

DOI: 10.13718/j.cnki.xdzk.2018.05.026

基于自适应控制的忆阻神经网络同步研究^①

谢 涛

西南大学 信息中心, 重庆 400715

摘要: 研究了带有时变时滞的忆阻神经网络同步问题. 通过运用菲利波夫解框架、微分包含理论、自适应控制技术, 用一种新颖的李雅普诺夫函数设计了驱动——响应系统的自适应同步规则, 获得了带有时滞的忆阻神经网络的自适应同步条件. 最后, 通过仿真实验验证了同步条件的正确性.

关键词: 忆阻神经网络; 时滞; 自适应控制; 同步条件

中图分类号: TP394 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-9868(2018)05-0178-07

忆阻器的概念于 1971 年被蔡少棠首次提出^[1]. 但直到惠普实验室 2008 年制造出纳米忆阻器的原型, 忆阻器才开始被研究者们所重视. 因为忆阻器的记忆功能, 忆阻器受到越来越多的关注. 在实际应用中, 它能模拟人类大脑, 具有很多潜在的应用价值, 例: 它可以大幅提高电脑启动速度, 延长手机电池寿命等.

目前, 有关忆阻神经网络的同步问题受到了广泛关注^[2-6]. 由于大规模神经网络不能依靠自身达到同步, 所以研究者们提出了各种各样的控制方法和技术来实现同步^[7-14]. 文献[7]研究了带有脉冲干扰的线性耦合网络全局指数同步问题. 文献[11]中, 作者通过自适应控制方式研究了带有未知参数的驱动——响应的分数阶动态网络的同步问题. 此外, 在忆阻神经网络的电路实现中, 由于放大器的切换速度有限, 时滞是不可避免的, 并且, 时滞对神经网络的稳定或同步来说至关重要. 文献[15-16]考虑到时滞会导致网络的不稳定, 研究了带有时滞的忆阻神经网络模型的同步问题. 据我们所知, 带有时变时滞的忆阻神经网络的自适应控制问题更具有实用价值, 但到目前为止, 这个问题还没有被研究过.

基于上述讨论, 本文将研究带有时变时滞的忆阻神经网络同步问题. 通过构造一种新颖的李雅普诺夫函数, 设计了一种自适应同步规则, 得到了带有时变时滞的忆阻神经网络的自适应同步条件, 不需要现有大部分文献中为达到同步而设置的各种假设条件, 就可以实现时滞忆阻神经网络的同步, 具有更广泛的适应性, 并且新提出的数学模型更接近于实际模型.

1 模型描述

本文研究的带有时变时滞的忆阻神经网络模型表述如下:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) = & -c_i(x_i(t)) + \sum_{j=1}^n a_{ij}(x_i(t))f_j(x_j(t)) + \\ & \sum_{j=1}^n b_{ij}(x_i(t))g_j(x_j(t-\tau(t))) + I_i, t \geq 0, i=1,2,\cdots,n \end{aligned} \tag{1}$$

其中: $x_i(t)$ 是电容电压; $c_i(x_i(t))$ 为合适的行为函数; $\tau(t)$ 为时变时滞, 满足 $0 < \tau(t) < \tau, \dot{\tau}(t) \leq \sigma < 1$, τ, σ 是非负常数; $f(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 是反馈函数; I_i 是外部输入; $a_{ij}(x_i(t)) = \frac{W_{ij}}{C_i} \times \text{sign}_{ij}$, $b_{ij}(x_i(t)) = \frac{M_{ij}}{C_i} \times$

① 收稿日期: 2017-09-18
基金项目: 重庆市科委前沿与基础研究项目(ctsc2014cyjA40053); 中央高校基本科研业务费项目(XDJK2013C143).
作者简介: 谢 涛(1980-), 男, 工程师, 主要从事计算机网络、分布式计算研究.

$\text{sign}_{ij}, \text{sign}_{ij} = \begin{cases} 1, i \neq j \\ -1, i = j \end{cases}$, W_{ij} 和 M_{ij} 分别指的是电阻 R_{ij} 和 F_{ij} 的忆阻器. R_{ij} 代表的是反馈函数 $f_i(x_i(t))$ 和 $x_i(t)$ 之间的电阻; F_{ij} 代表的是反馈函数 $g_i(x_i(t - \tau(t)))$ 和 $x_i(t)$ 之间的电阻. $a_{ij}(x_i(t))$ 和 $b_{ij}(x_i(t))$ 是网络中忆阻器的连接权重, 且满足以下条件:

$$a_{ij}(x_i(t)) = \begin{cases} \hat{a}_{ij} & \text{sign}_{ij} \frac{df_j(x_j(t))}{dt} - \frac{dx_i(t)}{dt} \leq 0 \\ \check{a}_{ij} & \text{sign}_{ij} \frac{df_j(x_j(t))}{dt} - \frac{dx_i(t)}{dt} > 0 \end{cases}$$

$$b_{ij}(x_i(t)) = \begin{cases} \hat{b}_{ij} & \text{sign}_{ij} \frac{df_j(x_j(t))}{dt} - \frac{dx_i(t)}{dt} \leq 0 \\ \check{b}_{ij} & \text{sign}_{ij} \frac{df_j(x_j(t))}{dt} - \frac{dx_i(t)}{dt} > 0 \end{cases} \quad (2)$$

其中 $\hat{a}_{ij}, \check{a}_{ij}, \hat{b}_{ij}$ 和 $\check{b}_{ij}$ 为常数.

网络(式(1))的初始值为 $\varphi(s) = (\varphi_1(s), \varphi_2(s), \dots, \varphi_n(s)) \in C([- \tau, 0]; \mathbb{R}^n)$. 从式(2)可以看出, 忆阻神经网络是一个离散的切换系统. 在这种情况下, 以波夫角度研究网络(1)的解.

式(1)中, 以 $x(0) = x_0$ 为初始条件的波夫解在任意的子间隔 $t \in [t_1, t_2]$ 都是连续的, 且微分包含为:

$$\frac{dx}{dt} \in F(t, x), t \in [0, T]$$

由微分包含原理可知, 式(1)可转换为:

$$\dot{x}_i(t) \in -c_i(x_i(t)) + \sum_{j=1}^n \text{co}(\underline{a}_{ij}, \bar{a}_{ij}) f_j(x_j(t)) + \sum_{j=1}^n \text{co}(\underline{b}_{ij}, \bar{b}_{ij}) g_j(x_j(t - \tau(t))) + I_i, t \geq 0, i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

其中

$$\underline{a}_{ij} = \min\{\hat{a}_{ij}, \check{a}_{ij}\} \quad \bar{a}_{ij} = \max\{\hat{a}_{ij}, \check{a}_{ij}\} \quad \underline{b}_{ij} = \min\{\hat{b}_{ij}, \check{b}_{ij}\}$$

$$\bar{b}_{ij} = \max\{\hat{b}_{ij}, \check{b}_{ij}\} \quad a_{ij}^+ = \max\{|\underline{a}_{ij}|, |\bar{a}_{ij}|\} \quad b_{ij}^+ = \max\{|\underline{b}_{ij}|, |\bar{b}_{ij}|\}$$

并且

$$\text{co}(\underline{a}_{ij}, \bar{a}_{ij}) = \begin{cases} \hat{a}_{ij} & \text{sign}_{ij} \frac{df_j(x_j(t))}{dt} - \frac{dx_i(t)}{dt} \leq 0 \\ [\underline{a}_{ij}, \bar{a}_{ij}] & \text{sign}_{ij} \frac{df_j(x_j(t))}{dt} - \frac{dx_i(t)}{dt} = 0 \\ \check{a}_{ij} & \text{sign}_{ij} \frac{df_j(x_j(t))}{dt} - \frac{dx_i(t)}{dt} > 0 \end{cases}$$

$$\text{co}(\underline{b}_{ij}, \bar{b}_{ij}) = \begin{cases} \hat{b}_{ij} & \text{sign}_{ij} \frac{df_j(x_j(t))}{dt} - \frac{dx_i(t)}{dt} \leq 0 \\ [\underline{b}_{ij}, \bar{b}_{ij}] & \text{sign}_{ij} \frac{df_j(x_j(t))}{dt} - \frac{dx_i(t)}{dt} = 0 \\ \check{b}_{ij} & \text{sign}_{ij} \frac{df_j(x_j(t))}{dt} - \frac{dx_i(t)}{dt} > 0 \end{cases}$$

若存在 $\gamma_{ij}(t) \in \text{co}(\underline{a}_{ij}, \bar{a}_{ij})$ 和 $\delta_{ij}(t) \in \text{co}(\underline{b}_{ij}, \bar{b}_{ij})$ 则式(3)可写为:

$$\dot{x}_i(t) \in -c_i(x_i(t)) + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij}(t) f_j(x_j(t)) + \sum_{j=1}^n \delta_{ij}(t) g_j(x_j(t - \tau(t))) + I_i, t \geq 0 \quad (4)$$

本文研究的重点是时滞忆阻神经网络中能够使响应系统同步于驱动系统的自适应控制条件, 式(1)所

代表的是神经网络的驱动系统模型,那么,其对应的响应系统模型可描述如下:

$$\begin{aligned} \dot{y}_i(t) = & -c_i(y_i(t)) + \sum_{j=1}^n a_{ij}(y_i(t)) f_j(y_j(t)) + \\ & \sum_{j=1}^n b_{ij}(y_i(t)) g_j(y_j(t - \tau(t))) + I_i + u_i(t), t \geq 0, i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $u_i(t)$ 是使驱动 —— 响应系统同步而设计的自适应控制器. 由前述驱动系统的求解过程可知,若存在 $\bar{\gamma}_{ij}(t) \in \text{co}(\underline{a}_{ij}, \bar{a}_{ij})$ 和 $\bar{\delta}_{ij}(t) \in \text{co}(\underline{b}_{ij}, \bar{b}_{ij})$, 可得:

$$\begin{aligned} \dot{y}_i(t) \in & -c_i(y_i(t)) + \sum_{j=1}^n \bar{\gamma}_{ij}(t) f_j(y_j(t)) + \\ & \sum_{j=1}^n \bar{\delta}_{ij}(t) g_j(y_j(t - \tau(t))) + I_i + u_i(t), t \geq 0 \end{aligned} \quad (6)$$

为获得本文的研究结果,我们引出以下定义和引理:

定义 1 如果存在正数 $\alpha > 0$ 和 $\beta > 0$ 满足

$$|y_i(t) - x_i(t)| \leq \beta \varphi - \varphi e^{-\alpha(t-t_0)} \quad t \geq t_0$$

则响应系统(式(5)) 全局指数型同步于驱动系统(式(1)).

引理 1^[17] 如果 $V(t): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ 和 $x(t)$ 在 $[0, +\infty)$ 的任意紧子空间是绝对连续的, 则 $x(t)$ 和 $V(x(t))$ 在 $t \in [0, +\infty)$ 是可微的, 且

$$\dot{V}(x(t)) = v(t) \dot{x}(t) \quad \forall v(t) \in \partial V(x(t))$$

其中 $\partial V(x(t))$ 是 $x(t)$ 的克拉克广义梯度.

2 忆阻神经网络的自适应控制

基于泛函微分方程的不变原则和同步自适应控制技术,我们得出了一个较其他文献更简单的系统同步条件. 若定义响应系统与驱动系统之间的误差为:

$$e_i(t) = y_i(t) - x_i(t)$$

由式(4) 和(6) 可得:

$$\begin{aligned} \dot{e}_i(t) \in & -\tilde{c}_i(e_i(t)) + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij}(t) \tilde{f}_j(e_j(t)) + \\ & \sum_{j=1}^n \delta_{ij}(t) \tilde{g}_j(e_j(t - \tau(t))) + \sum_{j=1}^n (\bar{\gamma}_{ij}(t) - \gamma_{ij}(t)) f_j(y_j(t)) + \\ & \sum_{j=1}^n (\bar{\delta}_{ij}(t) - \delta_{ij}(t)) \tilde{g}_j(y_j(t - \tau(t))) + \in_i e_i(t) - \eta_i \text{sign} e_i(t) \end{aligned} \quad (7)$$

其中:

$$\begin{aligned} \tilde{c}_i(e_i(t)) &= c_i(e_i(t) + x_i(t)) - c_i(x_i(t)) \\ \tilde{f}_i(e_i(t)) &= f_i(e_i(t) + x_i(t)) - f_i(x_i(t)) \\ \tilde{g}_i(e_i(t - \tau(t))) &= g_i(e_i(t - \tau(t)) + x_i(t - \tau(t))) - g_i(x_i(t - \tau(t))) \end{aligned}$$

自适应控制器为:

$$u_i(t) = \in_i e_i(t) - \eta_i \text{sign} e_i(t)$$

其中: $\in_i$ 是更新耦合强度, η_i 为常数控制增益.

我们做如下假设:

(H1) 行为方程 $c_i(x)$ 满足 $\dot{c}_i(x) \geq \beta_i > 0$ 以及 $c_i(0) = 0, i = 1, 2, \dots, n$.

(H2) 任取不同的两个值 $x, y \in \mathbb{R}$, 满足

$$|f_j(x) - f_j(y)| \leq h_j |x - y| \quad |g_j(x) - g_j(y)| \leq k_j |x - y|$$

其中 h_j, k_j 是正常数.

(H3) 任取 $x \in \mathbb{R}$, 存在正常数 M_j, N_j 满足 $|f_j(x)| \leq M_j, |g_j(x)| \leq N_j$.

定理 1 在假设 (H1) – (H3) 下, 若耦合强度满足 $\dot{\epsilon}_i = -\alpha_i e_i^2(t)$ 且 $\eta_i > \sum_{j=1}^n |\hat{a}_{ij} - \check{a}_{ij}| M_j + \sum_{j=1}^n |\hat{b}_{ij} - \check{b}_{ij}| N_j (\alpha_i > 0, i = 1, 2, \dots, n \text{ 是任意正常数})$, 则响应系统 (5) 全局同步于驱动系统 (1).

证 对定理 1, 令李雅普诺夫函数如下:

$$V_i(t) = \frac{1}{2} e_i^2(t) + \frac{1}{2\alpha} (\epsilon_i + l)^2 + \frac{1}{2(1-\sigma)} \sum_{j=1}^n \int_{t-\tau(t)}^t \tilde{g}_j^2(e_j(s)) ds \quad (8)$$

其中 l 是一个能被确定的常数. 从引理 1 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(t) &\leq -e_i(t) \tilde{c}_i \dot{e}_i(t) + \sum_{j=1}^n |e_i(t)| |\gamma_{ij}(t)| |\tilde{f}_j(e_j(t))| + \\ &\sum_{j=1}^n |e_i(t)| |\delta_{ij}(t)| |\tilde{g}_j(e_j(t-\tau(t)))| + \sum_{j=1}^n |e_i(t)| |(\bar{\gamma}_{ij}(t) - \gamma_{ij}(t))| |f_j(y_j(t))| + \\ &\sum_{j=1}^n |e_i(t)| |(\bar{\delta}_{ij}(t) - \delta_{ij}(t))| |\tilde{g}_j(y_j(t-\tau(t)))| + \epsilon_i e_i^2(t) - \eta_i |e_i(t)| - (\epsilon_i + l) e_i^2(t) + \\ &\frac{1}{2(1-\sigma)} \sum_{j=1}^n \tilde{g}_j^2(e_j(t)) - \frac{1-\dot{\tau}(t)}{2(1-\sigma)} \sum_{j=1}^n \tilde{g}_j^2(e_j(t-\tau(t))) \end{aligned} \quad (9)$$

由假设 (H1) – (H3), 式 (9) 可转换为:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(t) &\leq -\beta_i e_i^2(t) + \sum_{j=1}^n |\hat{a}_{ij} - \check{a}_{ij}| M_j |e_i(t)| + \\ &\sum_{j=1}^n |\hat{b}_{ij} - \check{b}_{ij}| N_j |e_i(t)| + \sum_{j=1}^n \left[\frac{(a_{ij}^+)^2}{2} e_i^2(t) + \frac{h}{2} e_j^2(t) \right] + \\ &\sum_{j=1}^n \frac{(b_{ij}^+)^2}{2} e_i^2(t) + l e_i^2(t) - \eta_i |e_i(t)| + \frac{1}{2(1-\sigma)} k e_j^2(t) \end{aligned} \quad (10)$$

令

$$\begin{aligned} \eta_i &> \sum_{j=1}^n |\hat{a}_{ij} - \check{a}_{ij}| M_j + \sum_{j=1}^n |\hat{b}_{ij} - \check{b}_{ij}| N_j \\ l &= -\min_{1 \leq i \leq n} \{\beta_i\} + \max_{1 \leq i \leq n} \left\{ \sum_{j=1}^n \frac{(a_{ij}^+)^2 + (b_{ij}^+)^2}{2} \right\} + \frac{h}{2} + \frac{k}{2(1-\sigma)} + 1 \end{aligned}$$

从式 (10) 可得:

$$\dot{V}_i(t) \leq -e_i^2(t)$$

当且仅当 $e_i(t) = 0$ 时 $\dot{V}_i(t) = 0$. 此时, 集合 $E_i = \{(e_i(t), \epsilon_i)^T : e_i(t) = 0, \epsilon_i = \epsilon_{i0}\}$ 是集合 $\{\dot{V}_i(t) = 0\}$ 的最大不变集. 根据不变原理, 式 (7) 的轨迹渐近收敛于集合 E_i , 即

$$e_i(t) \rightarrow 0$$

综上所述, 响应系统 (5) 在自适应控制器下全局同步于驱动系统 (1). 证毕.

3 仿真实验

考虑以下二阶的忆阻神经网络:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -c_1(x_1(t)) + a_{11}(x_1(t))f_1(x_1(t)) \\ \quad + a_{12}(x_1(t))f_2(x_2(t)) + b_{11}(x_1(t))g_1(x_1(t-\tau(t))) \\ \quad + b_{12}(x_1(t))g_2(x_2(t-\tau(t))) \\ \dot{x}_2(t) = -c_2(x_2(t)) + a_{21}(x_1(t))f_1(x_1(t)) \\ \quad + a_{22}(x_2(t))f_2(x_2(t)) + b_{21}(x_2(t))g_1(x_1(t-\tau(t))) \\ \quad + b_{22}(x_2(t))g_2(x_2(t-\tau(t))) \end{cases} \quad (11)$$

其中：

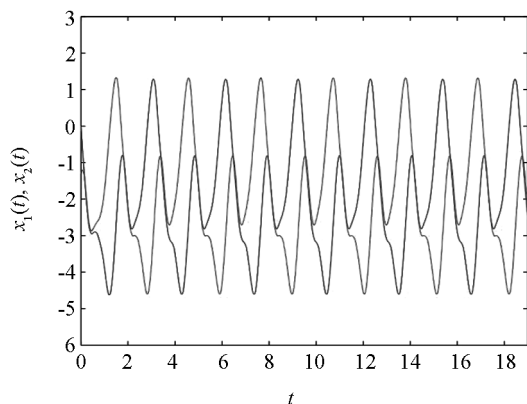
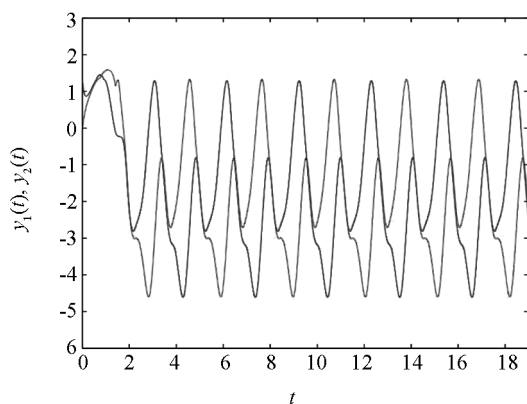
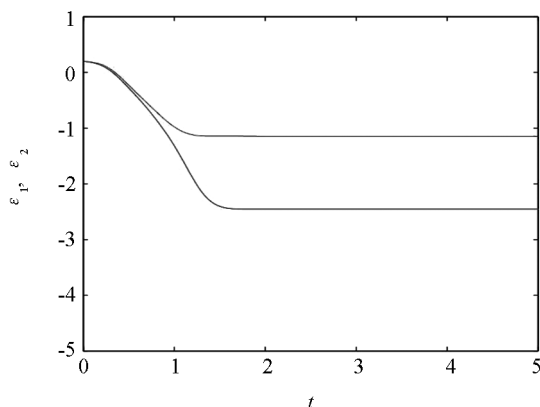
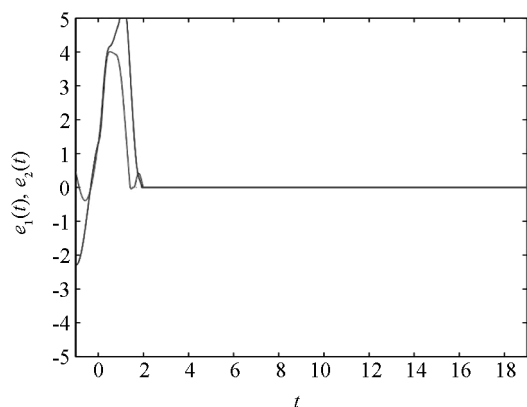
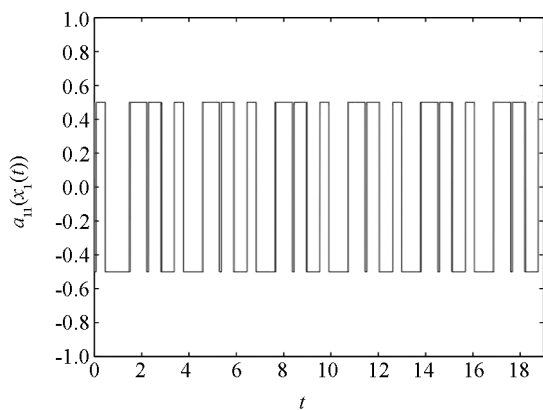
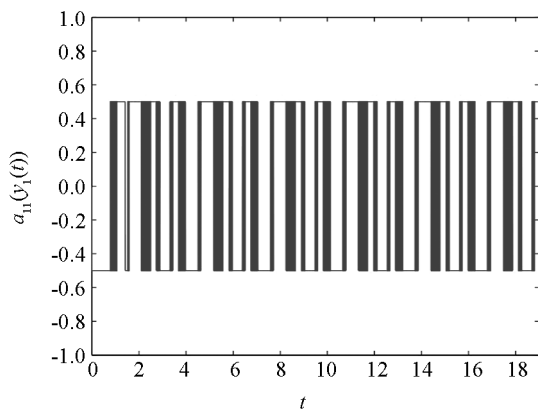
$$\begin{aligned}
 a_{11}(x_1(t)) &= \begin{cases} -0.5 & -\frac{df_1(x_1(t))}{dt} - \frac{dx_1(t)}{dt} \leq 0 \\ 0.5 & -\frac{df_1(x_1(t))}{dt} - \frac{dx_1(t)}{dt} > 0 \end{cases} \\
 a_{12}(x_1(t)) &= \begin{cases} 3 & \frac{df_2(x_2(t))}{dt} - \frac{dx_1(t)}{dt} \leq 0 \\ 4 & \frac{df_2(x_1(t))}{dt} - \frac{dx_1(t)}{dt} > 0 \end{cases} \\
 a_{21}(x_2(t)) &= \begin{cases} 5 & \frac{df_1(x_1(t))}{dt} - \frac{dx_2(t)}{dt} \leq 0 \\ 6 & \frac{df_1(x_1(t))}{dt} - \frac{dx_2(t)}{dt} > 0 \end{cases} \\
 a_{22}(x_2(t)) &= \begin{cases} -0.5 & -\frac{df_2(x_2(t))}{dt} - \frac{dx_2(t)}{dt} \leq 0 \\ 0.5 & -\frac{df_2(x_2(t))}{dt} - \frac{dx_2(t)}{dt} > 0 \end{cases} \\
 b_{11}(x_1(t)) &= \begin{cases} 0.1 & -\frac{df_1(x_1(t))}{dt} - \frac{dx_1(t)}{dt} \leq 0 \\ -0.1 & -\frac{df_1(x_1(t))}{dt} - \frac{dx_1(t)}{dt} > 0 \end{cases} \\
 b_{12}(x_1(t)) &= \begin{cases} 5 & \frac{df_2(x_2(t))}{dt} - \frac{dx_1(t)}{dt} \leq 0 \\ 6 & \frac{df_2(x_2(t))}{dt} - \frac{dx_1(t)}{dt} > 0 \end{cases} \\
 b_{21}(x_2(t)) &= \begin{cases} 3 & \frac{df_1(x_1(t))}{dt} - \frac{dx_2(t)}{dt} \leq 0 \\ 4 & \frac{df_1(x_1(t))}{dt} - \frac{dx_2(t)}{dt} > 0 \end{cases} \\
 b_{22}(x_2(t)) &= \begin{cases} -0.1 & -\frac{df_2(x_2(t))}{dt} - \frac{dx_2(t)}{dt} \leq 0 \\ 0.1 & -\frac{df_2(x_2(t))}{dt} - \frac{dx_2(t)}{dt} > 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

行为函数 $c_i(x_i(t)) = x_i(t)$ ，激活函数 $f_i(x_i(t)) = g_i(x_i(t)) = \sin(x_i(t))$ ， $\tau(t) = 0.1$ ， $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.1$ ， $\eta_1 = 3.5$ 和 $\eta_2 = 3.9$ ，很明显都满足定理 1 的条件. 根据定理 1 可知，系统(11)在自适应控制器下同步于它的响应系统.

在实验中，耦合增益强度 $\in_i$ 的更新规则为 $\dot{\in}_i = -0.1 * e_i^2(t)$ ，初始条件为

$$\begin{aligned}
 \in_1(0) &= \in_2(0) = 0.2, (\varphi_1(t), \varphi_2(t)) = (-1.3 * \cos t, -1.1 * \sin(2 * t)) \\
 (\varphi_1(t), \varphi_2(t)) &= (1.5 * \sin(3 * t), 1.3 * \cos(3 * t)), \forall t \in [-1, 0)
 \end{aligned}$$

图 1 显示了二阶神经网络中驱动系统的 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的状态轨迹. 图 2 显示了二阶神经网络中响应系统的 $y_1(t)$ 和 $y_2(t)$ 的状态轨迹. 通过自适应控制器，响应系统实现了和驱动系统的同步. 图 3 显示了耦合增益强度 $\in_i$ 的状态轨迹. 图 4 显示了系统(11)在耦合增益强度 $\in_i$ 更新规则下和它的响应系统之间实现了同步. 图 5 和图 6 显示了连接权重因子 $a_{11}(x_1(t))$ 和 $a_{11}(y_1(t))$ 的状态变化的同步.

图 1 变量 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的状态轨迹图 2 变量 $y_1(t)$ 和 $y_2(t)$ 的状态轨迹图 3 耦合强度 ϵ_1 和 ϵ_2 的轨迹图 4 变量 $e_1(t)$ 和 $e_2(t)$ 的状态轨迹图 5 连接权重因子 $a_{11}(x_1(t))$ 的轨迹图 6 连接权重因子 $a_{11}(y_1(t))$ 的轨迹

参考文献:

- [1] CHUA L O. Memristor-The Missing Circuit Element [J]. IEEE Transactions on Circuit Theory, 1971, 18(5): 507—519.
- [2] 陈福利. 忆阻混沌系统的同步 [J]. 重庆工商大学学报(自然科学版), 2015, 32(8): 24—27.
- [3] 宋欣林, 王春妮, 李文超, 等. 时变耦合下忆阻电路的同步 [J]. 量子电子学报, 2015, 32(6): 719—727.
- [4] 楼旭阳, 沈 君. 一类时滞混沌忆阻器神经网络的延迟反同步控制 [J]. 信息与控制, 2016, 45(4): 437—443.
- [5] 沈 君, 楼旭阳. 变时滞随机忆阻器神经网络的同步控制 [J]. 计算机系统应用, 2016, 25(4): 23—28.
- [6] 尹玮宏, 王丽丹, 段书凯. 一个新的基于忆阻器的超混沌系统及其电路实现 [J]. 西南大学学报(自然科学版), 2015, 37(1): 163—172.

- [7] LU J, HO D W, CAO J, et al. Exponential Synchronization of Linearly Coupled Neural Networks with Impulsive Disturbances [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2011, 22(2): 329–336.
- [8] ZHANG Y, SUN J. Robust Synchronization of Coupled Delayed Neural Networks Under General Impulsive Control [J]. Chaos Solitons & Fractals, 2009, 41(3): 1476–1480.
- [9] CAO J, WAN Y. Matrix Measure Strategies for Stability and Synchronization of Inertial BAM Neural Network with Time Delays [J]. Neural Networks the Official Journal of the International Neural Network Society, 2014, 53(5): 165.
- [10] 杨芳艳. 三维 Hopfield 型神经网络的混沌同步研究 [J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版), 2009, 21(1): 123–126.
- [11] YANG L X, JIANG J. Adaptive Synchronization of Drive-Response Fractional-Order Complex Dynamical Networks with Uncertain Parameters [J]. Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulation, 2014, 19(5): 1496–1506.
- [12] ZHOU J, LU J A, LU J. Adaptive Synchronization of an Uncertain Complex Dynamical Network [J]. Journal of Systems Science & Complexity, 2005, 51(4): 652–656.
- [13] HUANG J, LI C, HUANG T, et al. Lag Quasisynchronization of Coupled Delayed Systems with Parameter Mismatch by Periodically Intermittent Control [J]. Nonlinear Dynamics, 2013, 71(3): 469–478.
- [14] LIU X, CHEN T. Cluster Synchronization in Directed Networks via Intermittent Pinning Control [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2011, 22(7): 1009.
- [15] CAI Z, HUANG L. Functional Differential Inclusions and Dynamic Behaviors for Memristor-Based BAM Neural Networks with Time-Varying Delays [J]. Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulation, 2014, 19(5): 1279–1300.
- [16] CAI Z, HUANG L, GUO Z, et al. On the Periodic Dynamics of a Class of Time-Varying Delayed Neural Networks via Differential Inclusions [J]. Neural Networks the Official Journal of the International Neural Network Society, 2012, 33(9): 97.
- [17] CLARKE F H. Nonsmooth Analysis and Optimization [J]. Proceedings of the International Congress of Mathematicians, 1978, 5: 847–853.

Synchronization of Memristive Neural Networks with Delays Based on Adaptive Control

XIE Tao

Information Center, Southwest University, Chongqing 400715, China

Abstract: In this paper, we study the synchronization of memristive neural networks with time-varying delays. Using the framework of Filippov solution, the differential inclusion theory and the adaptive control technique in combination with a novel Lyapunov function, we obtain a class of sufficient adaptive synchronization criteria in terms of memristive neural networks. Finally, the validity of the synchronization condition is verified by means of simulation experiments.

Key words: memristive neural network; time-varying delay; adaptive control; synchronization

责任编辑 张 枸