DOI: 10.13718/j.cnki.xdzk.2018.03.014

非自治的 Kuramoto-Sivashinsky 方程的拉回吸引子的后项紧性[①]

范红瑞[1]，　王仁海[1]，　李扬荣[1]，　佘连兵[2]

1. 西南大学 数学与统计学院，重庆 400715；2. 六盘水师范学院 数学系，贵州 六盘水 553004

摘要： 本文运用一个关于后项紧的拉回吸引子的存在性定理，证明了非自治的 Kuramoto-Sivashinsky 方程在外力项是后项 λ-缓增有限的假设条件下存在一个唯一的后项紧的拉回吸引子. 后项一致 Gronwa 引理是证明相应系统的后项渐进紧性的关键.

关 键 词： 非自治的 Kuramoto-Sivashinsky 方程；拉回吸引子；后项紧性；非自治动力系统；后项一致 Gronwa 引理

中图分类号： O211.4　　**文献标志码：** A　　**文章编号：** 1673-9868(2018)03-0095-06

由文献[1]知非自治动力系统所产生的拉回吸引子 $\boldsymbol{A}=\{\boldsymbol{A}(t)\}_{t\in\mathbb{R}}$ 是一时间依赖的，紧的，不变的和拉回吸引的一个集族，即对 $\forall\, t\in\mathbb{R}$，$\boldsymbol{A}(t)$ 是紧的，不变的和拉回吸引的，但这类研究没有体现非自治动力系统关于时间依赖的独特性，因此在本文中我们将研究拉回吸引子在过去的时间内的并(即 $\bigcup\limits_{s\leqslant t}\boldsymbol{A}(s)$) 的紧性，我们称之为拉回吸引子 $\boldsymbol{A}$ 的后项紧性. 目前仅有文献[2]对拉回吸引子的后项紧性进行了研究，并且文献[2]已经建立了完善的存在性理论，我们将用这一理论证明非自治项的 Kuramoto-Sivashinsky 方程有一个唯一的后项紧的拉回吸引子.

1　后项紧的拉回吸引子的定义与存在性定理

定义 1　若定义在 Banach 空间 X 上的一族映射 $S(t, s): X\longrightarrow X$，$\forall\, t\geqslant s$ 满足对于任意的 $t\geqslant r\geqslant s$ 有 $S(s, s)=id_x$，$S(t, s)=S(t, r)S(r, s)$，则称 $S(\cdot, \cdot)$ 是一个非自治的过程.

定义 2　设 $\boldsymbol{A}=\{\boldsymbol{A}(t)\}_{t\in\mathbb{R}}$ 是 Banach 空间 X 中的一个非自治集，若对任意的 $t\in\mathbb{R}$，$\overline{\bigcup\limits_{s\leqslant t}\boldsymbol{A}(s)}$ 是紧的，则称 $\boldsymbol{A}$ 在 X 中是后项紧的. 若对任意的 $t_1, t_2\in\mathbb{R}$，当 $t_1\leqslant t_2$ 时，有 $\boldsymbol{A}(t_1)\subset\boldsymbol{A}(t_2)$，则称 $\boldsymbol{A}$ 是单调递增的.

定义 3　设 $S(\cdot, \cdot)$ 和 $\boldsymbol{A}=\{\boldsymbol{A}(t)\}_{t\in\mathbb{R}}$ 分别是定义在 Banach 空间 X 上的一个非自治过程和非自治集，若满足：

(i) $\boldsymbol{A}$ 是后项紧的，即对 $\forall\, t\in\mathbb{R}$，$\overline{\bigcup\limits_{s\leqslant t}\boldsymbol{A}(s)}$ 在 X 中是紧的；

(ii) $\boldsymbol{A}$ 是不变的，即 $S(t, \tau)\boldsymbol{A}(\tau)=\boldsymbol{A}(t)$，$t\geqslant\tau$；

---

① 收稿日期：2017-03-10
基金项目：国家自然科学基金项目(11571283)；贵州省教育厅自然科学基金项目(KY[2016]103).
作者简介：范红瑞(1992-)，男，山西洪洞人，硕士研究生，主要从事无穷维随机动力系统与随机分析的研究.
通信作者：李扬荣，博士，教授.

(iii) $\boldsymbol{A}$ 是拉回吸引的，即对于 X 中每个有界集 D，有

$$\lim_{\tau\to+\infty}\operatorname{dist}_X(S(t,t-\tau)D,\boldsymbol{A}(t))=0 \qquad \forall t\in\mathbb{R}$$

其中 $\operatorname{dist}_X(A,B)=\sup_{a\in A}\inf_{b\in B}\|a-b\|_X$ 是 Hausdorff-半距离，则称 $\boldsymbol{A}$ 是一个关于非自治过程 $S(\cdot,\cdot)$ 的后项紧的拉回吸引子.

下面我们引用文献[1]中的一个存在性定理：

定理 1 设 $S(\cdot,\cdot)$ 是定义在 Banach 空间 X 上的一个非自治过程. 若满足

(i) $S(\cdot,\cdot)$ 在 X 上有一个单调递增的有界的闭的吸收集 $\mathscr{K}=\{\mathscr{K}(t)\}_{t\in\mathbb{R}}$；

(ii) $S(\cdot,\cdot)$ 是后项渐进紧的：$\{S(s_n,s_n-\tau_n)x_n\}_{n=1}^{\infty}$ 在 X 的拓扑下有一个收敛子列，这里，$t\in\mathbb{R}$，$s_n\leqslant t$，$\tau_n\to+\infty$ 当 $n\to+\infty$，x_n 是 L^2 中的有界列；

则 $S(\cdot,\cdot)$ 有一个后项紧的拉回吸引子 $\boldsymbol{A}=\{\boldsymbol{A}(t)\}_{t\in\mathbb{R}}$，其中

$$\boldsymbol{A}(t)=\omega_X(\mathscr{K}(t),t)=\bigcap_{\tau_0>0}\overline{\bigcup_{\tau\geqslant\tau_0}S(t,t-\tau)\mathscr{K}(t)}^X \qquad t\in\mathbb{R} \tag{1}$$

2 非自治的 Kuramoto-Sivashinsky 方程的后项紧的拉回吸引子

讨论如下具有初边值条件的非自治的 Kuramoto-Sivashinsky 方程的后项紧的动力学行为

$$\begin{cases} u_t+\nu D^4u+D^2u+uDu=g(t,x)(x,t)\in I\times\mathbb{R} \\ u(x,s)=u_0(x)=:u_0 \\ D^iu\left(t,\dfrac{-l}{2}\right)=D^iu\left(t,\dfrac{-l}{2}\right) \qquad i=0,1,2,3 \\ \displaystyle\int_\Omega u(t,x)\mathrm{d}x=0 \end{cases} \tag{2}$$

其中，

$$D=\frac{\partial}{\partial x},\ \Omega=\left(\frac{-l}{2},\ \frac{l}{2}\right),\ l>0$$

对于 ν 和非自治项 g 我们有如下假设：

(F0) $\nu>\dfrac{2}{\left(\dfrac{2\pi}{l}\right)^2}$；

(F1) $g\in L^2_{\mathrm{loc}}(\mathbb{R},L^2(\Omega))$；

(F2) 外力项是后项 λ-缓增有限的：

$$M(t)=\sup_{s\leqslant t}\int_{-\infty}^{s}\mathrm{e}^{\lambda(r-s)}\|g(r,\cdot)\|_L^2\mathrm{d}r \tag{3}$$

其中

$$\lambda=\nu\left(\frac{2\pi}{L}\right)^4-\frac{2}{\nu}$$

下面我们给出本文所讨论的函数空间并定义相应的内积与范数，定义

$$L=\{u:u\in L^2(\Omega),\int_\Omega u(x)\mathrm{d}x=0\}$$

$$H=H^2_{\mathrm{per}}(\Omega)\cap L$$

下面分别定义在 L 和 H 上的内积与范数：

$$(u,v)_L=\int_\Omega uv\mathrm{d}x,\ \|u\|_L^2=(u,u)_L \qquad \forall u,v\in L$$

$$(u,v)_H=\int_I D^2uD^2v\mathrm{d}x,\ \|u\|_H^2=(u,u)_H \qquad \forall u,v\in H$$

由文献[3]可知，由 Galevkin 逼近法，我们容易证明对于每一个 $u_0\in L$，$s\in\mathbb{R}$，$K-S$ 方程(2)在假设 $F1$

下是适定的，即使方程(2) 有唯一的解 $u(\cdot, s, u_0) \in C([s, +\infty), L) \cap L^2_{\mathrm{loc}}([s, +\infty), H)$，因此我们可以定义一个非自治过程 $S(\cdot, \cdot): L \longrightarrow L$，即

$$S(t, s)u_0 = u(t, s, u_0) \qquad t > s \in \mathbb{R} \tag{4}$$

或

$$S(t, t-\tau)u_0 = u(t, t-\tau, u_0) \qquad t \in \mathbb{R}, \tau \geqslant 0 \tag{5}$$

本文主要结论.

定理 2　在 L 中，非自治的 Kuramoto-Sivashinsky 方程(2) 在假设(F0)－(F2) 下有一个单调递增的有界的吸收集 $\mathscr{K} = \{\mathscr{K}(t)\}_{t\in\mathbb{R}}$，这里 $\mathscr{K}(t)$ 由(12) 式给出，且有唯一的后项紧的拉回吸引子 $\mathbf{A} = \{\mathbf{A}(t)\}_{t\in\mathbb{R}}$，其中

$$\mathbf{A}(t) = \omega_X(\mathscr{K}(t), t) = \bigcap_{\tau_0 > 0} \overline{\bigcup_{\tau \geqslant \tau_0} S(t, t-\tau)\mathscr{K}(t)}^X \qquad t \in \mathbb{R} \tag{6}$$

2.1　非自治的 Kuramoto-Sivashinsky 方程在 L 上有一个增的有界的吸收集

这一小节将证明前面(4),(5) 式中定义的过程 $S(\cdot, \cdot): L \longrightarrow L$ 在假设(F0)－(F2) 下有一个增的有界吸收集.

下面我们先给出在空间 L 上的一个后项估计.

引理 1　若假设(F0)－(F2) 成立，则对于每一个 $R > 0$ 和 $t \in \mathbb{R}$，存在一个 $\tau_1 = \dfrac{\ln R}{\alpha} > 0$，使得当 $\tau \geqslant \tau_1$ 和 $u_0 \in N(0, R) \subset L$ 时，有

$$\sup_{s\leqslant t} \| u(s, s-\tau, u_0) \|_L^2 \leqslant 1 + \frac{\nu}{2} M(t) \tag{7}$$

$$\sup_{s\leqslant t} \int_{s-\tau}^{s} \mathrm{e}^{\lambda(r-s)} (\| u(r, s-\tau, u_0) \|_L^2 + \| u(r, s-\tau, u_0) \|_H^2) \mathrm{d}r \leqslant \frac{1}{C_0} + \frac{\nu}{2C_0} M(t) \tag{8}$$

其中，$C_0 = \min\left(\frac{\nu}{2}, \frac{\nu}{2}\left(\frac{2\pi}{L}\right)^4\right)$，$M(t)$ 是一个关于时间 t 的有限的增函数，

$$M(t) = \sup_{s\leqslant t} \int_{-\infty}^{s} \mathrm{e}^{\lambda(r-s)} \| g(r, \cdot) \|_L^2 \mathrm{d}r, \ \lambda = \nu\left(\frac{2\pi}{L}\right)^4 - \frac{2}{\nu} \tag{9}$$

证　让方程(2) 与 u 在 L 上作内积并注意到

$$(u, u_t)_L = \frac{1}{2} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \| u \|_L$$

$$(D^4 u, u)_L = (D^2 u, D^2 u)_L = (u, u)_H = \| u \|_H^2$$

$$(D^2 u, u)_L = -(Du, Du)_L = -\| Du \|_L^2$$

$$(u, uDu)_L = \int_\Omega u^2 \mathrm{d}u = -2\int_\Omega u^2 Du\, \mathrm{d}x = -2(u, uDu)_L \Rightarrow (u, Du)_L = 0$$

于是得到

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \| u \|_L^2 + 2\nu \| u \|_H^2 - 2 \| Du \|_L^2 = 2(g, u)_L$$

由 Young 不等式可知：

$$2 \| Du \|_L^2 = 2(Du, Du)_L = -2(u, D^2 u)_L \leqslant 2 \| u \|_L \| D^2 u \|_L =$$

$$2 \| u \|_L \| u \|_H \leqslant \frac{\nu}{2} \| u \|_H^2 + \frac{2}{\nu} \| u \|_L^2$$

由 Poincare 不等式可知

$$\| u \|_L^2 \leqslant \frac{1}{\lambda_1} \| Du \|_L^2 \leqslant \frac{1}{\lambda_1^2} \| D^2 u \|_L^2 = \frac{1}{\lambda_1^2} \| u \|_H^2$$

这里 λ_1 是算子 $-D^2$ 的首特征值，由 Young 不等式知

$$(g(t,x),u)_L \leqslant \frac{2}{\nu}\|u\|_L + \frac{\nu}{2}\|g(t,\cdot)\|_L^2$$

进一步结合文献[3]中的结果 $\lambda_1 = \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2$ 知

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\|u\|_L^2 + \left(\frac{\nu}{2}\left(\frac{2\pi}{L}\right)^4 - \frac{4}{\nu}\right)\|u\|_L^2 + \frac{\nu}{2}\|u\|_H^2 + \frac{\nu}{2}\left(\frac{2\pi}{L}\right)^4\|u\|_L^2 \leqslant \frac{\nu}{2}\|g(t,\cdot)\|_L^2 \tag{10}$$

令

$$\lambda = \frac{\nu}{2}\left(\frac{2\pi}{L}\right)^4 - \frac{2}{\nu}$$

由假设(F0)可知 $\lambda > 0$ 且令

$$C_0 = \min\left(\frac{\nu}{2}, \frac{\nu}{2}\left(\frac{2\pi}{L}\right)^4\right)$$

对(10)式在 $[s-\tau, s](s \leqslant t)$ 上用 Gronwall 不等式可知

$$\|u(s,s-\tau,u_0)\|_L^2 + C_0\int_{s-\tau}^{s} \mathrm{e}^{\lambda(r-s)}(\|u(r,s-\tau,u_0)\|_L^2 + \|u(r,s-\tau,u_0)\|_H^2)\mathrm{d}r \leqslant$$
$$\mathrm{e}^{-\lambda\tau}\|u_0\|_L^2 + \frac{\nu}{2}\int_{s-\tau}^{s}\mathrm{e}^{\lambda(r-s)}\|g(r,\cdot)\|_L^2\mathrm{d}r \tag{11}$$

取

$$\tau_1 = \frac{\ln R}{\alpha} > 0$$

则当 $\tau \geqslant \tau_1$ 和 $u_0 \in N(0,R) \subset L$ 时有

$$\sup_{s\leqslant t}\|u(s,s-\tau,u_0)\|_L^2 + C_0\sup_{s\leqslant t}\int_{s-\tau}^{s}\mathrm{e}^{\lambda(r-s)}(\|u(r,s-\tau,u_0)\|_L^2 + \|u(r,s-\tau,u_0)\|_H^2)\mathrm{d}r \leqslant$$
$$1 + \frac{\nu}{2}\sup_{s\leqslant t}\int_{-\infty}^{s}\mathrm{e}^{\lambda(r-s)}\|g(r,\cdot)\|_L^2\mathrm{d}r = 1 + \frac{\nu}{2}M(t)$$

这里 $M(t)$ 由(9)式给出，这个不等式就是我们想要的(7)-(8)式，由假设(F2)知 $M(t)$ 是一个关于时间 t 的有限的增函数. 证闭.

由引理1知(4),(5)式中的过程 $S(\cdot,\cdot): L \longrightarrow L$ 在假设(F0)-(F2)下有一个增的有界的吸收集.

定理3 若假设(F0)-(F2)成立，则(4),(5)式中的过程 $S(\cdot,\cdot): L \longrightarrow L$ 在 L 中有一个增的有界的吸收集 $\mathscr{K} = \{\mathscr{K}(t)\}_{t\in\mathbb{R}}$，这里，

$$\mathscr{K}(t) = \{w \in L: \|w\|_{H^1}^2 \leqslant 1 + \frac{\nu}{2}M(t)\} \qquad t \in \mathbb{R} \tag{12}$$

证 由假设(F2)知 $M(t)$ 是一个关于时间 t 的有限的增函数，于是由引理1知 $\mathscr{K} = \{\mathscr{K}(t)\}_{t\in\mathbb{R}}$ 是一个增的有界的吸收集.

2.2 非自治的 Kuramoto-Sivashinsky 方程在 *H* 上的后项估计

我们将利用上面引理1的结果(7)-(8)式来得到方程在 H 空间上的一个后项估计，我们先介绍一个具有非自治形式的后项的一致 Gronwa 引理，其证明与文献[4]的证明完全类似，因此我们省略了证明. 为了计算方便，我们认为 c 是可能改变的正常数.

引理2 后项的一致 Gronwa 引理：若 y, h_1, h_2 是3个正的局部可积的函数，对于每个 $t \in \mathbb{R}$，y' 在 $[s-\tau, s](s \leqslant t, \tau \geqslant 0)$ 上是可积的且它们满足：

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}r} \leqslant h_1(r)y + h_2(r)$$

其中 $r \in [s-\tau, s]$，$s \leqslant t$，$\tau \geqslant 0$ 则对于 $\sigma \in (0,\tau)$，有

$$\sup_{s\leqslant t} y(s) \leqslant \left(\frac{1}{\sigma}\sup_{s\leqslant t} b_3(s) + \sup_{s\leqslant t} b_2(s)\right)\mathrm{e}^{\sup_{s\leqslant t} b_1(s)}$$

这里，

$$b_i(s)=:\int_{s-\sigma}^{s}h_i(r)\mathrm{d}r(i=1,2),\ b_3(s)=:\int_{s-\sigma}^{s}y(r)\mathrm{d}r$$

引理 3　若假设(F0)－(F2)成立，则对于每一个 $R>0$ 和 $t\in\mathbb{R}$，存在一个 $\tau_1=\dfrac{\ln R}{\alpha}>0$，使得当 $\tau\geqslant\tau_1$ 和 $u_0\in N(0,R)\subset L$ 时，有

$$\sup_{s\leqslant t}\|u(s,s-\tau,u_0)\|_H^2\leqslant c\mathrm{e}^{\lambda t}(1+M(t))\mathrm{e}^{c\mathrm{e}^{\lambda t}(1+M(t))} \tag{13}$$

其中，

$$M(t)=\sup_{s\leqslant t}\int_{-\infty}^{s}\mathrm{e}^{\lambda(r-s)}\|g(r,\cdot)\|_L^2\mathrm{d}r<\infty$$

证　让方程(2)与 D^4u 在 L 上做内积可知

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\|u\|_H^2+2\nu\|D^4u\|_L^2+2(D^2u,D^4u_L)+2(uDu,D^4u)_L=2(g,D^4u)_L \tag{14}$$

类似于文献[3]的做法，由 Young 不等式和插值不等式知，

$$\begin{aligned}&|2(D^2u,D^4u_L)|+|2(uDu,D^4u)_L|+|2(g,D^4u)_L|\leqslant\\&2\|u\|_H\|D^4u\|_L+c_1\|u\|_L\|u\|_H\|D^4u\|_L+2\|g\|_L\|D^4u\|_L\leqslant\\&2\nu\|D^4u\|_L^2+c\|u\|_H^2+c\|u\|_L^2\|u\|_H^2+c\|g(t,\cdot)\|_L^2\leqslant\\&2\nu\|D^4u\|_L^2+c(1+\|u\|_L^2)\|u\|_H^2+c\|g(t,\cdot)\|_L^2\end{aligned} \tag{15}$$

由(14)－(15)式知

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\|u\|_H^2\leqslant c(1+\|u\|_L^2)\|u\|_H^2+c\|g(t,\cdot)\|_L^2 \tag{16}$$

把引理 2 中的后项一致 Gronwa 引理($t\in\mathbb{R}$ 固定，$\sigma=1$，$\tau>2$，$s\leqslant t$)应用到(16)式知

$$\sup_{s\leqslant t}\|u(s,s-\tau,u_0)\|_H^2\leqslant(\sup_{s\leqslant t}B_3(s)+\sup_{s\leqslant t}B_2(s))\mathrm{e}^{\sup_{s\leqslant t}B_1(s)}$$

这里，

$$\sup_{s\leqslant t}B_1(s)=:c\sup_{s\leqslant t}\int_{s-1}^{s}1+\|u(r,s-\tau,u_0)\|_L^2\mathrm{d}r$$

$$\sup_{s\leqslant t}B_2(s)=:c\sup_{s\leqslant t}\int_{s-1}^{s}\|g(r,\cdot)\|_L^2\mathrm{d}r$$

$$\sup_{s\leqslant t}B_3(s)=:\sup_{s\leqslant t}\int_{s-1}^{s}\|u(r,s-\tau,u_0)\|_H^2\mathrm{d}r$$

于是当 $\tau\geqslant\max(2,\tau_1)$ 时，由(8)－(9)式有

$$\begin{aligned}&\sup_{s\leqslant t}B_1(s)+\sup_{s\leqslant t}B_2(s)+\sup_{s\leqslant t}B_3(s)\leqslant\\&c+c\sup_{s\leqslant t}\int_{s-1}^{s}\|u(r,s-\tau,u_0)\|_L^2+\|u(r,s-\tau,u_0)\|_H^2+\|g(r,\cdot)\|_L^2\mathrm{d}r\leqslant\\&c+c\mathrm{e}^{\lambda t}\sup_{s\leqslant t}\int_{s-\tau}^{s}\mathrm{e}^{\lambda(r-s)}(\|u(r,s-\tau,u_0)\|_L^2+\|u(r,s-\tau,u_0)\|_H^2+\|g(r,\cdot)\|_L^2)\mathrm{d}r\leqslant\\&c\mathrm{e}^{\lambda t}(1+M(t))\end{aligned}$$

于是

$$\sup_{s\leqslant t}\|u(s,s-\tau,u_0)\|_H^2\leqslant c\mathrm{e}^{\lambda t}(1+M(t))\mathrm{e}^{c\mathrm{e}^{\lambda t}(1+M(t))}$$

证闭.

定理 4　若假设(F0)－(F2)成立，则(4),(5)式中定义的过程 $S(\cdot,\cdot):L\longrightarrow L$ 在 L 上是后项渐进紧的.

证　为了证 $S(\cdot,\cdot):L\longrightarrow L$ 在 L 上是后项渐进紧的，我们只需证明 $\{S(s_n,s_n-\tau_n)u_{0,n}\}_{n=1}^{\infty}$ 在 L

的拓扑下有一个收敛子列，其中，$t \in \mathbb{R}$是固定的，$R>0$，$s_n \leqslant t$，$\tau_n \to +\infty$当$n \to +\infty$和$u_{0,n} \in N(0, R) \subset L$. 因为$\tau_n \to +\infty$当$n \to +\infty$，所以存在一个$n_0>0$使得当$n \geqslant n_0$时有$\tau_n \geqslant \max(2, \tau_1)$($\tau_1$在引理1中)，于是由引理3知$\{S(s_n, s_n-\tau_n)u_{0,n}\}_{n=n_0}^{\infty}$在$H$中是有界的，由Sobolev紧嵌入$H \longrightarrow L$知$\{S(s_n, s_n-\tau_n)u_{0,n}\}_{n=n_0}^{\infty}$在$L$中是相对紧的. 于是$\{S_1(s_n, s_n-\tau_n)u_{0,n}\}_{n=n_0}^{\infty}$在$L$的拓扑下有一个收敛子列. 证闭.

本文结论即定理2的证明.

证 由定理3和定理4知定理1中的条件满足，于是定理2成立.

参考文献：

[1] CARVALHO A, LANGA J A, ROBINSON J C. Attractors for Infinite-Dimensional Non-Autonomous Dynamical Systems [M]. New York: Springer, 2013, 182.

[2] CUI Hong-yong, LANGA J A, LI Yang-rong. Regularity and Structure of Pullback Attractors for Reaction-Diffusion Type Systems without Uniqueness [J]. Nonlinear Anal, 2016, 140: 208-235.

[3] TAN Jie, LI Yang-rong. Random Attractors of Kuramoto-Sivashinsky Equation with Multilicative White Noise [J]. 西南大学学报(自然科学版), 2011, 33(2): 121-125.

[4] LI Yang-rong, YIN Jin-yan. A Modiffed Proof of Pullback Attractors in a Sobolev Space for Atochastic Fitz Hugh-Nagumo Equations [J]. Disrete Contin Dyn Syst, 2016, 21: 1203-1223.

Backward Compactness of Pullback Attractors for the Non-Autonomous Kuramoto-Sivashinsky Equation

FAN Hong-rui[1], WANG Ren-hai[1], LI Yang-rong[1], SHE Lian-bin[2]

1. School of Mathematics and Statistics, Southwest University, Chongqing 400715, China;

2. Department of Mathematics, Liupanshui Normal College, Liupanshui Guizhou 553004, China

Abstract: Under the light of a theory for the existence of backward compact pullback attractors, it is shown that the non-autonomous Kuramoto-Sivashinsky equation has a backward compact pullback attractor under an assumption of λ-tempered finiteness for the force. A backward uniform Gronwall lemma is essential for proving the backward asymptotical compactness of corresponding systems.

Key words: non-autonomous Kuramoto-Sivashinsky equation; pullback attractor; backward compactness; non-autonomous dynamic system; backward uniform Gronwall lemma

责任编辑 张 枸