

DOI: 10.13718/j.cnki.xdzk.2017.05.022

多夸克系统中的湮灭相互作用与 新强子态 X(3872)研究^①

谭志云¹, 杨友昌^{1,2}, 万 猛¹, 田维钊¹

1. 遵义师范学院 物理与电子科学学院, 贵州 遵义 563006; 2. 南京大学 物理学院, 南京 210093

摘要: 考虑多夸克系统内部正反夸克对湮灭为有效胶子, 推导出了湮灭相互作用势; 在不修改夸克模型参数的情况下, 研究了 $c\bar{c}u\bar{u}$ 系统的能谱, 不仅合理地解释了新强子态 X(3872), 而且还发现了 $J^{PC}=2^{++}$ 的 $D^{0*}\bar{D}^{0*}$ 弱束缚态, 并为 BES 和 LHCb 等国际实验合作组探测该粒子提出了建议.

关键词: 手征组分夸克模型; 湮灭相互作用; 多高斯展开算法

中图分类号: O572.33 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-9868(2017)05-0145-05

自 2003 年 Belle 实验合作组发现 X(3872) 以来, 北京 BES、欧州 LHCb、日本 Belle、美国 BaBar 等国际实验合作组还相继发现了 $Z_c(3900)$ 、X(3915)、Y(4260)、 $Z_c(4020)$ 等 22 个奇特介子态存在的信号^[1-2]. 这些新强子态的性质与夸克-反夸克组成介子的模型研究结果不相吻合. 为解释这些新强子态的性质, 理论上提出了分子态、双夸克-反双夸克组态、双夸克与四夸克的混合等不同的内部结构. 然而, 到目前为止, 关于新强子态内部结构的讨论仍然激烈, 没有定论.

通常情况下, 研究新强子态性质的夸克模型包含图 1(a) 所示的单胶子交换相互作用、图 1(b) 所示的自发对称破缺机制下的赝标介子交换相互作用, 以及考虑夸克禁闭的距离线性或平方禁闭势. 根据 QCD 理论, 胶子是颜色八重态, 因此夸克-反夸克组成的 $q\bar{q}$ 色单态介子和 3 个夸克组成的 qqq 色单态重子内部不存在单胶子湮灭相互作用. 然而, 由 $q_1\bar{q}_2q\bar{q}$ 组成的四夸克态、 $q_1q_2q_3q\bar{q}$ 组成的五夸克态等多夸克结构内部间存在图 1(c) 所示的湮灭相互作用. 到目前为止, 很少有人考虑这种相互作用对多夸克系统能谱的影响. 因此, 本文旨在研究湮灭相互作用对四夸克态能谱的影响. 本研究结果表明, 考虑湮灭相互作用后, 不仅能解释新强子态 X(3872) 的内部结构, 而且还发现存在 $J^{PC}=2^{++}$ 的 $D^{0*}\bar{D}^{0*}$ 弱束缚态.

1 手征组分夸克模型

考虑图 1(a)、(b) 所示的夸克(反夸克)-夸克(反夸克)间交换单胶子、单玻色子时, 粒子间的相互作用通常取为

$$H = \sum_{i=1}^4 \left(m_i + \frac{p_i^2}{2m_i} \right) - T_{\text{c.m.}} + \sum_{j>i=1}^4 (V_{ij}^C + V_{ij}^G + V_{ij}^\chi + V_{ij}^\sigma) \tag{1}$$

式中: $T_{\text{c.m.}}$ 是系统的质心能量; V_{ij}^G 来源于单胶子交换的结果, 其值为

① 收稿日期: 2016-08-20

基金项目: 国家自然科学基金(11265017); 贵州省优秀青年科技人才培养对象专项资金(黔科合人字[2013]28, 黔科合 J 字 LKZS[2014]31 号, 黔科合 J 字 LKZS[2012]05 号); 贵州省物理学特色重点学科(黔学位合字 ZDXK[2015]12 号, 黔教合人才团队字[2012]08 号).

作者简介: 谭志云(1979-), 女, 湖南邵阳人, 副教授, 主要从事理论物理和课程教学论研究.

通信作者: 杨友昌, 教授.

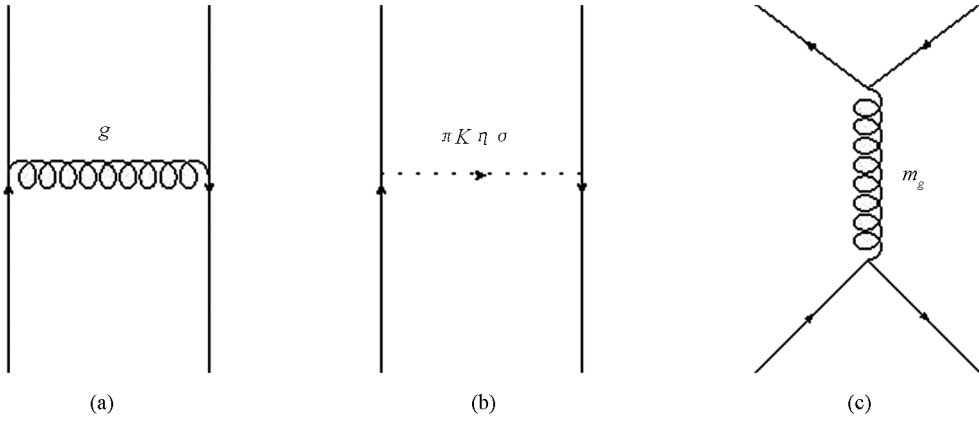


图 1 夸克(反夸克)-夸克(反夸克)间相互作用费曼图

$$V_{ij}^G = \alpha_s \frac{\lambda_i^c \cdot \lambda_j^c}{4} \left[\frac{1}{r_{ij}} - \frac{2\pi}{3m_i m_j} \sigma_i \cdot \sigma_j \delta(r_{ij}) \right] \quad (2)$$

其中: $r_{ij} = |r_i - r_j|$; σ 和 λ^c ($c=1, 2, \dots, 8$) 分别表示 SU(2) 泡利矩阵和 SU(3) 盖尔曼矩阵, 对于反夸克 λ^c 应替换为 $-\lambda^{c*}$; 通常情况下, $\delta(r_{ij})$ 函数正规化为

$$\delta(r_{ij}) = \frac{1}{4\pi r_{ij} r_0^2(\mu)} e^{-r_{ij}/r_0(\mu)} \quad (3)$$

其中: $r_0(\mu) = \frac{r_0}{\mu}$, μ 是两夸克(反夸克)的折合质量; 拟合介子谱实验数据确定参数 r_0 的值; α_s 是强耦合系数, 在非相对论夸克模型中, 通常取为

$$\alpha_s = \frac{\alpha_0}{\ln \left[\frac{\mu^2 + \mu_0^2}{\Lambda_0^2} \right]} \quad (4)$$

轻夸克间交换的赝标和标量介子 σ 相互作用势分别取为

$$V_{ij}^\pi = C(g_{\text{ch}}, m_\pi, \Lambda_\pi) \frac{m_\pi^2}{12m_i m_j} H(m_\pi, \Lambda_\pi, r_{ij}) (\sigma_i \cdot \sigma_j) \sum_{a=1}^{a=3} \lambda_i^a \cdot \lambda_j^a \quad (5)$$

$$V_{ij}^K = C(g_{\text{ch}}, m_K, \Lambda_K) \frac{m_K^2}{12m_i m_j} H(m_K, \Lambda_K, r_{ij}) (\sigma_i \cdot \sigma_j) \sum_{a=4}^{a=7} \lambda_i^a \cdot \lambda_j^a \quad (6)$$

$$V_{ij}^\eta = C(g_{\text{ch}}, m_\eta, \Lambda_\eta) \frac{m_\eta^2}{12m_i m_j} H(m_\eta, \Lambda_\eta, r_{ij}) (\sigma_i \cdot \sigma_j) \left[\cos\theta_p (\lambda_i^8 \cdot \lambda_j^8) - \frac{2}{3} \sin\theta_p (\lambda_i^0 \cdot \lambda_j^0) \right] \quad (7)$$

$$V_{ij}^\sigma = -\frac{g_{\text{ch}}^2}{4\pi} \frac{\Lambda_\sigma^2}{\Lambda_\sigma^2 - m_\sigma^2} m_\sigma \left[Y(m_\sigma r_{ij}) - \frac{\Lambda_\sigma}{m_\sigma} Y(\Lambda_\sigma r_{ij}) \right] \quad (8)$$

$$H(m, \Lambda, r) = \left[Y(mr) - \frac{\Lambda^3}{m^3} Y(\Lambda r) \right] \quad (9)$$

$$C(g_{\text{ch}}, m, \Lambda) = \frac{g_{\text{ch}}^2}{4\pi} \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 - m^2} m \quad (10)$$

式中: $Y(x) = e^{-x}/x$ 是标准的 Yukawa 函数; 而手征耦合常数 g_{ch} 可通过 πNN 耦合的实验值定出。

在自然界中, 只有色单态强子存在, 而湮灭为一个胶子后, 胶子是颜色八重态, 因此, $q\bar{q}$ ($q = u, d, s, \dots$) 组成的两夸克介子内不存在湮灭相互作用。但是, 由 $q_1 q_2 q \bar{q}$ 组成的四夸克态内部的 $q\bar{q}$ 间允许存在湮灭相互作用, Mandula 在《The Gluon Propagator》中指出, 在多夸克系统内部, 真正的物理过程应该是夸克-反夸克湮灭为一个质量 m_g 的有效胶子, 因此, 假设 $q\bar{q}$ 湮灭为一个质量为 m_g 的胶子^[3], 考虑费曼图 1(c), 取非相对论近似后, 湮灭相互作用势为

$$V(r_{q\bar{q}}) = \frac{\pi\alpha_s}{6(4m_q^2 - m_g^2)} \left(\frac{16}{3} - \lambda_q^c \cdot \lambda_{\bar{q}}^{c*} \right) \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} F_q \cdot F_{\bar{q}} \right) (3 + \sigma_q \cdot \sigma_{\bar{q}}) \delta(r_{q\bar{q}}) \quad (11)$$

式中: λ_q, F_q 分别表示颜色和味空间中的 SU(3) 矩阵元; 圆括号中的第一项表明在 $q\bar{q}$ 处于色单态时, 不存在湮灭相互作用, 圆括号中的第 2, 3 项表明只有自旋、同位旋分别为 1 时, 才存在湮灭相互作用; $\delta(r_{q\bar{q}})$ 取为 (3) 式; QCD 计算结果显示, 有效胶子质量的取值范围为: $0.6 \text{ GeV} < m_g < 1.2 \text{ GeV}^{[4]}$.

2 $D^{0(*)} \bar{D}^{0(*)}$ 波函数构造

S-波 $D^{0(*)} \bar{D}^{0(*)}$ 总波函数为

$$|\Psi_{J, J_z}^{I, I_z}\rangle = |C\rangle \otimes |F_{I, I_z}\rangle \otimes |\chi\rangle_s \otimes |\Psi\rangle \quad (12)$$

式中 $|C\rangle, |F_{I_z}\rangle, |\chi\rangle_s, |\Psi\rangle$ 分别是颜色、味、自旋和空间波函数.

仅考虑 $D^{0(*)}$ 和 $\bar{D}^{0(*)}$ 组成的分子态结构, 其颜色波函数为

$$|C\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b}) \frac{1}{\sqrt{3}}(r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b}) \quad (13)$$

自旋、味波函数 $|F\rangle \otimes |\chi\rangle_s$ 为

$$J^{PC} = 0^{++}: [D^0 \bar{D}^0]_0, [D^{0*} \bar{D}^{0*}]_0 \quad (14)$$

$$J^{PC} = 1^{++}: \frac{1}{\sqrt{2}}[D^0 \bar{D}^{0*} + D^{0*} \bar{D}^0]_1 \quad (15)$$

$$J^{PC} = 1^{+-}: \frac{1}{\sqrt{2}}[D^0 \bar{D}^{0*} - D^{0*} \bar{D}^0]_1, [D^{0*} \bar{D}^{0*}]_1 \quad (16)$$

$$J^{PC} = 2^{++}: [D^{0*} \bar{D}^{0*}]_2 \quad (17)$$

式中的下标表示自旋角动量.

根据图 2, 定义 Jacobi 坐标为

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3 \quad \mathbf{\rho} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_4 \quad \mathbf{X} = \frac{m_1 \mathbf{r}_1 + m_3 \mathbf{r}_3}{m_1 + m_3} - \frac{m_2 \mathbf{r}_2 + m_4 \mathbf{r}_4}{m_2 + m_4} \quad \mathbf{R} = \frac{\sum_{i=1}^4 m_i \mathbf{r}_i}{\sum_{i=1}^4 m_i} \quad (18)$$

则 S-波 $D^{0(*)} \bar{D}^{0(*)}$ 的空间波函数 $|\psi\rangle = \varphi_{lm}^G(\mathbf{r}) \phi_{LM}^G(\mathbf{\rho}) \chi_{\beta\gamma}^G(\mathbf{X})$, 由多高斯展开算法^[5], 各相对运动波函数为:

$$\varphi_{lm}^G(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^{n_{\max}} c_n N_{nl} r^l \exp(-v_n r^2) Y_{lm}(\hat{r}) \quad (19)$$

$$\phi_{LM}^G(\mathbf{\rho}) = \sum_{N=1}^{N_{\max}} c_N N_{NL} \rho^L \exp(-\xi_N \rho^2) Y_{LM}(\hat{\rho}) \quad (20)$$

$$\chi_{\beta\gamma}^G(\mathbf{X}) = \sum_{\alpha=1}^{\alpha_{\max}} c_\alpha N_{\alpha\beta} X^\beta \exp(-\omega_\alpha X^2) Y_{\beta\gamma}(\hat{X}) \quad (21)$$

归一化系数 N_{nl} 为

$$N_{nl} = \left[\frac{2^{l+2} (2\nu_n)^{l+\frac{3}{2}}}{\sqrt{\pi} (2l+1)!!} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (22)$$

高斯宽度参数取几何级数的形式 $\nu_n = \frac{1}{r_n}$, $r_n = r_1 a^{n-1}$, $a = \left(\frac{r_{n_{\max}}}{r_1} \right)^{\frac{1}{n_{\max}-1}}$, (20) 和 (21) 式中 ξ_N, ω_α 取与 ν_n 相同的形式, 归一化系数 $N_{NL}, N_{\alpha\beta}$ 与 (19) 式有相同的形式.

3 数值计算与讨论

首先利用哈密顿量 (1) 式拟合两夸克态的能谱, 定出合理的模型参数, 然后利用同样的哈密顿量和参数, 计算四夸克体系 $D^{0(*)} \bar{D}^{0(*)}$ 的能谱, 并与相应的阈值作比较, 以确定 $D^{0(*)} \bar{D}^{0(*)}$ 是否为真正的束缚态.

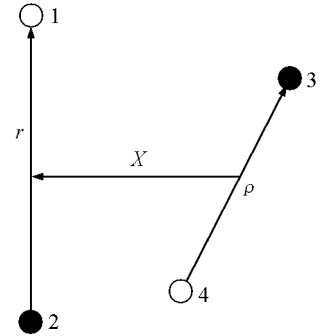


图 2 四夸克结构的 Jacobi 坐标

根据已有的实验数据表^[6]提取参数 $m_\pi = 0.7 \text{ fm}^{-1}$, $m_\eta = 2.77 \text{ fm}^{-1}$, $m_K = 2.51 \text{ fm}^{-1}$, $m_\sigma = 3.42 \text{ fm}^{-1}$, 其他参数: $\Lambda_\pi = \Lambda_\sigma = 4.2 \text{ fm}^{-1}$, $\Lambda_\eta = \Lambda_K = 5.2 \text{ fm}^{-1}$, $r_0 = 28.17 \text{ MeV fm}$, $\mu_0 = 36.976 \text{ MeV}$, $\theta_p = -15^\circ$, $g_{\text{ch}}^2/4\pi = 0.54$, $m_u = m_d = 313 \text{ MeV}$, $m_c = 1731 \text{ MeV}$, $a_c = 160 \text{ MeV fm}$, $V_0 = -131.1 \text{ MeV}$, $\alpha_0 = 2.65$, $\Lambda_0 = 0.075 \text{ fm}^{-1}$ 取自文献[5]. 表 1 列出了用这些参数计算出的拟合介子谱.

表 1 拟合介子谱

介子名称	π	$\rho(770)$	$\omega(782)$	D^0	D^*	$\eta_c(1S)$	$J/\psi(1S)$
ChQM	140	775.3	703.7	1882.2	2000.1	2995.7	3097.6
Exp.	139.5	775.4	782.6	1864.8	2007.0	2981.0	3096.9
$\sqrt{\langle r^2 \rangle} \text{ fm}$	0.67	0.88	0.85	0.73	0.79	0.56	0.62

注: ChQM 与 Exp. 分别为计算结果与实验值, $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$ 表示均方根半径.

由两个介子(M_1, M_2)组成四夸克体系的理论阈值为 $E(M_1 M_2) = E_{M_1} + E_{M_2}$, 其中是夸克-反夸克组成介子的能谱. 因此, 四夸克系统 $D^{0(*)} \bar{D}^{0(*)}$ 的理论阈值为,

$$E_{\text{th}}(D_0 \bar{D}_0) = 3764.4 \text{ MeV}; E_{\text{th}}(D_0^* \bar{D}_0) = 3882.3 \text{ MeV}; E_{\text{th}}(D_0^* \bar{D}_0^*) = 4000.2 \text{ MeV}$$

通常情况下, 用下式来判断某一个四夸克结构是否为束缚态,

$$\Delta E = E_{4q} - E_{\text{th}} \quad (23)$$

即, 如果 $\Delta E < 0$, 则该体系为束缚态, 否则不是束缚态.

为计算四夸克系统能谱, 将总波函数(12)式代入薛定谔方程, 并用 Rayleigh-Ritz 变分方法求解

$$(H - E) | \Psi_{J, J_z}^{I, I_z} \rangle = 0 \quad (24)$$

在计算中, 取高斯个数 $n_{\text{max}} = N_{\text{max}} = 7$, 距离 $0.1 \text{ fm} < r(\text{或 } \rho) < 2.0 \text{ fm}$; $\alpha_{\text{max}} = 12$, $0.1 \text{ fm} < X < 6.0 \text{ fm}$ 时得到表 2 所示的收敛结果.

表 2 取不同组分胶子质量时, 得到的 $D^{0(*)} \bar{D}^{0(*)}$ 能谱和相应的束缚能

$D^{0(*)} \bar{D}^{0(*)}$ 组态	$m_g = 0.7 \text{ GeV}$		$m_g = 0.9 \text{ GeV}$		$m_g = 1.2 \text{ GeV}$	
	E/MeV	$\Delta E/\text{MeV}$	E/MeV	$\Delta E/\text{MeV}$	E/MeV	$\Delta E/\text{MeV}$
$J^{PC} = 0^{++}, D^0 \bar{D}^0$	3686.4	-78.0	3764.7	0.3	3765.3	0.9
$J^{PC} = 1^{++}, D^0 \bar{D}^{0*}$	3795.1	-87.2	3880.8	-1.5	3883.0	0.7
$J^{PC} = 1^{+-}, D^0 \bar{D}^{0*}$	3876.7	-5.6	3883.3	1.0	3883.3	1.1
$J^{PC} = 2^{++}, D^{0*} \bar{D}^{0*}$	3934.2	-66.0	3999.5	-0.7	4001.0	0.8

到目前为止, QCD 理论和各种模型所计算的有效胶子质量很不确定. 为此, 在 $0.6 \text{ GeV} < m_g < 1.2 \text{ GeV}$ 范围内, 分别取 $m_g = 0.7, 0.9, 1.2 \text{ GeV}$ 进行计算, 表 2 中列出了 $D^{0(*)} \bar{D}^{0(*)}$ 四夸克系统能谱和相应的束缚能. 结果表明, 当有效胶子质量取值越小时, 湮灭相互作用越强, $D^{0(*)} \bar{D}^{0(*)}$ 系统越容易形成束缚态, 且当 $m_g = 0.7 \text{ GeV}$ 时, 出现了结合能约 $60 \sim 90 \text{ MeV}$ 的紧束缚态结构, 与分子态的理论研究结果不吻合. 德国物理学工作者 DILLIG 和 SCHOTT 取 $m_g = 0.9 \text{ GeV}$ 研究了标量介子, 并合理地解释了标量介子的性质. 另外, 格点 QCD 计算出来的胶球质量^[7] 为 $(1611 \pm 30 \pm 160) \text{ MeV}$, 要求 $2m_g > (1611 \pm 30 \pm 160) \text{ MeV}$. 因此, 取 $m_g = 0.9 \text{ GeV}$ 是比较合理的选择. 本研究发现, 当 $m_g = 0.9 \text{ GeV}$ 时, $J^{PC} = 1^{++}, D^0 \bar{D}^{0*}$ 的能谱比相应的阈值低 1.5 MeV , 与新强子态 X(3872) 的实验结果吻合得很好, 且与其它理论研究结果相吻合, 可以合理地把新强子态 X(3872) 解释为 $D^0 \bar{D}^{0*}$ 分子态. 另外, 计算结果表明还存在 $J^{PC} = 2^{++}$ 的 $D^{0*} \bar{D}^{0*}$ 弱束缚态, 该束缚态可以在 $J/\Psi \omega$ 衰变道中进行实验探测.

4 结 论

考虑有效胶子质量, 推导出了 $q\bar{q}$ 非相对论湮灭相互作用, 在 $0.6 \text{ GeV} < m_g < 1.2 \text{ GeV}$ 范围内, 取中间值 $m_g = 0.9 \text{ GeV}$ 时, 可以合理地把 X(3872) 解释为 $J^{PC} = 1^{++}$ 的 $D^0 \bar{D}^{0*}$ 分子态. 同时, 还发现了 $J^{PC} = 2^{++}$ 的 $D^{0*} \bar{D}^{0*}$ 弱束缚态. 北京 BES、日本 Belle、美国 BaBar、欧洲 LHCb 等实验合作组, 可以在 $J/\psi \omega$ 衰变道中探测该粒子. 若能在未来实验中探测到该粒子, 将进行一步证明该模型的合理性.

参考文献:

[1] 杨友昌, 谭志云, 万 猛. XYZ 新强子态的研究进展 [J]. 西南大学学报(自然科学版), 2012, 34(11): 33–36.

[2] CHEN Hua-xing, CHENC Wei, LIU Xiang, et al. The Hidden-Charm Pentaquark and Tetraquark States [J]. Physics Reports, 2016, 639: 1–121.

[3] MANDULA J E. The Gluon Propagator [J]. Physics Reports, 1999, 315: 273–284.

[4] GIACOSA F, GUTSCHE T, FAESSLER A. Covariant Constituent Quark-Gluon Mode for the Glueball-Quarkonia Content of Scalar-Isoscalar Mesons [J]. Phys Rev C, 2005, 71(2): 025202–1–025202–14.

[5] 潘正坤, 高钦翔, 杨友昌, 等. 四夸克系统的分子态结构研究 [J]. 西南大学学报(自然科学版), 2010, 32(5): 42–45.

[6] OLIVE K A, AGASHE K, AMSLER C, et al. Particle Data Group [J]. Chinese Physics C, 2014, 38(9): 090001–1–090001–10.

[7] MICHAEL C. Exotics [J]. Int Rev Nucl Phys, 2004(9): 103–126.

Study on Annihilation Interaction in Multi-Quark Systems and the New Hadron State X(3872)

TAN Zhi-yun¹, YANG You-chang^{1,2}, WAN Meng¹, TIAN Wei-zhao¹

1. School of Physics and Electrical Science, Zunyi Normal College, Zunyi Guizhou 563006, China;
2. School of Physics, Nanjing University, Nanjing 210093, China

Abstract: Taking into account an effective one-gluon exchange between quark-antiquark, the authors deduced the annihilation interaction potential. The spectra of the $c\bar{c}u\bar{u}$ system were calculated within a chiral constituent quark model with the same parameters as used in other works. In this work, the new hadron state X(3872) was convincingly explained, and a weak bound state $D^{0*}\bar{D}^{0*}$ with quantum number $J^{PC}=2^{++}$ was discovered. Some proposals are offered in this paper to such international organizations for experiment collaboration as BES and LHCb for the exploration of this particle.

Key words: the chiral constituent quark model; annihilation interaction; multi-Gaussian expansion method

责任编辑 潘春燕

