1) \geqslant I(0)\mathrm{e}^{-\int_0^{t_1} d + \gamma P_1(s)\mathrm{d}s} > 0$，与假设矛盾，所以 $I(t_1) \neq 0$.

若 $P_1(t_1) = 0$，由第三个方程有 $P_1' \geqslant -u_1 P_2 - \theta\gamma I P_1$，同理，$0 = P_1(t_1) \geqslant P_1(0)\mathrm{e}^{-\int_0^{t_1} u_1 + \theta\gamma I(s)\mathrm{d}s} > 0$，与假设矛盾，所以 $P_1(t_1) \neq 0$.

若 $S(t_1) = 0$，由第二个方程有 $S' \geqslant -\alpha P_1 S - \beta P_2 S$，同理 $0 = S(t_1) \geqslant S(0)\mathrm{e}^{-\int_0^{t_1} \alpha P_1(s) + \beta P_2(s)\mathrm{d}s} > 0$，与假设矛盾，所以 $S(t_1) \neq 0$.

2) 有界性. 由模型假设有 $S + I \leqslant K$.

令

$$W = eS + eI + P_1 + P_2$$

则

$$\begin{aligned} W' = {} & e\lambda S\left(1 - \frac{S+I}{K}\right) - e\mathrm{d}I - e\gamma I P_1 - u_1 P_1 - u_2 P_2 \leqslant \\ & e\lambda S\left(1 - \frac{S+I}{K}\right) - e\mathrm{d}I - u_1 P_1 - u_2 P_2 = \\ & e\lambda S\left(1 - \frac{S+I}{K}\right) + e\lambda S - e\lambda S - e\mathrm{d}I - u_1 P_1 - u_2 P_2 \end{aligned}$$

因为

$$S + I \leqslant K$$

令

$$u = \min(\lambda, d, u_1, u_2)$$

所以

$$W' \leqslant 2e\lambda S - uW \leqslant 2e\lambda K - uW$$

由比较定理

$$W(t) \leqslant W(0)\mathrm{e}^{-ut} + \frac{2e\lambda K}{u}$$

所以当 $t \to +\infty$ 时，

$$W(t) \leqslant \frac{2e\lambda K}{u}$$

引理 1 证完毕.

## 2　基本再生数与平衡点

系统(1) 一定存在两个边界平衡点 $\boldsymbol{E}_0(0, 0, 0, 0)$ 与 $\boldsymbol{E}_1(K, 0, 0, 0)$. 从生物学角度，令

$$R_1 = \frac{e\alpha K}{u_1} \tag{2}$$

当 $R_1>1$ 时，系统存在食饵与捕食者共存的边界平衡点 $\overline{\boldsymbol{E}}(\overline{S},0,\overline{P}_1,0)$，其中

$$\overline{S}=\frac{u_1}{e\alpha}\qquad \overline{P}_1=\frac{\lambda(Ke\alpha-u_1)}{e\alpha^2K}$$

下面讨论基本再生数与正平衡点的存在性，根据文献[4－5]下一代矩阵计算基本再生数方法可知

$$\boldsymbol{FQ}^{-1}=\begin{pmatrix}0 & \dfrac{\beta\overline{S}}{u_2}\\ \dfrac{\theta\gamma\overline{P}_1}{d+\gamma\overline{P}_1} & 0\end{pmatrix}$$

可得基本再生数

$$R_2=\sqrt{\frac{\theta\gamma\overline{P}_1}{d+\gamma\overline{P}_1}\frac{\beta\overline{S}}{u_2}}=\sqrt{\frac{\theta\lambda\gamma\beta u_1(Ke\alpha-u_1)}{e^2\alpha^3\mathrm{d}Ku_2+e\alpha u_2\lambda\gamma(Ke\alpha-u_1)}}\tag{3}$$

在 $R_2$ 中 $\theta\gamma\overline{P}_1$ 表示单位时间内一个 $I$ 感染 $P_1$ 转化为 $P_2$ 的数量，$\dfrac{1}{d+\gamma\overline{P}_1}$ 表示 $I$ 的存活时间，同样 $\beta\overline{S}$ 表示单位时间内一个 $P_2$ 感染 $S$ 转化为 $I$ 的数量，$\dfrac{1}{u_2}$ 表示 $P_2$ 的存活时间.

**引理 2**　当 $R_2>1$ 时，系统存在唯一正平衡点 $\boldsymbol{E}^*(S^*,I^*,P_1^*,P_2^*)$.

**证**　由 $P_2{}'=0$ 可得

$$P_1^*=\frac{u_2P_2^*}{\gamma I^*}$$

由 $P_1{}'=0$ 可得

$$S^*=\frac{u_1+\theta\gamma I^*}{e\alpha}$$

由 $I'=0$ 与 $P_2{}'=0$ 联立可得

$$P_2=\frac{\mathrm{d}I^*}{\theta\beta S^*-u_2}$$

当 $R_2>1$ 时，因为$\dfrac{\gamma\overline{P}_1}{d+\gamma\overline{P}_1}<1$，所以$\dfrac{\theta\beta\overline{S}}{u_2}>1$，此时易得

$$\theta\beta S^*-u_2=\frac{\theta\beta u_1-e\alpha u_2+\beta\gamma\theta^2I^*}{e\alpha}=\frac{e\alpha u_2\left(\dfrac{\theta\beta\overline{S}}{u_2}-1\right)+\beta\gamma\theta^2\ I^*}{e\alpha}>0\tag{4}$$

将以(4)式代入 $S'=0$ 联立可得：

$$AI^{*2}+BI^*+C=0$$

其中

$$A=-\lambda\gamma^2\theta^2\beta(e\alpha+\theta\gamma)<0$$

$$C=\theta\lambda\gamma\beta u_1(eK\alpha-u_1)-Ke^2\alpha^3u_2d-e\alpha u_2\lambda\gamma(eK\alpha-u_1)=(Ke^2\alpha^3u_2d+e\alpha u_2\lambda\gamma(eK\alpha-u_1))(R_2^2-1)$$

当 $R_2>1$ 时，$C>0$，方程有唯一正解 $I^*$，系统存在唯一正平衡点 $\boldsymbol{E}^*(S^*,I^*,P_1^*,P_2^*)$，引理 2 证毕.

## 3　局部稳定性分析

在这一节中，我们将讨论当阈值 $R_1$,$R_2$ 在不同条件下时，边界平衡点 $\boldsymbol{E}_0(0,0,0,0)$，$\boldsymbol{E}_1(K,0,0,0)$，$\overline{\boldsymbol{E}}(\overline{S},0,\overline{P}_1,0)$ 的局部稳定性. 系统的 Jacobian 矩阵为

$$\boldsymbol{J}=\begin{pmatrix}\lambda S\left(1-\dfrac{2S+I}{K}\right)-\beta P_2-\alpha P_1 & -\dfrac{\lambda S}{K} & -\alpha S & -\beta S\\ \beta P_2 & -d-\gamma P_1 & -\gamma I & \beta S\\ e\alpha P_1 & -\theta\gamma P_1 & e\alpha S-u_1-\gamma I & 0\\ 0 & \theta\gamma P_1 & \gamma I & -u_2\end{pmatrix}$$

**定理1** 种群灭绝平衡点 $\boldsymbol{E}_0$ 是不稳定的.

**证** 在 $\boldsymbol{E}_0$ 处的Jacobian矩阵

$$\boldsymbol{J}_{\boldsymbol{E}_0}=\begin{pmatrix}\lambda & 0 & 0 & 0\\ 0 & -d & 0 & 0\\ 0 & 0 & -u_1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -u_2\end{pmatrix}$$

则特征值为 $M_1=\lambda>0$，$M_2=-d<0$，$M_3=-u_1<0$，$M_4=-u_2<0$，所以 $\boldsymbol{E}_0$ 是不稳定的. 定理1证毕.

**定理2** 若 $R_1<1$，，仅易感食饵种群存在平衡点 $\boldsymbol{E}_1$ 是局部渐近稳定的.

**证** 在 $\boldsymbol{E}_1$ 处的Jacobian矩阵

$$\boldsymbol{J}_{\boldsymbol{E}_1}=\begin{pmatrix}-\lambda & -\lambda & -\alpha K & -\beta K\\ 0 & -d & 0 & \beta K\\ 0 & 0 & e\alpha K-u_1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -u_2\end{pmatrix}$$

则特征值为 $M_1=-\lambda<0$，$M_2=-d<0$，$M_3=e\alpha K-u_1=u_1(R_1-1)<0$，$M_4=-u_2<0$，所以 $\boldsymbol{E}_1$ 是局部渐近稳定的，定理2证毕.

**定理3** 若 $R_1>1$ 且 $R_2<1$，易感食饵与捕食者种群共存平衡点 $\overline{\boldsymbol{E}}$ 是局部渐近稳定的.

**证** 在 $\overline{\boldsymbol{E}}$ 处的Jacobian矩阵

$$\boldsymbol{J}_{\overline{E}}=\begin{pmatrix}-\dfrac{\lambda\overline{S}}{K} & -\dfrac{\lambda\overline{S}}{K} & -\alpha\overline{S} & -\beta\overline{S}\\ 0 & -(d+\gamma\overline{P}_1 & 0 & \beta\overline{S}\\ e\alpha\overline{P}_1 & -\theta\gamma\overline{P}_1 & 0 & 0\\ 0 & \theta\gamma\overline{P}_1 & 0 & -u_2\end{pmatrix}$$

利用矩阵分块理论，可得其特征方程为：

$$\left(M^2+\frac{\lambda\overline{S}}{K}M+e\alpha^2\overline{SP}_1\right)[M^2+(d+u_2+\gamma\overline{P}_1)M+(d+\gamma\overline{P}_1)u_2-\theta\gamma\beta\overline{SP}_1]=0$$

当 $R_1>1$，且 $R_2<1$ 时，方程的特征值满足

$$M_1+M_2=-\frac{\lambda\overline{S}}{K}<0$$

$$M_1M_2=e\alpha^2\overline{SP}_1>0$$

$$M_3+M_4=-(d+u_2+\gamma\overline{P}_1)<0$$

$$M_3M_4=(d+\gamma\overline{P}_1)u_2-\theta\gamma\beta\overline{SP}_1=(d+\gamma\overline{P}_1)u_2(1-R_2^2)>0$$

所以 $\overline{\boldsymbol{E}}$ 是局部渐近稳定的. 定理3证毕.

## 4 全局稳定性分析

在这一节中，首先讨论 $\boldsymbol{E}_1$ 的全局吸引性，结合定理2得到其全局渐近稳定性. 然后通过构造Lyapunov函数得到 $\overline{\boldsymbol{E}}$ 的全局渐近稳定性.

**引理3** 若 $R_1<1$，则

$$\lim_{t\to+\infty}I(t)=\lim_{t\to+\infty}P_1(t)=\lim_{t\to+\infty}P_2(t)=0$$

**证** 首先证明

$$\lim_{t\to+\infty}P_1(t)=\lim_{t\to+\infty}P_2(t)=0$$

因为 $S\leqslant K$，$u_1<u_2$，可得

$$\begin{aligned}P_1'(t)+P_2'(t)=&e\alpha SP_1-u_1P_1-u_2P_2\leqslant\\&e\alpha K(P_1+P_2)-u_1(P_1+P_2)=\\&u_1(R_1-1)(P_1+P_2)\leqslant 0\end{aligned}$$

由 $P_1(t)$,$P_2(t)$ 的正性，易得

$$\lim_{t\to+\infty}P_1(t)=\lim_{t\to+\infty}P_2(t)=0$$

下面证明

$$\lim_{t\to+\infty}I(t)=0$$

因为

$$\lim_{t\to+\infty}P_2(t)=0$$

所以对任意 $\varepsilon>0$，存在 $t_\varepsilon>0$，对任意 $t>t_\varepsilon$，都有 $P_2(t)<\dfrac{d}{K\beta}\dfrac{\varepsilon}{2}$.

$$\begin{aligned}I'(t)=&\beta SP_2-\mathrm{d}I-\gamma IP_2\leqslant\\&\beta KP_2-\mathrm{d}I\leqslant\\&d\left(\frac{\varepsilon}{2}-I\right)\end{aligned}$$

令 $I_\varepsilon(t)$ 是方程

$$I_\varepsilon'(t)=d\left(\frac{\varepsilon}{2}-I_\varepsilon\right)$$

在$[t_\varepsilon,+\infty)$ 的解，所以

$$I_\varepsilon(t)=\frac{\varepsilon}{2}+\mathrm{e}^{-\mathrm{d}t}$$

易得

$$\lim_{t\to+\infty}I_\varepsilon(t)=0$$

所以存在 $t^*>t_\varepsilon$，对任意 $t>t^*$，有 $I_\varepsilon(t)<\varepsilon$，由比较定理，

$$I(t)<I_\varepsilon(t)<\varepsilon$$

由 $I(t)$ 的正性与 $\varepsilon$ 的任意性，易得

$$\lim_{t\to+\infty}I(t)=0$$

引理 3 证完毕.

**定理 4**　若 $R_1<1$，仅易感食饵种群存在平衡点 $\boldsymbol{E}_1$ 是全局渐近稳定的.

**证**　由 $\boldsymbol{E}_1$ 的局部稳定性及引理 3 知，只需证明当 $\lim\limits_{t\to+\infty}S(t)=K$. 因为

$$\lim_{t\to+\infty}I(t)=\lim_{t\to+\infty}P_1(t)=\lim_{t\to+\infty}P_2(t)=0$$

所以对任意 $\varepsilon>0$，存在 $t_\varepsilon>0$，对任意 $t>t_\varepsilon$，都有 $I(t)<\varepsilon$，$P_1(t)<\varepsilon$，$P_2(t)<\varepsilon$，联立 $S\leqslant K$ 有：

$$\begin{aligned}S'=&\lambda S\left(1-\frac{S+I}{K}\right)-\beta P_2S-\alpha P_1S=\\&\lambda S\left(1-\frac{S}{K}\right)-\frac{\lambda SI}{K}-\beta P_2S-\alpha P_1S>\\&\lambda S\left(1-\frac{S}{K}\right)-A\varepsilon\end{aligned}$$

其中 $A=\lambda+\beta K+\alpha K$，令 $S_\varepsilon(t)$ 是方程

$$S_\varepsilon'=\lambda S_\varepsilon\left(1-\frac{S_\varepsilon}{K}\right)-A\varepsilon$$

在$[t_\varepsilon, +\infty)$上满足$S_\varepsilon(t_\varepsilon)=S(t_\varepsilon)$的解，$S_\varepsilon(t)$有两个平衡点

$$S_1=\frac{K\left(1-\sqrt{1-\dfrac{A\varepsilon}{\lambda K}}\right)}{2}$$

$$S_2=\frac{K\left(1+\sqrt{1-\dfrac{A\varepsilon}{\lambda K}}\right)}{2}$$

$$S_\varepsilon''(S_1)>0,\ S_\varepsilon''(S_2)<0$$

所以

$$\lim_{t\to+\infty} S_\varepsilon(t)=S_2$$

由比较定理易得

$$S_\varepsilon(t)<S(t)<K$$

因为$\varepsilon$是任意的，可得

$$\lim_{t\to+\infty} S(t)=K$$

定理4证毕.

**定理5** 当$R_1>1$，$\dfrac{\theta\gamma\overline{P}_1}{ed}+\dfrac{\lambda\overline{S}}{dK}<1$，$\dfrac{e\beta\overline{S}}{u_2}<1$时，易感食饵与捕食者种群共存平衡点$\overline{\boldsymbol{E}}$是全局渐近稳定的.

**证** 构造Lyapunov函数$V(t)$

$$V(t)=S-\overline{S}-\overline{S}\ln\frac{S}{\overline{S}}+I+\frac{1}{e}\left(P_1-\overline{P}_1-\overline{P}_1\ln\frac{P_1}{\overline{P}_1}\right)+\frac{1}{e}P_2$$

对$t$求导可得

$$\dot{V}(t)=(S-\overline{S})\left(\lambda\left(1-\frac{S+I}{K}\right)-\beta P_2-\alpha P_1\right)+\beta P_2S-\mathrm{d}I-\gamma IP_1+$$
$$\frac{1}{e}(P_1-\overline{P}_1)(e\alpha S-u_1-\theta\gamma I)+\frac{1}{e}(\theta\gamma IP_1-u_2P_2)$$

将$\overline{S}$,$\overline{P}_1$代入化简可得

$$\dot{V}(t)=-\frac{\lambda}{K}(S-\overline{S})^2-\frac{\lambda}{K}SI-\gamma IP_1+d\left(\frac{\theta\gamma\overline{P}_1}{ed}+\frac{\lambda\overline{S}}{dK}-1\right)I+\frac{u_2}{e}\left(\frac{e\beta\overline{S}}{u_2}-1\right)P_2$$

当$\dfrac{\theta\gamma\overline{P}_1}{ed}+\dfrac{\lambda\overline{S}}{dK}<1$，$\dfrac{e\beta\overline{S}}{u_2}<1$时，$\dot{V}(t)<0$，所以$\overline{\boldsymbol{E}}$是全局渐近稳定的. 定理5证毕.

## 5 讨 论

由定理4可知，若$R_1<1$，$\boldsymbol{E}^1$是全局渐近稳定的. 由$R_1=\dfrac{e\alpha K}{u_1}$可知，$R_1$关于$\alpha$单调递增，对于专业的养殖业而言，降低鱼类感染疾病的数量需要使得$\alpha$的值尽可能小，可以采取驱赶鱼塘附近鸟类的方法.

令

$$B_1=\frac{\theta\gamma\overline{P}_1}{ed}+\frac{\lambda\overline{S}}{dK}\qquad B_2=\frac{e\beta\overline{S}}{u_2}$$

当$R_2<1$时，正平衡点$\boldsymbol{E}^*$不存在，$\overline{\boldsymbol{E}}$局部渐近稳定. 而定理5中$\overline{\boldsymbol{E}}$是全局渐近稳定的条件为：当$R_1>1$，$B_1<1$，$B_2<1$，此时

$$R_2=\sqrt{\frac{\theta\gamma\overline{P}_1}{d+\gamma\overline{P}_1}\frac{\beta\overline{S}}{u_2}}<\sqrt{\left(\frac{\theta\gamma\overline{P}_1}{ed}+\frac{\lambda\overline{S}}{dK}\right)\frac{e\beta\overline{S}}{u_2}}<1$$

通过一些数值模拟，我们猜测当 $R_2 < 1$ 时，$\overline{E}$ 是全局渐近稳定的. 显然 $B_1$ 关于 $\gamma$ 单调递增，而 $B_2$ 关于 $\beta$ 单调递增，可以通过减小 $\gamma$ 和 $\beta$ 的方式控制疾病传播. 例如：将因感染舌状绦虫而死亡的裸鲤打捞起来之后填埋(使 $\gamma$ 减小)；在新鱼塘开始养殖之前用生石灰撒入鱼塘中，使鱼塘中的虫卵死亡(使 $\beta$ 减少).

**参考文献：**


[1] WANG K，ZHANG X L，JIN Z，et al. Modeling and Analysis of the Transmission of Echinococcosis with Application to XinJiang Uygur Autonomous Region of China [J]. Journal of Theoretical Biology，2013，333(S3)：78－90.

[2] HADELER K P，FREEDMAN H I. Predator-Prey Populations with Parasitic Infection [J]. Journal of Mathematical Biology，1989，27(6)：609－631.

[3] HSIEH Y H，HSIAO C K. Predator-Prey Model with Disease Infection in Both Populations [J]. Mathematical Medicine and Biology，2008，25(3)：247－266.

[4] DIEKMANN O，HEESTERBEEK J A P，METZ J A J. On the Definition and the Computation of the Basic Reproduction Ratio $R_0$ in Models for Infectious Diseases in Heterogeneous Populations [J]. Journal of Mathematical Biology，1990，28(4)：365－382.

[5] DIEKMANN O，HEESTERBEEK J A P，ROBERT M G. The Construction of Next Generation Matrices for Compartmental Epidemic Models [J]. Journal of Royal Society Interface，2010，7(47)：873－885.


# Performance Analysis of a Ligulaosis Model


DENG Lian-kang，　LIU Xian-ning

*School of Mathematics and Statistics，Southwest University，Chongqing 400715，China*



**Abstract**：In this paper，based on the background of ligulaosis trasmission，we establish and analyze a prey-predator model which includes S，I infectious diseases compartments. First，we show the positivity and boundedness of the solutions of the system. Next，we calculate the basic reproduction number of the model and analyze the conditions of the existence of equlibria. Then，we prove that the population extinction equilibrium point is unstable，and give the local asymptotic stability conditions of the susceptible prey only equilibrium and the susceptible prey and predator coexistence equilibrium. Finally，by constructing Lyapunov functions，we obtain the global asymptotic stability of the susceptible prey only equilibrium and the susceptible prey and predator coexistence equilibrium.



**Key words**：prey-predator system；global attractivity；global asymptotic stability；Lyapunov function

**责任编辑**　张　枸