DOI：10.13718/j. cnki. xdzk. 2019. 05. 009

基于分块思想的 Pickands 型估计量①

胡　爽，　彭作祥

西南大学 数学与统计学院，重庆 400715

摘要：基于 Davydov 等提出的分块思想，构造一类新的 Pickands 型估计量，并证明其相合性和渐近正态性.

关　键　词：分块思想；Pickands 型估计量；相合性；渐近正态性

中图分类号：O211　　**文献标志码：A**　　**文章编号：**1673-9868(2019)05-0053-06

设 $\{X_n, n \geqslant 1\}$ 为独立同分布随机变量序列，分布函数为 $F(x)$，$X_{1,n} \leqslant X_{2,n} \leqslant \cdots \leqslant X_{n,n}$ 为其次序统计量. 若存在常数 $a_n > 0$，$b_n \in \mathbb{R}$ 使得 对于非退化分布函数 $G_\gamma(x)$，有

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\frac{X_{n,n} - b_n}{a_n} \leqslant x\right\} = G_\gamma(x) \tag{1}$$

其中：$G_\gamma(x) = \mathrm{e}^{-(1+\gamma x)^{-\frac{1}{\gamma}}}$，$1+\gamma x > 0$，$\gamma \in \mathbb{R}$($\gamma = 0$ 时，$G_\gamma(x) = \mathrm{e}^{-\mathrm{e}^{-x}}$). 此时称 F 属于极值吸引场 G_γ，即 $F \in D(G_\gamma)$，γ 被称为极值指数.

当分布 F 未知时，对极值指数 $\gamma \in \mathbb{R}$，文献[1] 提出如下的 Pickands 型估计量：

$$\hat{\gamma}_n^{P} := (\log 2)^{-1} \log \frac{X_{n-s_1+1,n} - X_{n-2s_1+1,n}}{X_{n-2s_1+1,n} - X_{n-4s_1+1,n}} \tag{2}$$

文献[2] 讨论了其相合性和渐近正态性，在此基础上文献[3-4] 对 Pickands 型估计量进行了推广.

Pickands 估计量使用了较少的样本信息，计算简便，且具有位置和尺度不变性. 文献[5] 提出块方法，将样本分为若干块，利用每块中最大的和次大的样本的比率构造估计量. 文献[6] 从理论和模拟两方面说明了该估计量的良好性质. 关于极值指数估计量及其应用的更多研究，见文献[7-10].

本文将使用块方法构造新的 Pickands 型估计量. 将样本 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 分成 k_n 块 $V_1, V_2, \cdots, V_{k_n}$，使得每一块包含 $m = m(n) = \left[\dfrac{n}{k_n}\right]$ 个样本($[x]$ 表示取整数部分)，即 $V_j = \{X_{(j-1)m+1}, \cdots, X_{jm}\}$，$1 \leqslant j \leqslant k_n$. 令 $X_{1,m}^{(j)} \leqslant X_{2,m}^{(j)} \leqslant \cdots \leqslant X_{m,m}^{(j)}$ 表示第 j 块 m 个样本的次序统计量，定义块 Pickands 型估计量为：

$$\hat{\gamma}_n^{Q} := (\log 2)^{-1} \frac{1}{k_n} \sum_{j=1}^{k_n} \log \frac{X_{m-s+1,m}^{(j)} - X_{m-2s+1,m}^{(j)}}{X_{m-2s+1,m}^{(j)} - X_{m-4s+1,m}^{(j)}}$$

① 收稿日期：2018-05-23

基金项目：国家自然科学基金项目(11701469)；重庆市自然科学基金项目(cstc2016jcyjA0510)；重庆市研究生科研创新项目(CYS18136).

作者简介：胡　爽(1995-)，女，硕士研究生，主要从事极值统计分析研究.

通信作者：彭作祥，教授.

其中 $m > s = s(n) \in \mathbb{N}_+$ 且满足 $n \to \infty$ 时，

$$m = m(n) = \left[\frac{n}{k_n}\right] \to \infty \qquad s \to \infty \qquad \frac{s}{m} \to 0 \tag{3}$$

在上述条件下，主要讨论 $k_n(n) \to \infty$ 和 $k_n(n) \equiv k$(常数)两种情况下 $\hat{\gamma}_n^{\varrho}$ 的相合性和渐近正态性.

1 相合性与渐近正态性

令 $U = \left(\frac{1}{1-F}\right)^{\leftarrow}$ 为 $\frac{1}{1-F}$ 的广义逆.(1)式成立当且仅当存在辅助函数 $a(t) > 0$ 使得

$$\lim_{t \to \infty} R(t, x) = D_\gamma(x) \qquad \gamma \in \mathbb{R} \tag{4}$$

对 $x > 0$ 局部一致成立，其中 $R(t, x) := \frac{U(tx) - U(t)}{a(t)}$，$D_\gamma(x) = \frac{x^\gamma - 1}{\gamma}$($\gamma = 0$ 时，$D_\gamma(x) = \log x$). 由文献[11]易知

$$\lim_{t \to \infty} \frac{U(tx) - U(t)}{U(ty) - U(t)} = \frac{D_\gamma(x)}{D_\gamma(y)} \tag{5}$$

对于 $x, y > 0$，$y \neq 1$ 局部一致成立.

$\{E_n, n \geqslant 1\}$ 是独立同分布序列，均服从标准指数分布. $\{Y_n, n \geqslant 1\}$ 是分布函数 $F(x) = 1 - \frac{1}{x}(x \geqslant 1)$ 的独立同分布序列. $E_{1,m}^{(j)} \leqslant E_{2,m}^{(j)} \leqslant \cdots \leqslant E_{m,m}^{(j)}$ 和 $Y_{1,m}^{(j)} \leqslant Y_{2,m}^{(j)} \leqslant \cdots \leqslant Y_{m,m}^{(j)}$ 分别是两组序列第 j 组样本的次序统计量. 易知对 $j = 1, 2, \cdots, k_n$，

$$\{X_{i,m}^{(j)}\}_{i=1}^{m} \overset{d}{=} \{U(\mathrm{e}^{E_{i,m}^{(j)}})\}_{i=1}^{m} \overset{d}{=} \{U(Y_{i,m}^{(j)})\}_{i=1}^{m} \tag{6}$$

对于 $k_n \to \infty$ 和 $k_n \equiv k$ 两种情况，$\hat{\gamma}_n^{\varrho}$ 具有相同的相合性性质：

定理 1(弱收敛性) 若(1)和(3)式成立，则 $\hat{\gamma}_n^{\varrho} \xrightarrow{P} \gamma\ (n \to \infty)$.

定理 2(强收敛性) 若(1)和(3)式成立，且 $\frac{s}{\log \log m} \to \infty$，则 $\hat{\gamma}_n^{\varrho} \xrightarrow{\text{a.s.}} \gamma\ (n \to \infty)$.

为进一步探究 $\hat{\gamma}_n^{\varrho}$ 的渐近分布，假设存在辅助函数 $A(t) \to 0\ (t \to \infty)$ 且无限远处恒正或恒负，使得当 $t \to \infty$ 时，

$$\lim_{t \to \infty} \frac{R(t, x) - D_\gamma(x)}{A(t)} = \boldsymbol{\Psi}_{\gamma,\rho}(x) \qquad \rho \leqslant 0 \qquad \gamma \in \mathbb{R} \tag{7}$$

对于 $x > 0$ 局部一致成立，其中

$$\boldsymbol{\Psi}_{\gamma,\rho}(x) = \begin{cases} \dfrac{x^{\gamma+\rho} - 1}{\gamma + \rho} & \gamma + \rho \neq 0,\ \rho < 0 \\ \log x & \gamma + \rho = 0,\ \rho < 0 \\ \dfrac{1}{\gamma} x^\gamma \log x & \rho = 0 \neq \gamma \\ \dfrac{1}{2}(\log x)^2 & \rho = 0 = \gamma \end{cases}$$

即 U 是二阶正规变换函数. 由文献[12]推论 2.3.6 和注记 B.3.8 可知，对于任意 $\varepsilon, \delta > 0$，存在 $t_0 = t_0(\varepsilon, \delta)$ 使得当 $tx \geqslant t_0$ 时，

$$\left| \frac{R(t, x) - D_\gamma(x)}{A(t)} - \boldsymbol{\Psi}_{\gamma,\rho}(x) \right| \leqslant \varepsilon\, x^{\gamma+\rho} \max(x^\delta, x^{-\delta}) \tag{8}$$

定理 3　假设(3)和(7)式成立. 若 $n \to \infty$ 时，$k_n \to \infty$，$\dfrac{k_n}{s(n)} \to 0$，$\sqrt{k_n s}A\left(\dfrac{n}{2sk_n}\right) \to \lambda_1 \in \mathbb{R}$，则 $\sqrt{k_n s}\,(\hat{\gamma}_n^{Q} - \gamma) \xrightarrow{d} N(\mu\lambda_1, \sigma^2)$，其中

$$\sigma^2 = \frac{\gamma^2(2^{2\gamma+1}+1)}{\{2(2^\gamma - 1)\log 2\}^2}$$

$$\mu = \begin{cases} \dfrac{-\rho}{\log 2}\ \dfrac{1-2^{-\rho}}{-\rho}\ \dfrac{\gamma}{2^\gamma - 1}\ \dfrac{2^{\gamma+\rho}-1}{\gamma+\rho} & \rho < 0 \\ 1 & \rho = 0 \end{cases}$$

定理 4　假设(3)与(7)式成立. 若 $k_n \equiv k < \infty$ 且 $\sqrt{s}A\left(\dfrac{n}{2ks}\right) \to \lambda_2 \in \mathbb{R}$，则 $\sqrt{s}\,(\hat{\gamma}_n^{Q} - \gamma) \xrightarrow{d} N\left(\mu\lambda_2, \dfrac{\sigma^2}{k}\right)$. 其中 μ 和 σ^2 同定理 3.

注 1　若 $k_n = 1$，此时 $\hat{\gamma}_n^{Q}$ 就是 Pickands 估计量(2)式，进一步在定理 4 中令 $\lambda_2 = 0$，可得到与文献[2]相同的渐近性质.

2　定理的证明

定理 1 的证明　设(1)和(3)式成立，对于 $j = 1, 2, \cdots, k_n$，$\dfrac{Y^{(j)}_{m-s+1,m}}{Y^{(j)}_{m-2s+1,m}} \overset{d}{=} \mathrm{e}^{(E^{(j)}_{m-s+1,m} - E^{(j)}_{m-2s+1,m})} \overset{d}{=} Y^{(j)}_{s,\,2s-1} \xrightarrow{P} 2$ 成立(见文献[2]之推论 2.1)且 $E\mid Y^{(j)}_{s,\,2s-1}\mid < \infty$，由(5)和(6)式知，$n \to \infty$ 时

$$\hat{\gamma}_n^{Q} \overset{d}{=} \frac{1}{\log 2}\frac{1}{k_n}\sum_{j=1}^{k_n}\log\frac{U(Y^{(j)}_{m-s+1,m}) - U(Y^{(j)}_{m-2s+1,m})}{U(Y^{(j)}_{m-2s+1,m}) - U(Y^{(j)}_{m-4s+1,m})} =$$

$$\frac{1}{\log 2}\frac{1}{k_n}\sum_{j=1}^{k_n}\log\frac{(Y^{(j)}_{s,\,2s-1})^{\gamma} - 1}{1 - (Y^{(j)}_{2s,\,4s-1})^{-\gamma}}(1 + o_p(1)) \xrightarrow{P} \gamma$$

定理证毕.

定理 2 的证明　若 s 满足定理 2 的条件，则

$$E_{m-s+1,m} + \log\frac{s(n)}{m(n)} \to 0 \text{ a. s.}$$

相似于定理 1 的证明，定理 2 得证.

定理 3 的证明　若(3)和(7)式成立，定义

$$\varepsilon(t, x) := \frac{R(t, x) - D_\gamma(x)}{A(t)} - \Psi_{\gamma,\rho}(x)$$

当 $n \to \infty$ 时，由文献[2]的定理 2.1 知，

$$\frac{X_{m-s+1,m} - X_{m-2s+1,m}}{X_{m-2s+1,m} - X_{m-4s+1,m}} \xrightarrow{P} 2^\gamma$$

由于(4)式局部一致成立，利用泰勒展式、(6)式和 Smirnov 引理[12]，有

$$\sqrt{k_n s}\,(\hat{\gamma}_n^{Q} - \gamma) = \frac{1}{2^\gamma \log 2}\sqrt{\frac{s}{k_n}}\sum_{j=1}^{k_n}\left(\frac{X^{(j)}_{m-s+1,m} - X^{(j)}_{m-2s+1,m}}{X^{(j)}_{m-2s+1,m} - X^{(j)}_{m-4s+1,m}} - 2^\gamma\right)(1 + o_p(1)) \overset{d}{=}$$

$$\frac{1}{2^\gamma \log 2}\sqrt{\frac{s}{k_n}}\sum_{j=1}^{k_n}\left[\frac{U(Y^{(j)}_{m-s+1,m}) - U(Y^{(j)}_{m-2s+1,m})}{U(Y^{(j)}_{m-2s+1,m}) - U(Y^{(j)}_{m-4s+1,m})} - \right.$$

$$2^{\gamma}\frac{U(Y^{(j)}_{m-2s+1,m})-U(Y^{(j)}_{m-4s+1,m})}{U(Y^{(j)}_{m-2s+1,m})-U(Y^{(j)}_{m-4s+1,m})}\Bigg](1+o_p(1))=$$

$$\frac{1}{2^{\gamma}\log 2}\sqrt{\frac{s}{k_n}}\sum_{j=1}^{k_n}\left[R(Y^{(j)}_{m-2s+1,m},Y^{(j)}_{s,2s-1})+2^{\gamma}R(Y^{(j)}_{m-2s+1,m},(Y^{(j)}_{2s,4s-1})^{-1})\right]\cdot$$

$$\frac{a(Y^{(j)}_{m-2s+1,m})}{U(Y^{(j)}_{m-2s+1,m})-U(Y^{(j)}_{m-4s+1,m})}(1+o_p(1))=$$

$$\frac{\gamma}{(2^{\gamma}-1)\log 2}\sqrt{\frac{s}{k_n}}\sum_{j=1}^{k_n}\left[R(Y^{(j)}_{m-2s+1,m},Y^{(j)}_{s,2s-1})+2^{\gamma}R(Y^{(j)}_{m-2s+1,m},(Y^{(j)}_{2s,4s-1})^{-1})\right](1+o_p(1))=$$

$$\frac{\gamma}{(2^{\gamma}-1)\log 2}\sqrt{\frac{s}{k_n}}\sum_{j=1}^{k_n}\Bigg\{\left[D_{\gamma}(Y^{(j)}_{s,2s-1})+2^{\gamma}D_{\gamma}((Y^{(j)}_{2s,4s-1})^{-1})\right]+$$

$$A\left(\frac{m}{2s}\right)\left[\Psi_{\gamma,\rho}(Y^{(j)}_{s,2s-1})+2^{\gamma}\Psi_{\gamma,\rho}((Y^{(j)}_{2s,4s-1})^{-1})\right](1+o_p(1))+$$

$$A\left(\frac{m}{2s}\right)\left[\varepsilon(Y^{(j)}_{m-2s+1,m},Y^{(j)}_{s,2s-1})+2^{\gamma}\varepsilon(Y^{(j)}_{m-2s+1,m},(Y^{(j)}_{2s,4s-1})^{-1})\right](1+o_p(1))\Bigg\}(1+o_p(1))=:$$

$$\frac{\gamma}{(2^{\gamma}-1)\log 2}\sqrt{\frac{s}{k_n}}\sum_{j=1}^{k_n}\{B^{(j)}+C^{(j)}+D^{(j)}\}(1+o_p(1))\tag{9}$$

根据γ和ρ的不同，应分类对(9)式各部分进行讨论，在此只证明$\gamma+\rho\neq 0$，$\rho<0$且$\gamma\neq 0$的情况，其他情况类似可证. 由文献[2]之推论2.1，将$e^{\gamma(E^{(j)}_{m-s+1,m}-E^{(j)}_{m-2s+1,m})}$在$\log 2$处泰勒展开有

$$\sqrt{\frac{s}{k_n}}\sum_{j=1}^{k_n}B^{(j)}=\sqrt{\frac{s}{k_n}}\sum_{j=1}^{k_n}\{2^{\gamma}R^{(j)}_n-Q^{(j)}_n\}(1+o_p(1))\tag{10}$$

其中$R^{(j)}_n=E^{(j)}_{m-s+1,m}-E^{(j)}_{m-2s+1,m}-\log 2$，$Q^{(j)}_n=E^{(j)}_{m-2s+1,m}-E^{(j)}_{m-4s+1,m}-\log 2$，$j=1,2,\cdots,k_n$.

由文献[2]定理2.3的证明易知，(10)式中$R^{(j)}_n$和$Q^{(j)}_n$($j=1,2,\cdots,k_n$)相互独立，且由

$$\{E^{(j)}_{m-s+1,m}-E^{(j)}_{m-s,m}\}_{s=1}^{m-1}\overset{d}{=}\left\{\frac{E_s^{(j)}}{s}\right\}_{s=1}^{m-1}$$

$$E^{(j)}_{0,m}=0$$

得

$$R^{(j)}_n\overset{d}{=}\sum_{l=s}^{2s-1}\frac{E_l^{(j)}-1}{l}+\sum_{l=s}^{2s-1}\frac{1}{l}-\log 2$$

记$R_n:=\sqrt{\frac{s}{k_n}}\sum_{j=1}^{k_n}\sum_{l=s}^{2s-1}\frac{E_l^{(j)}-1}{l}$的特征函数为

$$f_{n,R_n}(t)=\left\{\prod_{l=s}^{2s-1}Ee^{\left(it\sqrt{\frac{s}{k_n}}\frac{E_l-1}{l}\right)}\right\}^{k_n}$$

由泰勒展式知，

$$\log f_{n,R_n}(t)=k_n\sum_{l=s}^{2s-1}\log\left[1-\frac{t^2s}{2k_n}\frac{1}{l^2}+O\left(\frac{s^2}{k_n^2l^4}\right)\right]=$$

$$k_n\sum_{l=s}^{2s-1}\left[-\frac{t^2s}{2k_n}\frac{1}{l^2}+O\left(\frac{1}{s^2k_n^2}\right)\right](1+o(1))$$

同理，$Q_n:=\sqrt{\frac{s}{k_n}}\sum_{j=1}^{k_n}\sum_{l=2s}^{4s-1}\frac{E_l^{(j)}-1}{l}$的特征函数$f_{n,Q_n}(t)$具有如下性质：

$$\log f_{n,Q_n}(t)=k_n\sum_{l=2s}^{4s-1}\left[-\frac{t^2 s}{2k_n}\frac{1}{l^2}+O\left(\frac{1}{s^2k_n^2}\right)\right](1+o(1))$$

由于 $R_n^{(j)}$ 和 $Q_n^{(j)}(j=1,2,\cdots,k_n)$ 相互独立，$2^{\gamma}R_n-Q_n$ 的特征函数 $f_n(t)$ 具有如下性质：

$$\log f_n(t)=k_n\left[2^{2\gamma}\sum_{l=s}^{2s-1}\left(-\frac{t^2 s}{2k_n}\frac{1}{l^2}\right)+\sum_{l=2s}^{4s-1}\left(-\frac{t^2 s}{2k_n}\frac{1}{l^2}\right)\right]+O\left(\frac{1}{sk_n}\right)$$

注意到

$$\frac{1}{s}-\frac{1}{2s}=\sum_{l=s}^{2s-1}\frac{1}{l(l+1)}<\sum_{l=s}^{2s-1}\frac{1}{l^2}<\sum_{l=s}^{2s-1}\frac{1}{l(l-1)}=\frac{1}{s-1}-\frac{1}{2s-1}$$

所以 $n\to\infty$ 时，

$$\log f_n(t)\to-\frac{t^2}{2}\left(2^{2\gamma-1}+\frac{1}{4}\right)\ \text{i. e.}\ f_n(t)\to e^{-\frac{t^2}{2}\left(2^{2\gamma-1}+\frac{1}{4}\right)}$$

由于 $\sqrt{k_n s}\left(\sum_{l=s}^{2s-1}\frac{1}{l}-\log 2\right)\to 0$，由 Slutsky 定理[13] 知，

$$\sqrt{\frac{s}{k_n}}\sum_{j=1}^{k_n}B^{(j)}\xrightarrow{d}N\left(0,\ \frac{2^{2\gamma+1}+1}{4}\right)\tag{11}$$

对于 $\rho<0$ 且 $\gamma+\rho\neq 0$，因为 $n\to\infty$ 时 $Y_{s,\,2s-1}^{(j)}\xrightarrow{P}2(j=1,2,\cdots,k_n)$，有

$$\begin{aligned}&\sqrt{\frac{s}{k_n}}\sum_{j=1}^{k_n}C^{(j)}(1+o_p(1))=\\&A\left(\frac{m}{2s}\right)\sqrt{\frac{s}{k_n}}\sum_{j=1}^{k_n}\left[\frac{(Y_{s,\,2s-1}^{(j)})^{\gamma+\rho}-1}{\gamma+\rho}+2^{\gamma}\frac{(Y_{2s,\,4s-1}^{(j)})^{-(\gamma+\rho)}-1}{\gamma+\rho}\right](1+o_p(1))=\\&\frac{(2^{\gamma+\rho}-1)(1-2^{-\rho})}{\gamma+\rho}\sqrt{k_n s}A\left(\frac{m}{2s}\right)(1+o_p(1))\end{aligned}\tag{12}$$

由(8)式可知，对于足够大的 t，$\varepsilon(t,x)$ 有界且局部一致收敛到 0，所以

$$\sqrt{\frac{s}{k_n}}\sum_{j=1}^{k_n}D^{(j)}(1+o_p(1))=o_p\left(\sqrt{k_n s}A\left(\frac{m}{2s}\right)\right)\tag{13}$$

设 $\sqrt{k_n s}A\left(\frac{m}{2s}\right)\to\lambda_1$，根据(9),(11)－(13)式可得当 $n\to\infty$ 时

$$\sqrt{k_n s}(\hat{\gamma}_n^{\varrho}-\gamma)\xrightarrow{d}N(\mu\lambda_1,\ \sigma^2)$$

定理证毕.

定理 4 的证明类似定理 3，此处省略.

参考文献：

[1] PICKANDS J. Statistical Inference Using Extreme Order Statistics [J]. Annals of Statistics, 1975, 3(1): 119-131.

[2] DEKKERS A L M, HAAN L D. On the Estimation of the Extreme-Value Index and Large Quantile Estimation [J]. Annals of Statistics, 1989, 17(4): 1795-1832.

[3] 彭作祥. Pickands 型估计的推广 [J]. 数学学报, 1997(5): 759-762.

[4] PENG Z X, NADARAJAH S. The Pickands' Estimator of the Negative Extreme-Value Index [J]. Acta Scicentiarum Naturalum Universitis Pekinesis, 2001, 37(1): 12-19.

[5] DAVYDOV Y, PAULAUSKAS V, RAČKAUSKAS A. More on P-Stable Convex Sets in Banach Spaces [J]. Journal of Theoretical Probability, 2000, 13(1): 39-64.

[6] PAULAUSKAS V. A New Estimator for a Tail Index [J]. Acta Applicandae Mathematica, 2003, 79(1-2): 55-67.

[7] QI Y C. On the Tail Index of a Heavy Tailed Distribution [J]. Annals of the Institute of Statistical Mathematics, 2010, 62(2): 277-298.
[8] VAIČIULIS M. Local-Maximum-Based Tail Index Estimator [J]. Lithuanian Mathematical Journal, 2014, 54(4): 503-526.
[9] PAULAUSKAS V, VAIČIULIS M. Comparison of the Several Parameterized Estimators for the Positive Extreme Value Index [J]. Journal of Statistical Computation & Simulation, 2016, 87(7): 1342-1362.
[10] 马 跃, 彭作祥. 广义误差-帕累托分布及其在保险中的应用 [J]. 西南大学学报(自然科学版), 2017, 39(1): 99-102.
[11] HAAN L D. Slow Variation and Characterization of Domains of Attraction [J]. Statistical Extremes and Applications, 1984: 31-48.
[12] MICHAILIDIS G, STOEV S. Extreme Value Theory: An Introduction [J]. Technometrics, 2007, 49(4): 491-492.
[13] RESNICK S I. A Probability Path [M]. Boston: Birkhäuser, 1999.

A Pickands-Type Estimator Based on the Block Method

HU Shuang, PENG Zuo-xiang

School of Mathematics and Statistics, Southwest University, Chongqing 400715, China

Abstract: Based on the block method proposed by Davydov et al., we propose in this paper a new Pickands-type estimator. The asymptotic properties of the new estimator, such as its consistency and asymptotic normality, are derived under some regular conditions.

Key words: block method; Pickands-type estimator; consistency; asymptotic normality

责任编辑 张 枸