第 41 卷第 1 期 西南大学学报（自然科学版） 2019 年 1 月
Vol. 41 No. 1 Journal of Southwest University (Natural Science Edition) Jan. 2019

DOI：10.13718/j.cnki.xdzk.2019.01.011

基于线性和条件下的失真风险测度尾部渐近性质[①]

邹沛清， 陈守全

西南大学 数学与统计学院，重庆 400715

摘要：对随机权重的次序统计量线性和条件下的失真风险测度尾部进行了讨论，并得到了相应的一些渐近性质.

关 键 词：极值理论；失真风险测度；失真函数；极值吸引场；正则变换

中图分类号：O211.4 **文献标志码**：A **文章编号**：1673-9868(2019)01-0072-06

设$\{X_i; i \geqslant 1\}$为具有共同分布F的独立随机变量序列. 若存在常数$a_n > 0$，$b_n \in \mathbb{R}$使得

$$\lim_{n \to \infty} P(a_n(\max_{1 \leqslant i \leqslant n} X_i - b_n) \leqslant x) = G(x), \quad x \in \mathbb{R}$$

其中G为非退化分布函数，则称F属于G的吸引场，记为$F \in D(G)$. 由文献[1]或者文献[2]可知G有3种类型.

设$(\Omega, \mathscr{F}, \mathscr{P})$为概率空间，记$L_+(\mathscr{P})$为其中非负随机变量分布集合. 定义$H_g(X)$为随机变量$X$在失真函数$g$下的失真风险测度(文献[3]关于$H_g(X)$和$g(x)$给出了更为具体的定义)，

$$H_g(X) = \int_0^\infty g(1 - F_X(x))\mathrm{d}x = \int_0^\infty g(\overline{F}_X(x))\mathrm{d}x$$

其中$F_X \in L_+(\mathscr{P})$为随机变量X的分布函数.

记X_i，$i = 1, 2, \cdots, n$为非负随机变量序列，$X_{i:n}$，$i = 1, 2, \cdots, n$为对应的次序统计量，则$X_{1:n} \leqslant X_{2:n} \leqslant \cdots \leqslant X_{n:n}$. 本文目的为讨论当$\lim\limits_{t \to \infty} l(t) = x_0$(其中$x_0 = \sup\{x; F(x) < 1\}$为上端点)时，

$$H_g(\theta X_k \mid L(\boldsymbol{C}) > l(t)) = \int_0^\infty g(P(\theta X_k > w \mid L(\boldsymbol{C}) > l(t)))\mathrm{d}w, \quad 1 \leqslant k \leqslant n, \ 0 < \theta < 1$$

的渐近性质，其中：$L(\boldsymbol{C}) := \sum\limits_{i=1}^{n} C_i X_{n-i+1:n}$为次序统计量的线性和，$\boldsymbol{C} = (C_1, C_2, \cdots, C_n)$为常数向量，$0 < \theta \leqslant 1$. C_i为随机权重并且$C_1 > 0$. 记$\theta = C_i$，如果$X_k = X_{n-i+1:n}$. 文献[4]给出了权重和的渐近性质. 文献[5]得到了一致风险测度下的渐近性质. 文献[6]给出了研究求和尾部风险的渐近性质的方法. 文献[3]提供了在正则变换下失真风险测度的尾部性质.

1 预备知识

设$X_1, \cdots, X_n$为非负随机变量，其对应的分布函数为$F_1, \cdots, F_n$并且满足：

---

① 收稿日期：2017-12-22
基金项目：国家自然科学基金项目(11571283).
作者简介：邹沛清(1994-)，女，硕士研究生，主要从事极值分析的研究.
通信作者：陈守全，博士，副教授.

$$\lim_{t\to\infty}\frac{P(X_i > l(t))}{P(X_1 > l(t))}=\lambda_i \in [0,\infty) \qquad i=1,2,\cdots,n \tag{1}$$

其中当 $F_1 \in D(\Phi_\alpha)$ 或者 $F_1 \in D(\Lambda)$ 时，$l(t)=t$；当 $F_1 \in D(\Psi_\alpha)$ 时，$l(t)=x_0-t^{-1}$.

定义 lower Matuszewska 指标为

$$\alpha_F^* = \sup\left\{-\frac{\log \overline{F}^*(x)}{\log x};\ x>1\right\}\in[0,\infty]$$

其中

$$\overline{F}^*(x)=\limsup_{t\to\infty}\frac{\overline{F}(l(tx))}{\overline{F}(l(t))}$$

条件 1 1) 当 $s\to 0$ 时，失真函数 g 满足 $g(s)=O(s^\beta)$，记 $\Omega_g=\{\beta>0;\ g(s)=O(s^\beta)$，当 $s\in 0\}\neq\varnothing$.

2) 设 $X, Y\in L_+(\mathscr{P})$，对应分布函数为 F 和 G，当 $t\to\infty$ 时，满足 $\overline{F}(l(t))=O(\overline{G}(l(t)))$，极限

$$\lim_{t\to\infty}P(X>l(tx)\mid Y>l(t))=h(x)\in[0,1]$$

几乎处处存在，其中 $x>0$.

对任意 $a\geqslant 0$，记 $\Delta_a=\{x>a,\ h$ 在 x 处存在$\}$，则 Δ_0 为 h 的定义域. 显然，$(a,\infty)\backslash\Delta_a$ 的勒贝格测度为 0，因此 Δ_a 在 (a,∞) 中稠密. $h(x)$ 在 Δ_0 上非增.

引理 1 设条件 2 中 2) 成立.

1) 如果 $0<\alpha_F^*\leqslant\infty$，那么 $\lim\limits_{x\to\infty,\ x\in\Delta_0}h(x)=0$.

2) 当 $1\in\Delta_0$ 时，记

$$h(1)=\lim_{t\to\infty}\frac{\overline{F}(l(t))}{\overline{G}(l(t))}>0$$

若存在 $x_1\in\Delta_1$ 满足 $h(x_1)>0$，则当 $0\leqslant\alpha<\infty$ 时，有 $F(l(t))\in RV_{-\alpha}$，进一步对所有 $x\geqslant 1$，$h(x)=h(1)x^{-\alpha}$ 成立.

定理 1 设条件 1 成立. 如果 $\frac{1}{\beta^*}<\alpha_F^*\leqslant\infty$，其中 $\beta^*=\sup\{\Omega_g\}$，记 $l(t)=x_0-t^{-1}$，则

$$\lim_{t\to\infty}tH_g(X\mid Y>x_0-t^{-1})=\int_0^\infty\frac{1}{x^2}g(h(x))\mathrm{d}x$$

引理 1 和定理 1 的证明与文献[7]中的 引理 3.1 和定理 3.1 的证明类似.

现在开始讨论当 $t\to\infty$ 时，$H_g(\theta X_k\mid L(\boldsymbol{C})>l(t))$ 基于下面几个假定条件的渐近性.

条件 2 设 $F_1\in D(\Phi_\alpha)$，并且

$$\lim_{t\to\infty}\frac{P(X_i>t,\ X_j>t)}{P(X_1>t)}=0$$

$$\lim_{t\to\infty}\frac{P(\widetilde{C}X_i>t,\ \widetilde{C}X_j>t)}{P(X_1>t)}=0$$

其中 $\widetilde{C}=\max\limits_{2\leqslant i\leqslant n}\{C_i\}$.

条件 3 设 $F_1\in D(\Psi_\alpha)$，并且

$$\lim_{t\to\infty}\max_{1\leqslant i\neq j\leqslant n}\frac{P(C^*X_i>x_0-(tx)^{-1},\ C^*X_j>x_0-(tx)^{-1})}{P(C_1X_1>x_0-t^{-1})}=0,\ x>0$$

其中 $C^*:=\max\limits_{1\leqslant i\leqslant n}C_i$.

条件 4 设 $F_1\in D(\Lambda)$，并且

$$\lim_{t\to\infty}\max_{1\leqslant i\neq j\leqslant n}\frac{P(C^*X_i>a(t)x,\ C^*X_j>a(t)x)}{P(C_1X_1>t)}=0,\ x>0$$

$$\lim_{t\to\infty}\max_{1\leqslant i\neq j\leqslant n}\frac{P(C^*X_i>L_{ij}a(t),\ C^*X_j>L_{ij}a(t))}{P(C_1X_1>t)}=0,\ L_{ij}>0$$

因此由文献[4]中的定理 3.1 以及文献[8]中的定理 3.1 可知，当 $t\to\infty$ 时，有

$$P(L(\boldsymbol{C})>l(t))\sim P(C_1X_{n:n}>l(t))\sim\sum_{i=1}^{n}\lambda_iP(C_1X_1>l(t))\sim\sum_{i=1}^{n}P(C_1X_i>l(t))\tag{2}$$

引理 2　1）设条件 2 和公式(1) 成立，则

$$\lim_{t\to\infty}P(\theta X_k>tx\mid L(\boldsymbol{C})>t)=\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1}I_{\{0<x\leqslant\frac{\theta}{C_1}\}}+\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1}\left(\frac{\theta}{C_1}\right)^{\alpha}x^{-\alpha}I_{\{x>\frac{\theta}{C_1}\}}$$

2）设条件 3 和公式(1) 成立，则

$$\lim_{t\to\infty}P(\theta X_k>x_0-(tx)^{-1}\mid L(\boldsymbol{C})>x_0-(t)^{-1})=\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1}I_{\{0<x\leqslant\frac{\theta}{C_1}\}}+0\cdot I_{\{x>\frac{\theta}{C_1}\}}$$

3）设条件 4 和公式(1) 成立，则

$$\lim_{t\to\infty}P(\theta X_k>tx\mid L(\boldsymbol{C})>t)=\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1}I_{\{0<x\leqslant\frac{\theta}{C_1}\}}+0\cdot I_{\{x>\frac{\theta}{C_1}\}}$$

证　对于 $0<x\leqslant\dfrac{\theta}{C_1}$ 时，存在 $t_0>0$ 充分大，当 $t>t_0$ 时，由公式(2) 可得

$$\begin{aligned}&P(\theta X_k>l(tx),\ L(\boldsymbol{C})>l(t))=P(L(\boldsymbol{C})>l(t))-P(\theta X_k\leqslant l(tx),\ L(\boldsymbol{C})>l(t))\leqslant\\&P(L(\boldsymbol{C})>l(t))-P(\theta X_k\leqslant l(tx),\ \bigcup_{i=1,\ i\neq k}^{n}\{C_1X_i>l(t)\})=\\&P(L(\boldsymbol{C})>l(t))-P(\bigcup_{i=1,\ i\neq k}^{n}\{C_1X_i>l(t)\})+P(\theta X_k>l(tx),\ \bigcup_{i=1,\ i\neq k}^{n}\{C_1X_i>l(t)\})\leqslant\\&P(L(\boldsymbol{C})>l(t))-\sum_{i=1,\ i\neq k}^{n}P(C_1X_i>l(t))+\\&\sum_{1\leqslant i<j\leqslant n,\ i\neq k\neq j}^{n}P(C_1X_i>l(t),\ C_1X_j>l(t))+\sum_{i=1,\ i\neq k}^{n}P(\theta X_k>l(t),\ C_1X_i>l(t))\end{aligned}\tag{3}$$

首先证明 1)．如果条件 2 和公式(1) 成立，则对于 $l(t)=t$ 当 $t\to\infty$ 时由(3) 式可得

$$\limsup_{t\to\infty}\frac{P(\theta X_k>tx,\ L(\boldsymbol{C})>t)}{P(X_1>t)}\leqslant C_1^{\alpha}(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i-\sum_{i=1,\ i\neq k}^{n}\lambda_i)+0+0=C_1^{\alpha}\lambda_k\tag{4}$$

显然，

$$\liminf_{t\to\infty}\frac{P(\theta X_k>tx,\ L(\boldsymbol{C})>t)}{P(X_1>t)}\geqslant\liminf_{t\to\infty}\frac{P(C_1X_k>t)}{P(X_1>t)}=C_1^{\alpha}\lambda_k\tag{5}$$

因此，联合式(1),(4) 和(5)，有

$$\lim_{t\to\infty}P(\theta X_k>tx\mid L(\boldsymbol{C})>t)=\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1}$$

另一方面，对于 $x>\dfrac{\theta}{C_1}$，因为 $\overline{F}_1(t)\in D(\Phi_\alpha)$ 有

$$\begin{aligned}&\lim_{t\to\infty}P(\theta X_k>tx\mid L(\boldsymbol{C})>t)=\\&\lim_{t\to\infty}\frac{P(\theta X_k>tx)}{P(L(\boldsymbol{C})>t)}=\\&\lim_{t\to\infty}\frac{P(\theta X_k>tx)}{P(\theta X_1>tx)}\frac{P(C_1X_1>t)}{P(L(\boldsymbol{C})>t)}\frac{P(\theta X_1>tx)}{P(C_1X_1>t)}=\\&\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1}\left(\frac{\theta}{C_1}\right)^{\alpha}x^{-\alpha}\end{aligned}$$

因此结论成立．2）和 3）的证明和 1）类似．

2　主要结论及其证明

定理2　1) 设条件2和公式(1)成立. 如果 $g(\cdot)$ 连续，且当 $s\to 0$ 时，$g(s)=O(s^{\beta})$，则当 $t\to\infty$ 时，

$$\lim_{t\to\infty} g(P(\theta X_k > tx \mid L(\boldsymbol{C}) > t)) = g(\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1}) I_{\left\{0<x\leqslant\frac{\theta}{C_1}\right\}} + g(\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1}\left(\frac{\theta}{C_1}\right)^{\alpha} x^{-\alpha}) I_{\left\{x>\frac{\theta}{C_1}\right\}}$$

关于 $x\in(0,\infty)$ 一致收敛.

2) 设条件3和公式(1)成立. 如果 $g(\cdot)$ 连续，且当 $s\to 0$ 时，$g(s)=O(s^{\beta})$，则当 $t\to\infty$ 时，

$$\lim_{t\to\infty} g(P(\theta X_k > x_0-(tx)^{-1} \mid L(\boldsymbol{C}) > x_0-(t)^{-1})) = g(\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1})$$

关于 $x\in\left(0,\dfrac{\theta}{C_1}\right]$ 一致收敛.

3) 设条件4和公式(1)成立. 如果 $g(\cdot)$ 连续，并且当 $s\to 0$ 时，$g(s)=O(s^{\beta})$，则当 $t\to\infty$ 时，

$$\lim_{t\to\infty} g(P(\theta X_k > tx \mid L(\boldsymbol{C}) > t)) = g(\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1})$$

关于 $x\in\left(0,\dfrac{\theta}{C_1}\right]$ 一致收敛.

证　先证明1). 因为 $g(\cdot)$ 在 $[0,1]$ 上连续，所以 $g(\cdot)$ 在 $[0,1]$ 上一致连续. 因此对任意的 $\varepsilon>0$，存在 $\delta>0$，使得对所有 $x, x^{*}\in[0,1]$，当 $|x-x^{*}|<\delta$ 时，有 $|g(x)-g(x^{*})|<\varepsilon$. 并且由引理2的一致收敛性可知，可选择 $\delta>0$，存在 $N>0$，当 $t>N$ 时：

$$|P(\theta X_k > tx \mid L(\boldsymbol{C}) > t) - \lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1}| < \frac{\delta}{2},\ x\in\left(0,\frac{\theta}{C_1}\right]$$

$$|P(\theta X_k > tx \mid L(\boldsymbol{C}) > t) - \lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1}\left(\frac{\theta}{C_1}\right)^{\alpha} x^{-\alpha}| < \frac{\delta}{2},\ x\in\left(\frac{\theta}{C_1},\infty\right)$$

因为 $P(\theta X_k > tx \mid L(\boldsymbol{C}) > t)\in[0,1]$ 且 $\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1}\in[0,1]$，当 $t>N$ 时，

$$|g(P(\theta X_k > tx \mid L(\boldsymbol{C}) > t)) - g(\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1})| I_{\left\{0<x\leqslant\frac{\theta}{C_1}\right\}} + |g(P(\theta X_k > tx \mid L(\boldsymbol{C}) > t)) - g(\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1}\left(\frac{\theta}{C_1}\right)^{\alpha} x^{-\alpha})| I_{\left\{x>\frac{\theta}{C_1}\right\}} < \varepsilon$$

因此一致性成立. 2) 和3) 的证明和1) 相似，证明省略.

定理3　1) 设条件2和公式(1)成立. 如果 $g(\cdot)$ 为任意一失真函数，并且当 $s\to 0$ 时，满足 $g(s)=O(s^{\beta})$，则当 $t\to\infty$ 时，

$$\lim_{t\to\infty}\int_0^{\infty} g(P(\theta X_k > tx \mid L(\boldsymbol{C}) > t))\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\theta}{C_1}} g(\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1})\mathrm{d}x + \int_{\frac{\theta}{C_1}}^{\infty} g(\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1}\left(\frac{\theta}{C_1}\right)^{\alpha} x^{-\alpha})\mathrm{d}x$$

2) 设条件3和公式(1)成立. 如果 $g(\cdot)$ 为任意一失真函数，并且当 $s\to 0$ 时，满足 $g(s)=O(s^{\beta})$，则对于 $0<x\leqslant\dfrac{\theta}{C_1}$，当 $t\to\infty$ 时，

$$\lim_{t\to\infty}\int_0^{\frac{\theta}{C_1}} g(P(\theta X_k > l(tx) \mid L(\boldsymbol{C}) > l(t)))\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\theta}{C_1}} g(\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1})\mathrm{d}x$$

3）设条件 4 和公式(1) 成立．如果 $g(\cdot)$ 为任意一失真函数，并且当 $s \to 0$ 时，满足 $g(s)=O(s^{\beta})$，则对于 $0 < x \leqslant \frac{\theta}{C_1}$，当 $t \to \infty$ 时，

$$\lim_{t\to\infty}\int_0^{\frac{\theta}{C_1}} g(P(\theta X_k > tx \mid L(\boldsymbol{C}) > t))\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\theta}{C_1}} g(\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1})\mathrm{d}x$$

证　先证明 1)．显然地，

$$\int_0^{\frac{\theta}{C_1}} g(\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1})\mathrm{d}x + \int_{\frac{\theta}{C_1}}^{\infty} g(\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1}\left(\frac{\theta}{C_1}\right)^{\alpha} x^{-\alpha})\mathrm{d}x < \infty$$

因为 $g(\cdot)$ 为非增函数且有界，则 $g(\cdot)$ 的不连续点的集合是至多可数的且其勒贝格测度为零．也就是说

$$\lim_{t\to\infty} g(P(\theta X_k > tx \mid L(\boldsymbol{C}) > t)) = g(\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1}) I_{\left\{0<x\leqslant\frac{\theta}{C_1}\right\}} + g(\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1}\left(\frac{\theta}{C_1}\right)^{\alpha} x^{-\alpha}) I_{\left\{x>\frac{\theta}{C_1}\right\}} \tag{6}$$

在 $x \in (0, \infty)$ 上几乎处处收敛．

由第三 littlewood 原理，存在集合 $A \subseteq (0, \infty)$，使得 $\mu(A)=\int_A \mathrm{d}x \leqslant \frac{\varepsilon}{4}$，其中 $\mu(\cdot)$ 为勒贝格测度．又因为公式(6) 在$(0, \infty)\backslash A$ 上一致收敛，即存在一个 $N > 0$，使得当 $t > N$ 时：

$$\left| g(P(\theta X_k > tx \mid L(\boldsymbol{C}) > t)) - g(\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1}) \right| < \frac{\varepsilon C_1}{4\theta},\ x \in \left(0, \frac{\theta}{C_1}\right]\backslash A$$

$$\left| g(P(\theta X_k > tx \mid L(\boldsymbol{C}) > t)) - g(\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1}\left(\frac{\theta}{C_1}\right)^{\alpha} x^{-\alpha}) \right| < \frac{\varepsilon}{M},\ x \in \left(\frac{\theta}{C_1}, \infty\right)\backslash A$$

其中 M 充分大使得

$$\int_{\frac{\theta}{C_1}}^{\infty} \frac{\varepsilon}{M} \leqslant \frac{\varepsilon}{4}$$

因为 $g(\cdot)$ 有界且小于 1，所以当 $t > N$ 时，

$$\begin{aligned}
&\left| \int_0^{\infty} g(P(\theta X_k > tx \mid L(\boldsymbol{C}) > t))\mathrm{d}x - \int_0^{\frac{\theta}{C_1}} g(\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1})\mathrm{d}x - \right.\\
&\left.\int_{\frac{\theta}{C_1}}^{\infty} g(\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1}\left(\frac{\theta}{C_1}\right)^{\alpha} x^{-\alpha})\mathrm{d}x \right| \leqslant\\
&\int_{A\cap\left(0, \frac{\theta}{C_1}\right]} \left| g(P(\theta X_k > tx \mid L(\boldsymbol{C}) > t)) - g(\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1}) \right| \mathrm{d}x +\\
&\int_{A\cap\left(\frac{\theta}{C_1}, \infty\right)} \left| g(P(\theta X_k > tx \mid L(\boldsymbol{C}) > t)) - g(\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1}\left(\frac{\theta}{C_1}\right)^{\alpha} x^{-\alpha}) \right| \mathrm{d}x +\\
&\int_{\left(0, \frac{\theta}{C_1}\right]\backslash A} \left| g(P(\theta X_k > tx \mid L(\boldsymbol{C}) > t)) - g(\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1}) \right| \mathrm{d}x +\\
&\int_{\left(\frac{\theta}{C_1}, \infty\right)\backslash A} \left| g(P(\theta X_k > tx \mid L(\boldsymbol{C}) > t)) - g(C_1^{\alpha}\lambda_k(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i)^{-1}\left(\frac{\theta}{C_1}\right)^{\alpha} x^{-\alpha}) \right| \mathrm{d}x \leqslant\\
&2\int_A \mathrm{d}x + \frac{\varepsilon}{4} + \frac{\varepsilon}{4} = \varepsilon
\end{aligned}$$

因此结论得证．2）和 3）的证明和 1）相似，省略．

参考文献：

[1] LEADBETTER M R，LINDGREN G，ROOTZEN H. Extremes and Related Properties of Random Sequences and Processes [M]. New York：Springer New York，1983.

[2] RESNICK S I. Extreme Values，Regular Variation，and Point Processes [M]. New York：Springer New York，1987.

[3] ZHU L，LI H. Tail Distortion Risk and Its Asymptotic Analysis [J]. Insurance：Mathematics and Economics，2012，51(1)：115－121.

[4] ASIMITAV，HASHORVAE，KORYSCHAK D. Asymptotic Tail Probability of Randomly Weighted Large Risks [EB/OL]. (2014－05－03) [2017－06－20]. http：//cn. arxiv. org/pdf/1405. 0593v1.

[5] ASIMIT A V，LI J. Extremes for Coherent Risk Measures [J]. Insurance：Mathematics and Economics，2016，71：332－341.

[6] MITRA A，RESNICK S I. Aggregation of Rapidly Varying Risks and Asymptotic Independence [J]. Advances in Applied Probability，2009，41(3)：797－828.

[7] ASIMIT A V，FURMAN E，TANG Q，et al. Asymptotics for Risk Capital Allocations Based on Conditional Tail Expectation [J]. Insurance：Mathematics and Economics，2011，49(3)：310－324.

[8] HASHORVAE，LI J Z. Tail Behaviour of Weighted Sums of Order Statistics of Dependent Risks [J]. Communications in Statistics StochasticModels，2014，31(1)：1－19.

Asymptotic Tail Probabilities of Distortion Risk Measurement Based on Linear Combinations of Order Statistics

ZOU Pei-qing， CHEN Shou-quan

School of Mathematics and Statistics，Southwest University，Chongqing 400715，China

Abstract：In this note，we investigate the tail distortion risk for linear combinations of randomly weighted order statistics，and obtain the asymptotic properties.

Key words：extreme value theory；distortion risk measurement；distortion function；max-domain of attraction；regular variation

责任编辑 张 枸