第 40 卷第 10 期　　西 南 大 学 学 报（自然科学版）　　2018年10月
Vol. 40　No. 10　　Journal of Southwest University (Natural Science Edition)　　Oct.　2018

DOI：10.13718/j.cnki.xdzk.2018.10.012

# 关于 Smarandache LCM 函数的数论函数方程 $S(SL(n^{11,12}))=\varphi_2(n)$ 的可解性①

袁合才[1]，　王晓峰[2]

1. 华北水利水电大学 数学与统计学院，郑州 450046；2. 河南科技学院 数学科学学院，河南 新乡 453003

**摘要**：研究了数论函数方程 $S(SL(n^{11}))=\varphi_2(n)$ 及 $S(SL(n^{12}))=\varphi_2(n)$ 的可解性问题，其中 $S(n)$ 为 Smarandache 函数，$SL(n)$ 为 Smarandache LCM 函数，$\varphi_2(n)$ 为广义欧拉函数. 利用初等数论的内容方法及计算技巧得到上述两个数论函数方程的所有正整数解.

**关　键　词**：广义欧拉函数；Smarandache 函数；Smarandache LCM 函数；正整数解

**中图分类号**：O156.2　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1673－9868(2018)10－0072－05

20 世纪 90 年代，美国著名的数学家 F. Smarandache 在文献[1]中提出了许多新的数论问题，并定义了若干新的数论函数，对现代数论的发展产生较大的影响. 其中以 F. Smarandache 本人命名的 Smarandache 函数 $S(n)$，以及在函数 $S(n)$ 基础上衍生出的若干数论函数，如 Smarandache LCM 函数 $SL(n)$，近年来受到国内外诸多学者的广泛关注和深入研究. Smarandache 函数 $S(n)$ 表示为：对任意正整数 $n$，$S(n)$ 为使得 $n \mid m!$ 的最小正整数 $m$，即 $S(n)=\min\{m \in z: n \mid m!\}$. Smarandache LCM 函数 $SL(n)$ 则表示为：使得 $n \mid [1, 2, \cdots, k]$ 的最小正整数 $k$，即 $SL(n)=\min\{k \in z: n \mid [1, 2, \cdots, k]\}$，也表示 $1,2,\cdots,\left[\frac{n}{2}\right]$ 中与 $n$ 互素的正整数的个数. 由广义欧拉函数 $\varphi_2(n)$ 的定义[2] 易知 $\varphi_2(2)=1$；$2\varphi_2(n)=\varphi(n)(n \geqslant 3)$. 关于 Smarandache LCM 函数 $SL(n)$ 与欧拉函数 $\varphi(n)$ 数及广义欧拉函数 $\varphi_2(n)$ 相结合的数论方程，近年来受到关注. 文献[2－3]研究了数论函数方程 $\varphi(n)=S(n)$ 的可解性问题；文献[4]研究了数论函数方程 $\varphi(n)=S(n^k)(k \geqslant 2)$ 与 $SL(n)=\varphi(n)$ 的可解性问题；文献[5]研究了 3 类数论函数方程 $\varphi(n^k)=S(n)(k \geqslant 2)$，$SL(n^k)=\varphi(n)(k \geqslant 2)$ 及 $SL(n)=\varphi(n^k)(k \geqslant 2)$ 的可解性问题；文献[6]研究了数论函数方程 $S(n^{11})=\varphi(n)$ 的可解性问题；文献[7]研究了数论函数方程 $S(n^{2k})=\varphi(n)$ 的几种特殊形式的解的情况；文献[8]研究了数论函数方程 $\varphi(n)=S(n^{10})$ 的可解性问题；文献[9－10]分别研究了数论方程 $S(SL(n))=\varphi(n)$ 和 $S(SL(n))=\varphi_2(n)$ 的可解性；文献[11]研究了数论方程 $S(SL(n^2))=\varphi_2(n)$ 的正整数解. 本文在前人研究 Smarandache LCM 数论函数方程理论工作的基础上，进一步研究了 Smarandache LCM 函数的数论函数方程 $S(SL(n^{11}))=\varphi_2(n)$ 及 $S(SL(n^{12}))=\varphi_2(n)$ 的可解性问题.

## 1　相关引理

**引理 1**[10]　若 $n=p_1^{r_1}p_2^{r_2}\cdots p_k^{r_k}$，其中 $p_1,p_2,\cdots,p_k$ 为素数，则：

$$\varphi(n)=n\left(1-\frac{1}{p_1}\right)\left(1-\frac{1}{p_2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{p_k}\right)$$

$$S(n)=\max\{S(p_1^{r_1}),\ \cdots,\ S(p_k^{r_k})\}$$

①　收稿日期：2017－11－19
基金项目：国家自然科学基金项目(U1304106)；河南省科技攻关项目(172102210367).
作者简介：袁合才(1978－)，男，副教授，主要从事微分方程、丢番图方程的研究.

$$SL(n)=\max\{p_1^{r_1},\ p_2^{r_2},\ \cdots,\ p_k^{r_k}\}$$

**引理 2**[10] 对于整数 $k$ 和素数 $p$，有 $S(p^k)\leqslant kp$；若进一步有 $k<p$，则 $S(p^k)=kp$.

**引理 3**[10] 当 $n\geqslant 2$ 时，有 $\varphi(n)<n$；当 $n\geqslant 3$ 时，$\varphi(n)$ 为偶数.

## 2 定理及其证明

**定理 1** Smarandache LCM 函数的数论函数方程

$$S(SL(n^{11}))=\varphi_2(n) \tag{1}$$

的正整数解为 $n=360,1\ 587,2\ 116,3\ 174,432,540,208,336$

**证** 当 $n=1$ 时，

$$S(SL(1))=1 \qquad \varphi_2(1)=\frac{1}{2}\varphi(1)=\frac{1}{2}$$

显然 1 不是方程(1)的解.

当 $n\geqslant 2$ 时，设 $n=p_1^{r_1}p_2^{r_2}\cdots p_k^{r_k}$，其中 $p_1,p_2,\cdots,p_k$ 为素数，由引理 1，有

$$SL(n^{11})=\max\{p_1^{11r_1},\ p_2^{11r_2},\ \cdots,\ p_k^{11r_k}\}=p^{11r} \tag{2}$$

又因

$$\varphi_2(n)=\frac{1}{2}\varphi(n)=\frac{1}{2}\varphi\left(p^r\times\frac{n}{p^r}\right)=\frac{1}{2}\varphi(p^r)\varphi\left(\frac{n}{p^r}\right)=\frac{1}{2}p^{r-1}(p-1)\varphi(m)$$

其中 $n=p^r m$，$(m,\ p)=1$，则方程(1)可化为

$$2S(p^{11r})=p^{r-1}(p-1)\varphi(m) \tag{3}$$

由引理 2 知

$$22pr\geqslant 2S(p^{11r})=p^{r-1}(p-1)\varphi(m)\geqslant p^{r-1}(p-1)$$

即

$$22r\geqslant p^{r-2}(p-1) \tag{4}$$

下面针对(2),(3),(4)式中的 $p,r$ 的不同取值分 10 种情形分别加以讨论：

情形 1 当 $r=1$ 时，(3)式为

$$2S(p^{11})=(p-1)\varphi(m)$$

若 $p=2$，则 $\varphi(m)=2S(2^{11})=28$，$m=29,58$，又因 $(m,\ p)=1$，则 $n=p^r m=58$，将其代入(2)式，经检验 $n=58$ 不满足(2)式，因此 $n=58$ 不是方程(1)的解；

若 $p=3$，则 $\varphi(m)=S(3^{11})=27$，由引理 3，此时方程(1)无解；

若 $p=5$，则 $2\varphi(m)=S(5^{11})=50$，$\varphi(m)=25$，由引理 3，此时方程(1)无解；

若 $p=7$，则 $3\varphi(m)=S(7^{11})=70$，$\varphi(m)$ 不是整数，此时方程(1)无解；

若 $p=11$，则 $5\varphi(m)=S(11^{11})=121$，$\varphi(m)$ 不是整数，此时方程(1)无解；

若 $p\geqslant 13$，由引理 2，则 $22p=2S(p^{11})=(p-1)\varphi(m)$，又因 $(p-1,\ p)=1$，则 $(p-1)\mid 22$，得 $p=23$，$\varphi(m)=23$，由引理 3，此时方程(1)无解.

情形 2 当 $r=2$ 时，(3)式为 $2S(p^{22})=p(p-1)\varphi(m)$，(4)式为 $44\geqslant p-1$.

若 $p=2$，则 $\varphi(m)=S(2^{22})=24$，$m=35,39,45,52,56,70,72,78,84,90$，又因 $(m,\ p)=1$，则 $n=p^r m=140,156,180$，将其代入(2)式，经检验 $n=140,156,180$ 不满足(2)式，因此 $n=140,156,180$ 不是方程(1)的解；

若 $p=3$，则 $3\varphi(m)=S(3^{22})=48$，$\varphi(m)=16$，$m=17,32,34,40,48,60$，又因 $(m,\ p)=1$，则 $n=p^r m=153,288,306,360$，将其代入(2)式，经检验 $n=360$ 满足(2)式，因此 $n=360$ 是方程(1)的解；

若 $p=5$，则 $10\varphi(m)=S(5^{22})=95$，$\varphi(m)$ 不是整数，此时方程(1)无解；

若 $p=7$，则 $21\varphi(m)=S(7^{22})=140$，$\varphi(m)$ 不是整数，此时方程(1)无解；

若 $p=11$，则 $55\varphi(m)=S(11^{22})=231$，$\varphi(m)$ 不是整数，此时方程(1)无解；

若 $p=13$，则 $78\varphi(m)=S(13^{22})=273$，$\varphi(m)$ 不是整数，此时方程(1)无解；

若 $p=17$，则 $136\varphi(m)=S(17^{22})=357$，$\varphi(m)$ 不是整数，此时方程(1)无解；

若 $p=19$，则 $171\varphi(m)=S(19^{22})=399$，$\varphi(m)$ 不是整数，此时方程(1) 无解；

若 $p\geqslant 23$，由引理 2，则 $44p=2S(p^{22})=p(p-1)\varphi(m)$，即 $44=(p-1)\varphi(m)$，得 $p=23$，$\varphi(m)=2$，$m=3,4,6$，$n=p^r m=1\ 587,2\ 116,3\ 174$，将其分别代入(2) 式，经检验 $n=1\ 587,2\ 116,3\ 174$ 满足(2) 式，因此 $n=1\ 587,2\ 116,3\ 174$ 是方程(1) 的解.

情形 3　当 $r=3$ 时，(3) 式为 $2S(p^{33})=p^2(p-1)\varphi(m)$，(4) 式为 $66\geqslant p(p-1)$，即 $p=2,3,5,7$.

若 $p=2$，则 $2\varphi(m)=S(2^{33})=36$，$\varphi(m)=18$，$m=19,27,38,54$，又因 $(m,p)=1$，则 $n=p^r m=152,216$，将其代入(2) 式，经检验 $n=152,216$ 不满足(2) 式，因此 $n=152,216$ 不是方程(1) 的解；

若 $p=3$，则 $9\varphi(m)=S(3^{33})=72$，$\varphi(m)=8$，$m=15,16,20,24,30$，又因 $(m,p)=1$，则 $n=p^r m=432,540$，将其代入(2) 式，经检验 $n=432,540$ 满足(2) 式，因此 $n=432,540$ 是方程(1) 的解；

若 $p=5$，则 $50\varphi(m)=S(5^{33})=135$，$\varphi(m)$ 不是整数，此时方程(1) 无解；

若 $p=7$，则 $147\varphi(m)=S(7^{33})=203$，$\varphi(m)$ 不是整数，此时方程(1) 无解.

情形 4　当 $r=4$ 时，(3) 式为 $2S(p^{44})=p^3(p-1)\varphi(m)$，(4) 式为 $88\geqslant p^2(p-1)$，即 $p=2,3$.

若 $p=2$，则 $4\varphi(m)=S(2^{44})=48$，$\varphi(m)=12$，$m=13,21,26,28,36,42$，又因 $(m,p)=1$，则 $n=p^r m=208,336$，将其代入(2) 式，经检验 $n=208,336$ 满足(2) 式，因此 $n=208,336$ 是方程(1) 的解；

若 $p=3$，则 $27\varphi(m)=S(3^{44})=90$，$\varphi(m)$ 不是整数，此时方程(1) 无解.

情形 5　当 $r=5$ 时，(3) 式为 $2S(p^{55})=p^4(p-1)\varphi(m)$，(4) 式为 $110\geqslant p^3(p-1)$，即 $p=2,3$.

若 $p=2$，则 $8\varphi(m)=S(2^{55})=60$，$\varphi(m)$ 不是整数，此时方程(1) 无解；

若 $p=3$，则 $81\varphi(m)=S(3^{55})=114$，$\varphi(m)$ 不是整数，此时方程(1) 无解.

情形 6　当 $r=6$ 时，(3) 式为 $2S(p^{66})=p^5(p-1)\varphi(m)$，(4) 式为 $132\geqslant p^4(p-1)$，即 $p=2$.

若 $p=2$，则 $16\varphi(m)=S(2^{66})=68$，$\varphi(m)$ 不是整数，此时方程(1) 无解.

情形 7　当 $r=7$ 时，(3) 式为 $2S(p^{77})=p^6(p-1)\varphi(m)$，(4) 式为 $154\geqslant p^5(p-1)$，即 $p=2$.

若 $p=2$，则 $32\varphi(m)=S(2^{77})=80$，$\varphi(m)$ 不是整数，此时方程(1) 无解.

情形 8　当 $r=8$ 时，(3) 式为 $2S(p^{88})=p^7(p-1)\varphi(m)$，(4) 式为 $176\geqslant p^6(p-1)$，即 $p=2$.

若 $p=2$，则 $64\varphi(m)=S(2^{88})=92$，$\varphi(m)$ 不是整数，此时方程(1) 无解.

情形 9　当 $r=9$ 时，(3) 式为 $2S(p^{99})=p^8(p-1)\varphi(m)$，(4) 式为 $198\geqslant p^7(p-1)$，即 $p=2$.

若 $p=2$，则 $128\varphi(m)=S(2^{99})=104$，$\varphi(m)$ 不是整数，此时方程(1) 无解.

情形 10　当 $r\geqslant 10$ 时，$2^{r-2}>22r$，显然 $22pr\geqslant p^{r-1}(p-1)$ 不成立，此时方程(1) 无解.

综上所述，可得 Smarandache LCM 函数的数论函数方程 $S(SL(n^{11}))=\varphi_2(n)$ 的正整数解为：

$$n=360,1\ 587,2\ 116,3\ 174,432,540,208,336$$

**定理 2**　Smarandache LCM 函数的数论函数方程

$$S(SL(n^{12}))=\varphi_2(n) \tag{5}$$

的正整数解为 $n=275,550,480$.

**证**　当 $n=1$ 时，

$$S(SL(1))=1 \qquad \varphi_2(1)=\frac{1}{2}\varphi(1)=\frac{1}{2}$$

显然 1 不是方程(5) 的解.

当 $n\geqslant 2$ 时，设 $n=p_1^{r_1}p_2^{r_2}\cdots p_k^{r_k}$，其中 $p_1,p_2,\cdots,p_k$ 为素数，由引理 1 知

$$SL(n^{12})=\max\{p_1^{12r_1},\ p_2^{12r_2},\ \cdots,\ p_k^{12r_k}\}=p^{12r} \tag{6}$$

又因

$$\varphi_2(n)=\frac{1}{2}\varphi(n)=\frac{1}{2}\varphi\left(p^r\times\frac{n}{p^r}\right)=\frac{1}{2}\varphi(p^r)\varphi\left(\frac{n}{p^r}\right)=\frac{1}{2}p^{r-1}(p-1)\varphi(m)$$

其中：

$$n=p^r m \qquad (m,p)=1$$

则方程(5) 可化为

$$2S(p^{12r})=p^{r-1}(p-1)\varphi(m) \tag{7}$$

由引理2知

$$24pr \geqslant 2S(p^{12r}) = p^{r-1}(p-1)\varphi(m) \geqslant p^{r-1}(p-1)$$

即

$$24r \geqslant p^{r-2}(p-1) \tag{8}$$

下面针对(6),(7),(8)式中的 $p$,$r$ 的不同取值分10种情形分别加以讨论：

情形1　当 $r=1$ 时,(7)式为 $2S(p^{12})=(p-1)\varphi(m)$.

若 $p=2$,则 $\varphi(m)=2S(2^{12})=32$,$m=51,64,68,80,96,102,120$,又因 $(m,p)=1$,则 $n=p^r m=102$,将其代入(6)式,经检验 $n=102$ 不满足(6)式,因此 $n=102$ 不是方程(5)的解；

若 $p=3$,则 $\varphi(m)=S(3^{12})=27$,由引理3,此时方程(5)无解；

若 $p=5$,则 $2\varphi(m)=S(5^{12})=50$,$\varphi(m)=25$,由引理3,此时方程(5)无解；

若 $p=7$,则 $3\varphi(m)=S(7^{12})=77$,$\varphi(m)$ 不是整数,此时方程(5)无解；

若 $p=11$,则 $5\varphi(m)=S(11^{12})=121$,$\varphi(m)$ 不是整数,此时方程(5)无解；

若 $p\geqslant 13$,由引理2,则 $24p= 2S(p^{12})= (p-1)\varphi(m)$,又因 $(p-1,p)= 1$,则 $(p-1)\mid 24$,得 $p= 13$,$\varphi(m)= 26$,经检验,不存在 $m$ 使得 $\varphi(m)= 26$,此时方程(5)无解.

情形2　当 $r=2$ 时,(7)式为 $2S(p^{24})=p(p-1)\varphi(m)$,(8)式为 $48\geqslant p-1$,即 $p\leqslant 49$.

若 $p=2$,则 $\varphi(m)=S(2^{24})=28$,$m=29,58$,又因 $(m,p)=1$,则 $n=p^r m=116$,将其代入(6)式,经检验,$n=116$ 不满足(6)式,因此 $n=116$ 不是方程(5)的解；

若 $p=3$,则 $3\varphi(m)=S(3^{24})=54$,$\varphi(m)=18$,$m=19,27,38,54$,又因 $(m,p)=1$,则 $n=p^r m=171$,$342$,将其代入(6)式,经检验,$n=171,342$ 不满足(6)式,因此 $n=171,342$ 不是方程(5)的解；

若 $p=5$,则 $10\varphi(m)=S(5^{24})=100$,$\varphi(m)=10$,$m=11,22$,又因 $(m,p)=1$,则 $n=p^r m=275,550$,将其代入(6)式,经检验 $n=275,550$ 满足(6)式,因此 $n=275,550$ 是方程(5)的解；

若 $p=7$,则 $21\varphi(m)=S(7^{24})=147$,$\varphi(m)=7$,由引理3,此时方程(5)无解；

若 $p=11$,则 $55\varphi(m)=S(11^{24})=242$,$\varphi(m)$ 不是整数,此时方程(5)无解；

若 $p=13$,则 $78\varphi(m)=S(13^{24})=299$,$\varphi(m)$ 不是整数,此时方程(5)无解；

若 $p=17$,则 $136\varphi(m)=S(17^{24})=391$,$\varphi(m)$ 不是整数,此时方程(5)无解；

若 $p=19$,则 $171\varphi(m)=S(19^{24})=437$,$\varphi(m)$ 不是整数,此时方程(5)无解；

若 $p=23$,则 $253\varphi(m)=S(23^{24})=529$,$\varphi(m)$ 不是整数,此时方程(5)无解；

若 $p\geqslant 29$,由引理2,则 $48p= 2S(p^{24})= p(p-1)\varphi(m)$,即 $48= (p-1)\varphi(m)$,而不存在 $p$ 使得 $p\geqslant 29$ 和 $48= (p-1)\varphi(m)$ 同时成立,此时方程(5)无解.

情形3　当 $r=3$ 时,(7)式为 $2S(p^{36})=p^2(p-1)\varphi(m)$,(8)式为 $72\geqslant p(p-1)$,即 $p=2,3,5,7$.

若 $p=2$,则 $2\varphi(m)=S(2^{36})=40$,$\varphi(m)=20$,$m=25,33,44,50,66$,又因 $(m,p)=1$,则 $n=p^r m=200,264$,将其代入(6)式,经检验 $n=200,264$ 不满足(6)式,因此 $n=200,264$ 不是方程(5)的解；

若 $p=3$,则 $9\varphi(m)=S(3^{36})=78$,$\varphi(m)$ 不是整数,此时方程(5)无解；

若 $p=5$,则 $50\varphi(m)=S(5^{36})=150$,$\varphi(m)=3$,由引理3,此时方程(5)无解；

若 $p=7$,则 $147\varphi(m)=S(7^{36})=224$,$\varphi(m)$ 不是整数,此时方程(5)无解.

情形4　当 $r=4$ 时,(7)式为 $2S(p^{48})=p^3(p-1)\varphi(m)$,(8)式为 $96\geqslant p^2(p-1)$,即 $p=2,3$.

若 $p=2$,则 $4\varphi(m)=S(2^{48})=52$,$\varphi(m)=13$,由引理3,此时方程(5)无解；

若 $p=3$,则 $27\varphi(m)=S(3^{48})=99$,$\varphi(m)$ 不是整数,此时方程(5)无解.

情形5　当 $r=5$ 时,(7)式为 $2S(p^{60})=p^4(p-1)\varphi(m)$,(4)式为 $120\geqslant p^3(p-1)$,即 $p=2,3$.

若 $p=2$,则 $8\varphi(m)=S(2^{60})=64$,$\varphi(m)=8$,$m=15,16,20,24,30$,又 $(m,p)=1$,则 $n=p^r m=480$,将其代入(6)式,经检验 $n=480$ 满足(6)式,因此 $n=480$ 是方程(5)的解；

若 $p=3$,则 $81\varphi(m)=S(3^{60})=126$,$\varphi(m)$ 不是整数,此时方程(5)无解.

情形6　当 $r=6$ 时,(7)式为 $2S(p^{72})=p^5(p-1)\varphi(m)$,(8)式为 $144\geqslant p^4(p-1)$,即 $p=2$.

若 $p=2$,则 $16\varphi(m)=S(2^{72})=76$,$\varphi(m)$ 不是整数,此时方程(5)无解.

情形7　当 $r=7$ 时,(7)式为 $2S(p^{84})=p^6(p-1)\varphi(m)$,(8)式为 $168\geqslant p^5(p-1)$,即 $p=2$.

若 $p=2$,则 $32\varphi(m)=S(2^{84})=88$,$\varphi(m)$ 不是整数,此时方程(5)无解.

情形 8　当 $r=8$ 时，(7) 式为 $2S(p^{96})=p^7(p-1)\varphi(m)$，(8) 式为 $192\geqslant p^6(p-1)$，即 $p=2$. 若 $p=2$，则 $64\varphi(m)=S(2^{96})=100$，$\varphi(m)$ 不是整数，此时方程(5) 无解.

情形 9　当 $r=9$ 时，(7) 式为 $2S(p^{108})=p^8(p-1)\varphi(m)$，(8) 式为 $216\geqslant p^7(p-1)$，即 $p=2$. 若 $p=2$，则 $128\varphi(m)=S(2^{108})=112$，$\varphi(m)$ 不是整数，此时方程(5) 无解.

情形 10　当 $r\geqslant 10$ 时，$2^{r-2}>24r$，显然 $24pr\geqslant p^{r-1}(p-1)$ 不成立，此时方程(5) 无解.

综上所述，可得 Smarandache LCM 函数的数论函数方程 $S(SL(n^{12}))=\varphi_2(n)$ 的正整数解为：$n=275$，550,480.

**参考文献：**

[1] SMARANDACHE F. Only Problems，Not Solutions [M]. Chicago：Xiquan Publishing House，1992.

[2] 潘承洞，潘承彪. 初等数论 [M]. 北京：北京大学出版社，1992.

[3] MA J P. An Equation Involving the Smarandache Function [J]. Journal of Scientia Magna，2005，1(2) ：89－90.

[4] 赵艳琳. 有关 Smarandache 函数的方程和一类重要序列性质的研究 [D]. 西安：西北大学，2010.

[5] 范盼红. 关于 F. Smarandache 函数和欧拉函数的三个方程 [J]. 黑龙江大学自然科学学报，2012，29(5)：626－628.

[6] 唐　刚. 关于 Smarandache 函数和 Euler 函数的方程 $S(n^{11})=\varphi(n)$ 的解 [J]. 阿坝师范高等专科学校学报，2014，31(2)：119－121.

[7] 陈　斌. 一类 Smarandache 方程的可解性问题 [J]. 数学杂志，2013，33(5)：923－928.

[8] 赵院娥，马彩艳，祁　兰. 一类包含 Smarandache 函数方程 $\varphi(n)=S(n^{10})$ [J]. 延安大学学报(自然科学版)，2012，31(2)：3－7.

[9] 张利霞，赵西卿，郭　瑞，等. 关于数论函数方程 $S(SL(n))=\varphi(n)$ 的可解性 [J]. 纯粹数学与应用数学，2015，31(5)：533－536.

[10] 张利霞，赵西卿，郭　瑞. 关于数论函数方程 $S(SL(n))=\varphi_2(n)$ 的可解性 [J]. 江汉大学学报(自然科学版)，2016，44(1)：18－21.

[11] 白继文，赵西卿. 关于数论函数方程 $S(SL(n^2))=\varphi(n)$ 的解 [J]. 云南师范大学学报(自然科学版)，2017，37(4)：31－33.

# On the Solvability of the Arithmetic Function Equation $S(SL(n^{11,12}))=\varphi_2(n)$ of Smarandache LCM Function

YUAN He-cai[1]，　WANG Xiao-feng[2]

*1. School of Mathematics and Statistics，North China University of Water Resource and Electric Power，Zhengzhou 450046，China；*

*2. Department of Math.，Henan Institute of Science and Technology，Xinxiang Henan 453003，China*

**Abstract**：In this paper we discuss the solvability of the arithmetic function equation $S(SL(n^{11}))=\varphi_2(n)$ and $S(SL(n^{12}))=\varphi_2(n)$ of the Smarandache LCM function，where $S(n)$ is a Smarandache function，$SL(n)$ is a Smarandache LCM function，and $\varphi_2(n)$ is a generalized Euler function. All positive integer solutions of the above two arithmetic function equations are obtained by using the elementary number theory method and the calculation technique.

**Key words**：generalized Euler function；Smarandache function；Smarandache LCM function；positive integer solution

责任编辑　廖　坤
崔玉洁