

DOI: 10.13718/j.cnki.xdzk.2018.12.002

# 丘陵山区多功能茶园管理机 变速箱齿轮寿命预测<sup>①</sup>

张延尊, 叶芙蓉, 罗书强

西南大学 工程技术学院, 重庆 400715

**摘要:** 为预测丘陵山区多功能茶园管理机变速箱齿轮的失效部位以及使用寿命, 采用 CAXA CAD 和 Solidworks 软件建立茶园管理机变速箱齿轮副三维有限元模型. 通过分析齿轮副在载荷作用下的力学特性, 得到齿轮的范·米塞斯(Von Mises)应力、位移及应变分布情况, 最大范·米塞斯应力约为 209.63 MPa, 小于材料的屈服极限, 齿轮根部不会发生断裂. 运用极大似然估计法建立齿轮的三参数 Weibull 分布函数和概率密度函数, 预测齿轮的失效概率和平均失效时间, 得到齿轮工作 1 000 h 失效概率为 98.04%, 平均失效时间约为 642 h. 运用 Simulation 疲劳分析模块对齿轮进行疲劳寿命分析, 仿真结果表明, 齿轮工作 700 h 左右完全失效. 该研究分别从齿轮失效概率和疲劳失效两个角度对其使用寿命进行预测, 并且得到相近的结果, 从而为茶园管理机变速箱的维护提供参考.

**关键词:** 茶园管理机; 齿轮; 有限元法; Weibull 函数; 疲劳分析

**中图分类号:** S224.4

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1673-9868(2018)12-0007-07

目前, 相较于已经基本实现茶园机械化管理的日本, 我国对于茶园管理机的研究仍然处于起步阶段. 2010 年农业部南京农机化所研制出了一款仅适用于平原地区的高地隙多功能茶园管理机, 但由于地形、经济等原因限制, 我国丘陵山区的茶园机械化几乎处于空白, 鲜有专门从事丘陵山区茶园管理机械的研究<sup>[1-2]</sup>. 随着劳动力成本的升高, 研制适用于丘陵山区的茶园管理机械已成为迫切需求.

变速箱作为茶园管理机传动系统的重要组成部分, 必须对其齿轮工作的可靠性和寿命进行分析. Weibull 函数是一种描述机械系统及其零部件寿命分布规律的函数, 大量的工程实践证明三参数 Weibull 函数能够提供精确的分析结果<sup>[3]</sup>. Solidworks simulation 功能强大, 组件繁多, 能够对机械零部件提供可靠的静力分析、疲劳分析等仿真分析<sup>[4]</sup>. Abdelouahab 等<sup>[5]</sup>运用三参数 Weibull 分布函数描述了直齿圆柱齿轮受固体颗粒磨损失效情况, 并通过实验验证了方法的可行性. 伍建军等<sup>[6]</sup>提出一种改进的三参数 Weibull 分布寿命预测新方法, 对矿冶零部件进行实验分析, 验证了 Weibull 函数对零件寿命预测的可行性. Ma<sup>[7]</sup>利用 weibull 分布函数描述了托盘车轴的寿命分布, 为托盘车的维护提供依据. 顿国强等<sup>[8]</sup>运用 Solidworks simulation 对斜抛式大豆免耕精播机的关键部件进行有限元分析, 为其疲劳寿命提供参考依据. 赵乃澳等<sup>[9]</sup>利用 Solidworks 对割胶机进行总体设计, 并用 Solidworks simulation 对整机关键零部件进行有限元分析, 为割胶机的设计和改进提供了方法和依据.

本文通过 CAXA CAD 和 Solidworks 软件建立变速箱齿轮副三维有限元模型, 并运用 Simulation 对其进行静力学分析. 通过极大似然估计法确定 Weibull 函数的形状参数、位置参数和尺度参数, 建立齿轮的三参数 Weibull 分布函数和概率密度函数. 通过分布函数描述齿轮的失效概率, 利用 Gamma 函数求得概

① 收稿日期: 2018-09-20

基金项目: 重庆市科学技术委员会项目(csts2016shmszx1085).

作者简介: 张延尊(1994-), 男, 硕士研究生, 主要从事农业机械化的研究.

通信作者: 罗书强, 副教授, 博士.

率密度函数的数学期望, 得到齿轮工作的平均寿命. 基于 Simulation 疲劳分析模块中所定义的材料 S-N 曲线以及静力学分析结果, 对齿轮进行疲劳寿命分析.

## 1 丘陵山区多功能茶园管理机及其变速箱

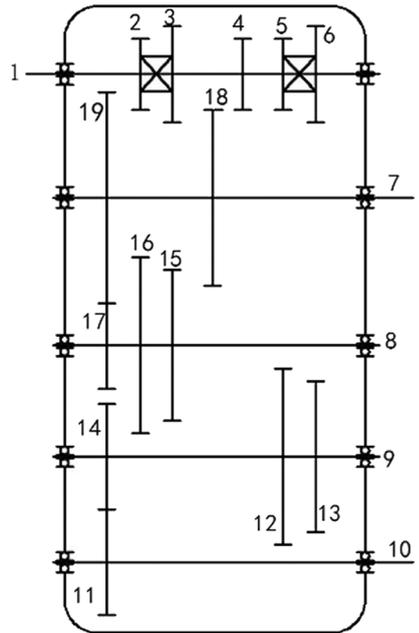
茶园管理机采用橡胶履带式行走底盘, 其变速箱可分别独立控制行驶档位和工作档位. 行走部分有 2 个前进挡, 1 个倒挡和空挡, 行驶速度 0.9~1.62 km/h, 最大爬坡角度为 25°. 工作部分有 2 个档位, 通过更换机具可对茶园进行耕整、开沟施肥作业. 茶园管理机最大耕作幅宽 55 cm, 耕深 8~12 cm, 开沟深度 15~20 cm, 最大生产率 891 m<sup>2</sup>/h.

发动机最大输出功率为 4 kw, 变速箱传动比范围为 1.5~6.58, 其齿轮传动机构如图 1.

对变速箱中各齿轮进行强度校核, 得出齿轮 2 的强度最低, 其所受弯曲应力、接触应力分别为 519.30 MPa, 1 460.19 MPa. 故对齿轮 2 进行强度分析, 表 1 为校核齿轮副的主要参数.

表 1 齿轮副主要参数

参数	齿轮 2	齿轮 16
材料	20CrMnTi	20CrMnTi
齿数 $z$	17	42
模数 $m/\text{mm}$	2.5	2.5
压力角 $\alpha/^\circ$	20	20
泊松比 $\mu$	0.28	0.28
弹性模量 $E/\text{Pa}$	$2.1 \times 10^{11}$	$2.1 \times 10^{11}$
密度 $\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	7 700	7 700



1. 动力输入轴; 2. 行驶慢档主动齿轮; 3. 行驶快档主动齿轮; 4. 倒档主动齿轮; 5. 工作慢档主动齿轮; 6. 工作快档主动齿轮; 7. 行驶输出轴; 8. 行驶中间轴; 9. 工作中间轴; 10. 工作输出轴; 11. 输出轴齿轮; 12. 工作慢档从动齿轮; 13. 工作快档从动齿轮; 14. 中间轴齿轮; 15. 行驶快档从动齿轮; 16. 行驶慢档从动齿轮; 17. 中间轴齿轮; 18. 倒档从动齿轮; 19. 输出轴齿轮

图 1 变速箱齿轮传动机构图

## 2 齿轮副受力的有限元分析

### 2.1 齿轮副受力的有限元模型

将建立的三维齿轮实体模型导入 Simulation 中. 根据表 1 设定材料属性, 进行网格划分, 选择划分的单元类型为二阶(高品质)四面体, 单元大小: 3.043 2 mm, 共生成 91 620 个单元, 139 256 个节点, 网络生成后的模型如图 2.

### 2.2 静力学分析

两齿轮啮合传动的瞬间, 从动齿轮可认为是固定的, 因此对从动齿轮(大齿轮)施加固定几何体约束, 主动齿轮施加固定铰链约束. 考虑齿轮因疲劳失效而承受的极限情况, 确定齿面的加载方式为扭矩  $T=165 \text{ N} \cdot \text{m}$ , 转速  $n=416.7 \text{ r/min}$ . 齿轮接触力学分析通常采用线接触模型, 但实际上齿轮承受载荷以后, 齿面由线接触变为面接触, 为了能更好地反映齿轮的啮合状态, 本文采用

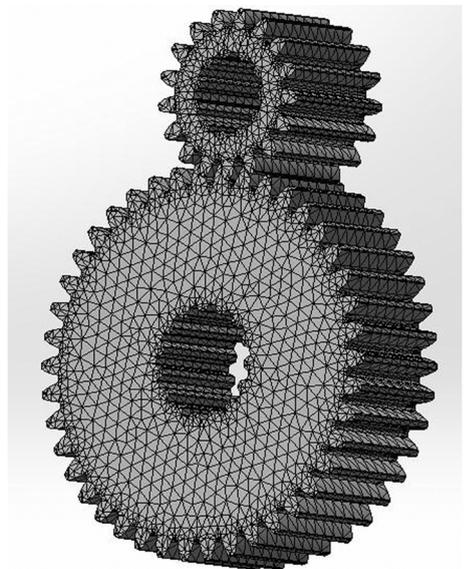
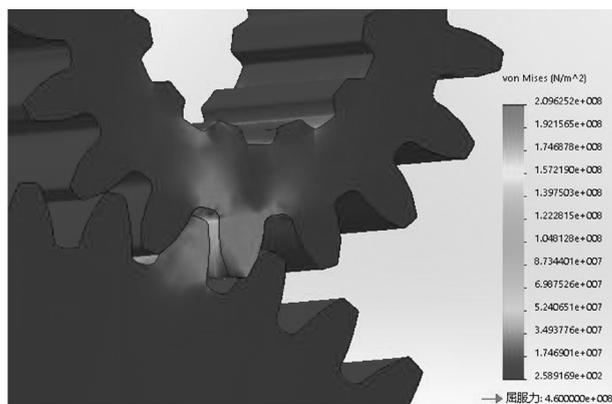
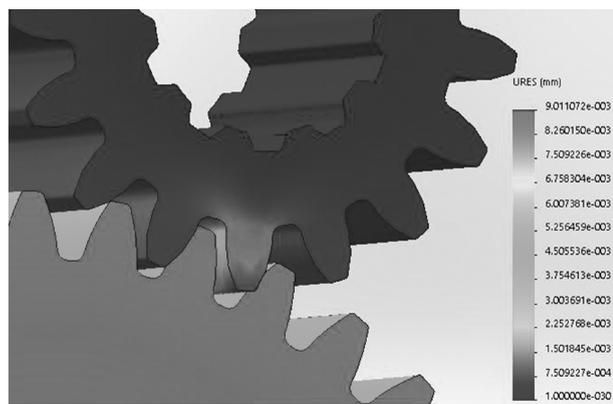


图 2 齿轮副有限元模型

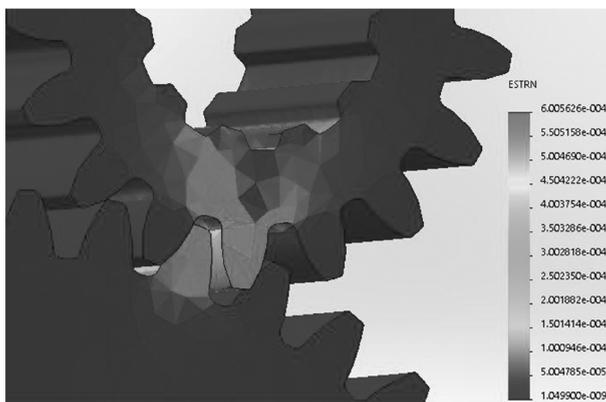
面-面有限元接触模型, 静力学分析结果如图 3.



(a) 范·米塞斯应力 (Von Mises)



(b) 位移 (URES)



(c) 应变 (ESTRN)

图 3 齿轮副静力分析

由图 3a 接触应力云图可以看出, 最大范·米塞斯应力发生在齿轮 2 的齿根部, 约为 209.63 MPa, 小于材料的屈服极限 460 MPa, 故齿轮根部不会发生断裂.

由图 3b 位移云图中齿轮位移分布状况可以看出, 距离齿轮中心越远, 其位移越大, 最大位移约为  $0.901 \times 10^{-2}$  mm. 在距离齿轮中心相同的位置, 受压侧与受拉侧位移基本相同. 齿轮的变形直接影响啮合传动效果, 因此对其进行变形分析尤为重要<sup>[10]</sup>. 此变形量可以为齿轮修形提供依据, 进一步优化齿轮性能.

由图 3c 应变云图可以看出, 最大应变发生在主动齿轮根部, 其应变值约为  $6.005 \times 10^{-4}$ . 此应变分析结果为下文 Simulation 疲劳分析提供了依据.

## 3 齿轮寿命预测

### 3.1 三参数 Weibull 函数的建立

本文为建立齿轮 2 的三参数 Weibull 函数, 采用极大似然估计法确定函数中的 3 个参数, 并且引用一种新的数值方法, 它将降阶法和二分法结合起来. 不需要赋予初值, 迭代简单快速, 样本数量小, 运算量不大, 便于工程应用<sup>[11]</sup>.

用  $N$  表示齿轮随机失效的寿命取值, 则关于  $N$  的概率密度函数和分布函数分别为<sup>[12]</sup>

$$f(N) = \frac{b}{N_a - N_0} \left[ \frac{N - N_0}{N_a - N_0} \right]^{b-1} e^{-\left[ \frac{N - N_0}{N_a - N_0} \right]^b} \quad (1)$$

$$F(N) = 1 - e^{-\left[ \frac{N - N_0}{N_a - N_0} \right]^b} \quad (2)$$

式中,  $b$ ,  $N_0$ ,  $N_a$  分别为齿轮的形状参数、位置参数和尺度参数.

$$y = \sum_{i=1}^n (N_i - N_a)^{b-1} - \frac{b-1}{nb} \sum_{i=1}^n (N_i - N_a)^b \sum_{i=1}^n \frac{1}{N_i - N_a} \quad (3)$$

式(3)是关于尺度参数  $N_a$  的一元非线性函数, 用二分法求出区间  $N_a \in (0, \min(N_i))$  的零点, 即可得尺度参数  $N_a$  的值.

$$N_0 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (N_i - x)^b}{nb}} \quad (4)$$

式(4)为位置参数  $N_0$  的解析式.

将式(3)、式(4)中的  $N_a$ ,  $N_0$  看作  $b$  的函数  $N_a = N_a(b)$ ,  $N_0 = N_0(b)$ , 此时, 形状参数  $b$  的一元非线性函数形式为

$$y = f(b) = \frac{n}{b} + \sum_{i=1}^n \ln \frac{N_i - N_a(b)}{N_0(b)} - \sum_{i=1}^n \left[ \frac{N_i - N_a(b)}{N_0(b)} \right]^t \ln \frac{N_i - N_a(b)}{N_0(b)} \quad (5)$$

再次通过二分法即可求出式(5)的零点, 即形状参数  $b$ , 从而确定 3 个参数的极大似然估计值.

取齿轮 2 在 7 个相同应力水平下的疲劳寿命分别为

$$1.443 \times 10^7, 1.677 \times 10^7, 1.938 \times 10^7, 2.179 \times 10^7, 2.413 \times 10^7, 2.653 \times 10^7, 2.890 \times 10^7$$

1) 设定形状参数  $b$  的取值区间  $(b_1, b_2)$ . 当  $1 < b < 4$ , 暗示损耗失效, 此时可怀疑存在下列机械失效: 大多数轴承、疲劳、腐蚀侵蚀失效<sup>[13]</sup>. 故本文将齿轮 2 形状参数的取值区间设为  $(1, 4)$ .

2) 通过二分法计算函数(3)的零点, 分别得到形状参数  $b_1, b_2$  对应的尺度参数  $N_{a1}, N_{a2}$ , 将  $b_1, b_2$  带入式(4)位置参数  $N_0$  关于形状参数  $b$  的解析式, 求得对应的位置参数  $N_{01}, N_{02}$ . 将形状参数  $b$  和位置参数  $N_0$  带入式(5), 求得  $y_1, y_2$ .

3) 选取  $b_3 = \frac{b_1 + b_2}{2}$ , 同样计算其对应的尺度参数  $N_a$  和位置参数  $N_0$ , 以及式(5)的函数值, 并记为  $y_3$ , 若  $y_3$  已经达到理想目标则终止计算.

4) 若  $y_1 \cdot y_3 < 0$ , 则  $b_1 \leftarrow b_2, b_2 \leftarrow b_3$ ; 若  $y_1 \cdot y_3 > 0$ , 则  $b_1 \leftarrow b_3, b_2 \leftarrow b_2$ , 并转到步骤 2.

根据以上步骤所述经过 7 次循环得到了最终的参数估计结果如表 2.

表 2 参数估计结果

次数	$b$	$N_a/10^7$	$N_0/10^7$	$y_3$
1	2.050	1.221	0.748	-4.038
2	1.575	1.354	0.732	-0.978
3	1.338	1.399	0.760	2.516
4	1.457	1.377	0.744	-0.377
5	1.398	1.388	0.751	-0.133
6	1.368	1.396	0.754	-0.082
7	1.353	1.397	0.758	0.391

由表 2 数据可得, 参数估计的最优解出现在第 6 次循环, 从而确定三参数 weibull 分布函数中的 3 个参数值分别为形状参数  $b = 1.368$ , 尺度参数  $N_a = 1.396 \times 10^7$ , 位置参数  $N_0 = 0.754 \times 10^7$ .

应力循环公式

$$N = 60nJL_h$$

式中,  $n$  为齿轮的转速  $r/\min$ ;  $J$  为齿轮每转 1 圈时, 同一齿面啮合的次数;  $L_h$  为齿轮的工作寿命  $h$ .

由式(2)以及参数估计结果, 确定齿轮 2 的三参数 Weibull 分布函数为

$$F(N) = 1 - e^{-\left[\frac{N-0.754}{0.642}\right]^{1.368}}$$

由分布函数得到 400~1 000 h 间齿轮 2 失效概率的计算结果如表 3.

表 3 齿轮 2 应力循环次数及失效概率

	工作时间/h						
	400	500	600	700	800	900	1 000
次数/ $10^7$	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5
概率/%	23.60	50.47	70.71	83.85	91.60	95.85	98.04

利用图表分析的结果可描绘出失效概率分布函数曲线如图 4。

从失效概率曲线的变化趋势可以得出, 工作 400~1 000 h, 齿轮 2 的失效概率从 23.60% 增长到 98.04%, 说明对于一批齿轮 2 产品, 使用 1 000 h 后几乎全部失效。

由式(1)以及参数估计结果, 确定齿轮 2 三参数 Weibull 失效概率密度函数为

$$f(N) = \frac{1.368}{0.642 \times 10^7} \left[ \frac{N - 0.754 \times 10^7}{0.642 \times 10^7} \right]^{0.368} e^{-\left[ \frac{N - 0.754 \times 10^7}{0.642 \times 10^7} \right]^{1.368}}$$

通过描点法得到齿轮 2 的失效概率密度函数曲线如图 5。

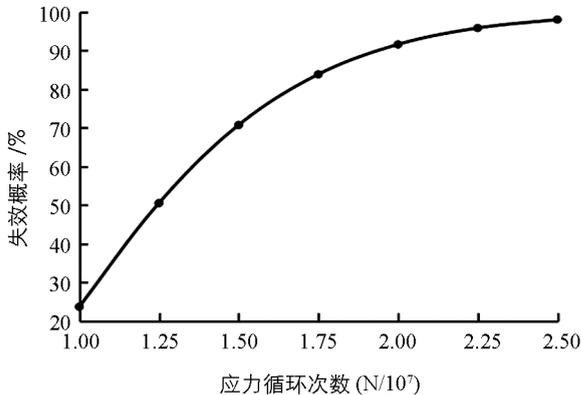


图 4 齿轮 2 失效概率分布函数曲线

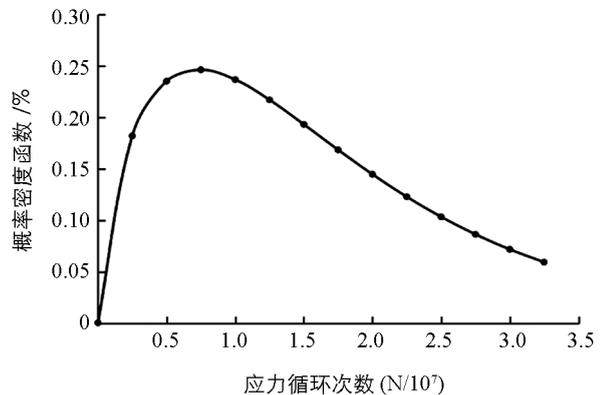


图 5 齿轮 2 失效概率密度函数曲线

从失效概率密度曲线可以看出, 齿轮 2 的失效情况呈正态分布, 概率密度函数的数学期望即为齿轮 2 的平均失效时间。

三参数 Weibull 概率密度函数的数学期望

$$E(N) = \lambda \Gamma \left( 1 + \frac{1}{b} \right)$$

其中

$$\lambda = N_a - N_0$$

$\Gamma$  为 Gamma 函数<sup>[14]</sup>, 故得数学期望

$$E(N) = 0.642 \times 10^7 \int_0^{+\infty} N^{0.731} e^{-N} dN$$

求得  $E = 1.61 \times 10^7$ , 约为 642 h. 即齿轮 2 的平均寿命约为 642 h.

### 3.2 Simulation 疲劳仿真分析

Simulation 是根据材料的疲劳寿命(S-N)曲线以及静力学分析结果对零件进行疲劳寿命分析. 根据变速箱的实际运行状况设置仿真参数, 负载类型为  $LR=0$ ; 相关的事件为已经分析过的静态分析; 定义计算交替应力手段为对等应力(Von Mises); 平均应力纠正采用 Gerber 方法<sup>[15]</sup>, 仿真结果如图 6.

由图 6a 和图 6b 可以看出, 齿轮 2 工作 400 h 时的损坏百分比为 25.81%, 700 h 的损坏百分比为 98.09%. 齿轮 2 工作 400~700 h 损坏百分比如表 4.

表 4 工作 400~700 h 齿轮 2 损坏百分比

	工作时间/h						
	400	450	500	550	600	650	700
次数/ $10^7$	1.000	1.125	1.250	1.375	1.500	1.625	1.750
损坏百分比/%	25.81	30.47	36.71	45.37	58.10	73.85	98.09

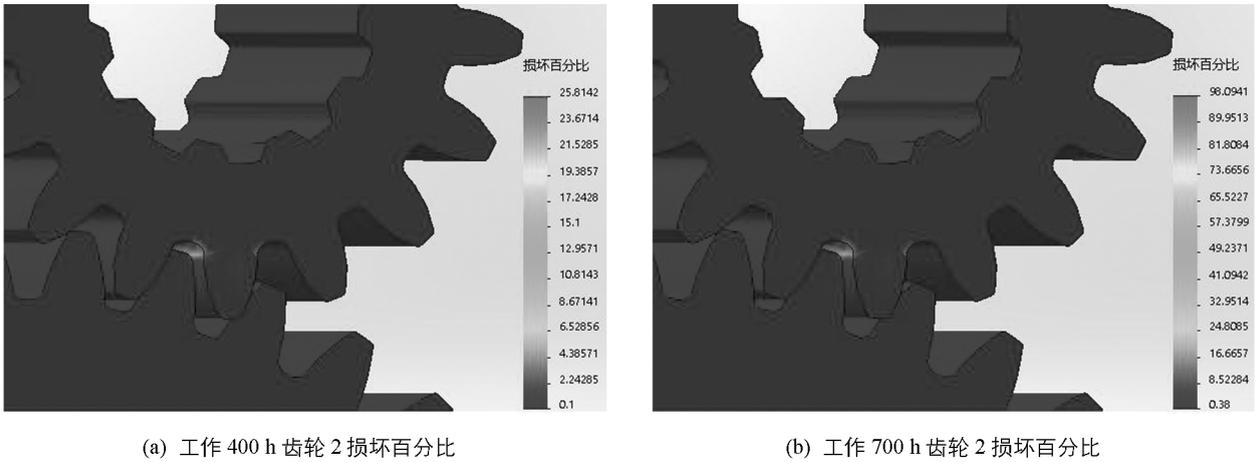


图 6 齿轮 2 损坏百分比

利用表 4 的数据可描绘出齿轮 2 的损坏百分比曲线, 如图 7.

从齿轮 2 的损坏百分比变化趋势可以得出, 经过约  $1.75 \times 10^7$  次应力循环, 齿轮 2 完全损坏, 即其工作寿命约为 700 h, 且工作 650 h 后齿轮 2 的损坏速率急剧上升. 同时验证了齿轮的使用寿命主要集中在疲劳裂纹萌生期, 符合金属材料的裂纹萌生与扩展机理<sup>[16]</sup>.

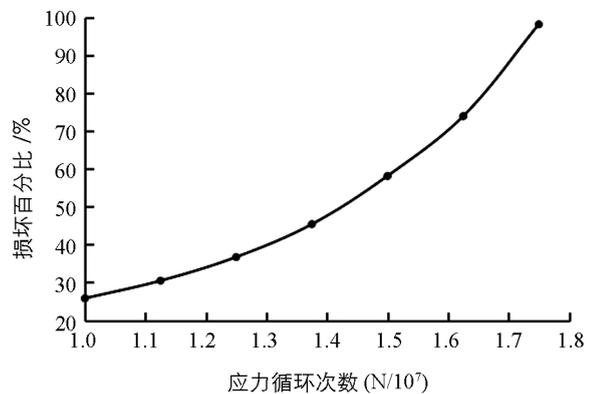


图 7 齿轮 2 损坏百分比曲线

## 4 结 论

1) 运用 CAXA CAD 和 Solidworks 建立变速箱

齿轮副有限元模型并进行静力学分析, 得到范·米塞斯应力、位移及应变分布云图. 最大范·米塞斯应力约为 209.63 MP, 小于材料的屈服极限, 因此齿轮根部不会发生断裂. 齿轮最大位移为  $0.901 \times 10^{-2}$  mm, 为齿轮的修行优化提供依据.

2) 从失效概率和疲劳失效两个角度对齿轮寿命进行预测. 利用极大似然估计法建立齿轮的三参数 Weibull 分布函数和概率密度函数, 得到齿轮工作 400~1 000 h 时, 失效概率从 23.60% 增加到 98.04%, 齿轮平均寿命约为 642 h. 运用 Simulation 对齿轮进行疲劳分析, 得到齿轮工作 400~700 h, 损坏百分比从 25.81% 增加到 98.09%, 且工作 650 h 后损坏速率急剧上升, 700 h 左右完全失效. 两种方法得到了相近的结果, 该研究可对茶园管理机变速箱的维护提供参考.

## 参考文献:

- [1] 肖宏儒, 韩 余, 宋志禹. 茶园机械化耕作技术 [J]. 中国茶叶, 2018, 40(1): 5-9.
- [2] 韩 余, 肖宏儒, 宋志禹, 等. 我国茶园机械化作业模式研究 [J]. 中国农业科技导报, 2016, 18(3): 74-81.
- [3] 郑 锐. 三参数威布尔分布参数估计及在可靠性分析中的应用 [J]. 振动与冲击, 2015, 34(5): 78-81.
- [4] 魏加兴, 农田友, 陆尚平. 基于 SolidWorks Simulation 的节能洗车装置结构应力仿真分析研究 [J]. 装备制造技术, 2017(10): 33-34.
- [5] ABDELOUAHAB B, MOHAMED R S. Effect of Solid Particles on Gear Tooth Failure [J]. Journal of Central South University, 2015, 22(5): 1667-1675.
- [6] 伍建军, 吴小明, 谢周伟, 等. 改进威布尔分布的矿冶零部件可靠性寿命预测研究 [J]. 机械科学与技术, 2017, 36(3): 436-441.
- [7] MA N Y. A Case Study on the Fracture of Sinter Machine Pallet Axles [J]. Engineering Failure Analysis, 2014, 42: 345-352.

- [8] 顿国强, 陈海涛, 纪文义. 基于 EDEM 及 SolidWorks Simulation 的清茬单体刀盘轴疲劳分析 [J]. 大豆科学, 2017, 36(5): 796–802.
- [9] 赵乃澳, 汝绍锋, 梁 栋, 等. 可独立操作半自动轨道式割胶机设计与分析 [J]. 西南大学学报(自然科学版), 2018, 40(8): 48–55.
- [10] 樊明龙, 顾亚文. 径向变形量系数对谐波齿轮传动啮合特性的影响 [J]. 机械传动, 2016, 40(2): 116–120.
- [11] 杨谋存, 聂 宏. 三参数 Weibull 分布参数的极大似然估计数值解法 [J]. 南京航空航天大学学报, 2007, 39(1): 22–25.
- [12] 李耀明, 田 进, 赵 湛, 等. 联合收割机行走底盘变速箱齿轮的疲劳分析 [J]. 农业工程学报, 2011, 27(4): 106–110, 394.
- [13] 孙淑霞. 基于三参数威布尔分布的齿轮可靠性设计研究 [D]. 沈阳: 东北大学, 2012.
- [14] 盛 骤, 谢式千, 潘承毅. 概率论与数理统计 [M]. 4 版. 北京: 高等教育出版社, 2008.
- [15] 陈超祥, 胡其登. Solidworks simulation(有限元分析)高级教程 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2011.
- [16] MBUYA T O, REED P A S. Micromechanisms of Short Fatigue Crack Growth in an Al-Si Piston Alloy [J]. Materials Science & Engineering A, 2014, 612: 302–309.

## Life Prediction of Gearbox Gear for Multifunctional Tea Garden Management Machine in Hilly and Mountainous Areas

ZHANG Yan-zun, YE Fu-rong, LOU Shu-qiang

*School of Engineering and Technology, Southwest University, Chongqing 400715, China*

**Abstract:** In order to predict the failure location and service life of the gearbox gear of the multifunctional tea garden management machine in the hilly areas, a three-dimensional finite element model of the gearbox of the tea garden management machine gearbox was established, using CAXA CAD and Solidworks software. By analyzing the mechanical properties of the gear pair under load, the Von Mises stress, displacement and strain distribution of the gear were obtained. The maximum van Mises stress was less than the yield limit of the material, being about 209.63 MPa, and no breakage would occur at the root of the gear. The three-parameter Weibull distribution function and the probability density function of the gear were established with the maximum likelihood estimation method. Based on the prediction of the failure probability and the average failure time of the gear, the failure probability of the gear working 1000h was estimated to be 98.04%, and the average failure time about 642 h. The fatigue life analysis of the gear was carried out with the simulation fatigue analysis module, and simulation results showed that the gear would become completely ineffective after about 700 h. The study predicted the service life of the gear from the two aspects of gear failure probability and fatigue failure, and similar results were obtained, which was expected to provide useful reference for the maintenance of the tea garden management machine gearbox.

**Key words:** tea garden management machine; gear; finite element method; Weibull function; fatigue analysis