DOI: 10.13718/j.cnki.xdzk.2020.06.007

锥 b-度量空间中广义 c_1-距离下扩张映射的新不动点定理

张 瑜, 薛西锋

西北大学 数学学院, 西安 710127

摘要: 在完备的锥 b-度量空间中, 利用迭代法讨论了广义 c_1-距离下扩张映射的不动点存在性问题. 对于满足不同条件的扩张映射, 在分别不要求锥的正规性及映射的连续性的条件下, 得到了扩张映射的不动点定理, 并通过缩减扩张映射的系数, 得到了几个推论. 所得结果改进和推广了已有的一些重要结论.

关 键 词: 锥 b-度量空间; 广义 c_1-距离; 扩张映射; 不动点

中图分类号: O177.91 **文献标志码**: A **文章编号**: 1673-9868(2020)06-0054-06

非线性算子的不动点问题是非线性泛函分析中的重要研究方向, 而且不动点理论在非线性积分方程和微分方程中也有广泛的应用. 文献[1]通过用 Banach 空间代替实数空间, 推广了度量空间, 引入了锥度量空间的概念. 此后, 越来越多的学者在此空间中研究单个自映射的不动点和多个自映射的公共不动点问题, 得到了很多不动点定理[2-5]. 文献[6-8]证明了赋值巴拿赫代数的锥度量空间中的不动点定理, 使得不动点问题的研究得到了进一步的发展.

随后, 文献[9]推广了锥度量空间和 b-度量空间, 引入了锥 b-度量空间的概念. 很多学者开始在该空间中研究不动点的存在性及唯一性问题. 文献[10-11]证明了锥 b-度量空间中的不动点定理, 文献[12]研究了具有 Banach 代数的锥 b-度量空间中的各种不动点定理. 关于广义度量空间中的更多不动点定理可参看文献[13-16]. 本文在完备的锥 b-度量空间中, 通过去除锥的正规性及映射的连续性, 得到了扩张映射的几个新不动点定理.

1 预备知识

定义 1[1] 设 E 是实 Banach 空间, θ 是 E 中的零元, P 是 E 的非空凸闭集, 若满足:

(a) $\{\theta, e\} \subset P$;

(b) $\alpha P + \beta P \subset P$, $\alpha, \beta \geqslant 0$;

(c) $P^2 = P \cdot P \subset P$;

(d) $P \cap \{-P\} = \{\theta\}$.

则称 P 是 E 中的锥. 对于锥 $P \subset E$, 定义半序 $\leqslant$ 如下: $x \leqslant y$ 当且仅当 $y - x \in P$; $x < y$ 表示 $x \leqslant y$ 且 $x \neq y$; 而 $x \ll y$ 表示 $y - x \in \operatorname{int} P$, 其中 $\operatorname{int} P$ 表示 P 的内部. 如果存在常数 $K > 0$, 使得 $\theta \leqslant x \leqslant y$ 时, 有 $\| x \| \leqslant K \| y \|$ 成立, 则称 P 为正规锥. 称满足 $\| x \| \leqslant K \| y \|$ 的最小常数 K 为 P 的正规常数.

收稿日期: 2019-06-18

基金项目: 陕西省自然科学基金项目(202030009).

作者简介: 张 瑜(1994-), 女, 硕士研究生, 主要从事非线性泛函分析的研究.

通信作者: 薛西锋, 教授.

若 $\operatorname{int} P \neq \varnothing$，则称 P 为体锥.

定义 2[9]　设 X 是非空集合，E 是实 Banach 空间，$s \geqslant 1$ 为给定的实数. 若映射 $d: X \times X \longrightarrow E$ 满足：

(a) 对任意的 $x, y \in X$，$d(x, y) \geqslant \theta$，且 $d(x, y) = \theta$ 当且仅当 $x = y$；

(b) 任意的 $x, y \in X$，$d(x, y) = d(y, x)$；

(c) 任意的 $x, y, z \in X$，$d(x, y) \leqslant s(d(x, z) + d(z, y))$.

则称 d 为 X 上的锥 b- 度量，称(X, d)为锥 b- 度量空间.

定义 3[9]　设(X, d)是锥 b- 度量空间，$\{x_n\}$ 为 X 中的序列，$x \in X$. 则：

(a) 若对任意 $\theta \ll c$，存在正整数 n_0，使得 $d(x_n, x) \ll c$ 对任意 $n > n_0$ 成立，则称$\{x_n\}$ 收敛于 x，记为$\lim\limits_{n\to\infty} x_n = x$ 或 $x_n \to x (n \to \infty)$；

(b) 若对任意 $\theta \ll c$，存在正整数 n_0，使得 $d(x_n, x_m) \ll c$ 对任意 $n, m > n_0$ 成立，则称$\{x_n\}$ 为 Cauchy 列；

(c) 若 X 中任意 Cauchy 列都是收敛序列，则称 X 是完备的锥 b- 度量空间.

定义 4[3]　设(X, d)是锥度量空间，若映射 $q: X \times X \longrightarrow E$ 满足下列条件：

(a) 对任意的 $x, y \in X$，$q(x, y) \geqslant \theta$；

(b) 对任意的 $x, y, z \in X$，$q(x, y) \leqslant q(x, z) + q(z, y)$；

(c) 对任意的 $x \in X$，若存在 $u = u_x \in P$ 使得$q(x, y_n) \leqslant u$，且序列$\{y_n\}$ 收敛于 y，$y \in X$，则 $d(x, y) \leqslant u$；

(d) 对任意的 $c \in E$，且 $c \gg \theta$，存在 $e \in E$，且 $e \gg \theta$，使得当$q(z, x) \ll e$，$q(z, y) \ll e$ 时，有 $d(x, y) \ll c$.

则称 q 为 X 上的 c- 距离.

下面给出锥 b- 度量空间中广义 c- 距离的定义：

定义 5[11]　设(X, d)是锥 b- 度量空间，$s \geqslant 1$ 为给定的实数. 若映射 $q: X \times X \longrightarrow E$ 满足下列条件：

(a) 对任意的 $x, y \in X$，$q(x, y) \geqslant \theta$；

(b) 对任意的 $x, y, z \in X$，$q(x, z) \leqslant s(q(x, y) + q(y, z))$；

(c) 对任意的 $x \in X$，若存在 $u = u_x \in P$ 使得$q(x, y_n) \leqslant u$，且序列$\{y_n\}$ 收敛于 y，$y \in X$，则 $d(x, y) \leqslant su$；

(d) 对任意的 $c \in E$，且 $c \gg \theta$，存在 $e \in E$，且 $e \gg \theta$，使得当$q(z, x) \ll e$，$q(z, y) \ll e$ 时，有 $d(x, y) \ll c$.

则称 q 为 X 上的广义 c_1- 距离.

引理 1[11]　设(X, d)是锥 b- 度量空间，q 为 X 上广义的c_1- 距离，$\{x_n\}$,$\{y_n\}$ 是 X 中的序列，$x, y, z \in X$，$\{u_n\}$ 是锥 P 中收敛到θ 的序列，则下列结论成立：

(i) 若 $q(x_n, y) \leqslant u_n$，且 $q(x_n, z) \leqslant u_n$，则 $y = z$；

(ii) 若 $q(x_n, y_n) \leqslant u_n$，且 $q(x_n, z) \leqslant u_n$，则$\{y_n\}$ 收敛到一点 $z \in X$；

(iii) 若对任意的 $m > n$，有 $q(x_n, x_m) \leqslant u_n$，则$\{x_n\}$ 是 X 中的 Cauchy 列；

(iv) 若 $q(y, x_n) \leqslant u_n$，则$\{x_n\}$ 是 X 中的 Cauchy 列.

引理 2[11]　在锥 b- 度量空间中，收敛序列的极限是唯一的.

注 1　由于当 $q(x, y) = \theta$ 时，不一定成立 $x = y$，故本文的所有定理及其推论只对不动点的存在性给予证明，对不动点的唯一性没有证明.

2　主要结果及其证明

定理 1　设(X, d)是完备的锥 b- 度量空间，q 为 X 上广义的c_1- 距离，$s \geqslant 1$，P 是E 中的锥. 假设连续映射 $f: X \longrightarrow X$ 是满射且对任意的 $x, y \in X$，有

$$q(f(x),\ f(y)) \geqslant \lambda_1 q(x,\ y) + \lambda_2 q(f(x),\ x) + \lambda_3 q(f(y),\ y) \tag{1}$$

其中 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 是非负实数且不全同时为 0，$\frac{1}{s}(\lambda_1 + \lambda_3) + \lambda_2 > 1$. 则 f 在 X 中存在不动点.

证 取定 $x_0 \in X$，因为 f 是满射，故存在 $x_1 \in X$，使得 $x_0 = f(x_1)$. 依次进行这个过程，可定义序列 $\{x_n\}$ 为：$x_n = f(x_{n+1})(n = 0, 1, 2, \cdots)$.

若 $x_{n-1} = x_n$，则有 $x_{n-1} = f(x_n) = x_n$，故 x_n 是 f 的不动点.

设对任意的 $n \geqslant 1$，$x_{n-1} \neq x_n$. 则由(1)式有

$$\begin{aligned} q(x_{n-1},\ x_n) = q(f(x_n),\ f(x_{n+1})) \geqslant \lambda_1 q(x_n,\ x_{n+1}) + \lambda_2 q(f(x_n),\ x_n) + \lambda_3 q(f(x_{n+1}),\ x_{n+1}) = \\ \lambda_1 q(x_n,\ x_{n+1}) + \lambda_2 q(x_{n-1},\ x_n) + \lambda_3 q(x_n,\ x_{n+1}) \end{aligned}$$

则有

$$q(x_n,\ x_{n+1}) \leqslant \frac{(1 - \lambda_2)}{\lambda_1 + \lambda_3} q(x_{n-1},\ x_n)$$

类似地，有

$$q(x_{n-1},\ x_n) \leqslant \frac{(1 - \lambda_2)}{\lambda_1 + \lambda_3} q(x_{n-2},\ x_{n-1})$$

令 $k = \frac{1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_3}$，因 $\frac{1}{s}(\lambda_1 + \lambda_3) + \lambda_2 > 1$，故 $k \in \left(0,\ \frac{1}{s}\right)$.

依次进行上述过程，可以得到

$$q(x_n,\ x_{n+1}) \leqslant k q(x_{n-1},\ x_n) \leqslant k^2 q(x_{n-2},\ x_{n-1}) \leqslant \cdots \leqslant k^n q(x_0,\ x_1)$$

则对任意的 $m > n \geqslant 1$，有

$$\begin{aligned} q(x_m,\ x_n) \leqslant & s(q(x_n,\ x_{n+1}) + q(x_{n+1},\ x_m)) \leqslant \\ & sq(x_n,\ x_{n+1}) + s^2 q(x_{n+1},\ x_{n+2}) + s^2 q(x_{n+2},\ x_m) \leqslant \\ & sq(x_n,\ x_{n+1}) + s^2 q(x_{n+1},\ x_{n+2}) + s^3 q(x_{n+2},\ x_{n+3}) + s^3 q(x_{n+3},\ x_m) \leqslant \\ & sq(x_n,\ x_{n+1}) + s^2 q(x_{n+1},\ x_{n+2}) + s^3 q(x_{n+2},\ x_{n+3}) + \cdots + s^{m-n} q(x_{m-1},\ x_m) \leqslant \\ & (sk^n + s^2 k^{n+1} + \cdots + s^{m-n} k^{m-1}) q(x_0,\ x_1) \leqslant \\ & \frac{sk^n}{1 - sk} q(x_0,\ x_1) \end{aligned}$$

因为

$$sk = \frac{s(1 - \lambda_2)}{\lambda_1 + \lambda_3} \in (0,\ 1)$$

$$k = \frac{1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_3} \in \left(0,\ \frac{1}{s}\right)$$

$$s \geqslant 1$$

故由引理 1 可知，$\{x_n\}$ 是 $(X,\ d)$ 中的 Cauchy 列. 由 $(X,\ d)$ 的完备性知，存在 $x^* \in X$，使得 $x_n \to x^* (n \to \infty)$.

又因映射 f 是连续的，则有

$$\lim_{n \to \infty} f(x_n) = f(\lim_{n \to \infty} x_n) = f(x^*)$$

即 $x_{n-1} \to f(x^*)$. 则由引理 2 收敛序列的极限唯一性得 $f(x^*) = x^*$. 故 x^* 是 f 的不动点.

推论 1 设 $(X,\ d)$ 是完备的锥 b-度量空间，q 是 X 上广义的 c_1-距离，$s \geqslant 1$. 若连续映射 $f: X \longrightarrow X$ 是满射，且对任意的 $x, y \in X$，有

$$q(f(x),\ f(y)) \geqslant \lambda_1 q(x,\ y) + \lambda_2 q(f(x),\ x) \tag{2}$$

其中 $\lambda_1, \lambda_2 > 0$，$\frac{1}{s}\lambda_1 + \lambda_2 > 1$，且 $\lambda_2 < 1$. 则 f 在 X 中存在不动点.

证 令定理 1 中的 $\lambda_3 = 0$，即证.

推论 2　设(X, d)是完备的锥 b-度量空间，q 是 X 上广义的 c_1-距离，$s \geqslant 1$. 若连续映射 $f: X \longrightarrow X$ 是满射，且对任意的 $x, y \in X$，有

$$q(f(x), f(y)) \geqslant \lambda_1 q(x, y) \tag{3}$$

其中 $\lambda_1 > s$. 则 f 在 X 中存在不动点.

证　令定理 1 中的 $\lambda_2 = \lambda_3 = 0$，即证.

定理 2　设(X, d)是完备的锥 b-度量空间，q 是 X 上广义的 c_1-距离，$s \geqslant 1$，P 是 E 中的正规锥，K 是其正规常数. 设映射 $f: X \longrightarrow X$ 是满射，α, β, γ 是 X 上的非负实值函数，满足以下条件：

(i) 对任意的 $x \in X$，$\alpha(x) \geqslant \alpha(f(x))$，$\beta(x) \geqslant \beta(f(x))$，$\gamma(x) \geqslant \gamma(f(x))$ 且 $\alpha(x) + \gamma(x) + s\beta(x) > s$，$\beta(x) < 1$；

(ii) 对任意的 $x, y \in X$，有

$$q(f(x), f(y)) \geqslant \alpha(x) q(x, y) + \beta(x) q(f(x), x) + \gamma(x) q(f(y), y) \tag{4}$$

(iii) 对任意的 $y \in X$，当 $f(y) \neq y$ 时，$0 < \inf\{\| q(x, y) \| + \| q(f(x), x) \| : x \in X\}$.

则 f 有不动点 $x^* \in X$. 并且迭代序列$\{f(x_n)\}$收敛到不动点 x^*.

证　对任意的 $x_0 \in X$，因为 f 是满射，则存在 $x_1 \in X$，使得 $x_0 = f(x_1)$；存在 $x_2 \in X$，使得 $x_1 = f(x_2)$. 依次进行此过程，可定义序列$\{x_n\}$：$x_n = f(x_{n+1})(n = 0, 1, 2, \cdots)$.

不失一般性，设对任意的 $n \geqslant 1$，$x_{n-1} \neq x_n$. 则由(4)式有

$$\begin{aligned}
q(x_{n-1}, x_n) = q(f(x_n), f(x_{n+1})) \geqslant \alpha(x_n) q(x_n, x_{n+1}) + \beta(x_n) q(f(x_n), x_n) + \gamma(x_n) q(f(x_{n+1}), x_{n+1}) = \\
\alpha(x_n) q(x_n, x_{n+1}) + \beta(x_n) q(x_{n-1}, x_n) + \gamma(x_n) q(x_n, x_{n+1}) \geqslant \\
\alpha(f(x_n)) q(x_n, x_{n+1}) + \beta(f(x_n)) q(x_{n-1}, x_n) + \gamma(f(x_n)) q(x_n, x_{n+1}) = \\
\alpha(x_{n-1}) q(x_n, x_{n+1}) + \beta(x_{n-1}) q(x_{n-1}, x_n) + \gamma(x_{n-1}) q(x_n, x_{n+1}) \geqslant \\
\alpha(f(x_{n-1})) q(x_n, x_{n+1}) + \beta(f(x_{n-1})) q(x_{n-1}, x_n) + \gamma(f(x_{n-1})) q(x_n, x_{n+1}) = \\
\alpha(x_{n-2}) q(x_n, x_{n+1}) + \beta(x_{n-2}) q(x_{n-1}, x_n) + \gamma(x_{n-2}) q(x_n, x_{n+1}) \geqslant \cdots \geqslant \\
\alpha(x_0) q(x_n, x_{n+1}) + \beta(x_0) q(x_{n-1}, x_n) + \gamma(x_0) q(x_n, x_{n+1})
\end{aligned}$$

从而

$$q(x_n, x_{n+1}) \leqslant \frac{1 - \beta(x_0)}{\alpha(x_0) + \gamma(x_0)} q(x_{n-1}, x_n)$$

令

$$h = \frac{1 - \beta(x_0)}{\alpha(x_0) + \gamma(x_0)}$$

因

$$\beta(x_0) < 1$$
$$\alpha(x_0) + \gamma(x_0) + s\beta(x_0) > s$$

则 $h \in \left(0, \dfrac{1}{s}\right)$.

综上所述，有

$$q(x_n, x_{n+1}) \leqslant h q(x_{n-1}, x_n) \leqslant h^2 q(x_{n-2}, x_{n-1}) \leqslant \cdots \leqslant h^n q(x_0, x_1)$$

则对任意的 $m > n \geqslant 1$，有

$$\begin{aligned}
q(x_m, x_n) \leqslant s(q(x_n, x_{n+1}) + q(x_{n+1}, x_m)) \leqslant \\
s q(x_n, x_{n+1}) + s^2 q(x_{n+1}, x_{n+2}) + s^2 q(x_{n+2}, x_m) \leqslant \\
s q(x_n, x_{n+1}) + s^2 q(x_{n+1}, x_{n+2}) + s^3 q(x_{n+2}, x_{n+3}) + \cdots + s^{m-n} q(x_{m-1}, x_m) \leqslant \\
(s h^n + s^2 h^{n+1} + \cdots + s^{m-n} h^{m-1}) q(x_0, x_1) \leqslant \\
\frac{s h^n}{1 - s h} q(x_0, x_1)
\end{aligned} \tag{5}$$

因

$$sh=\frac{s(1-\beta(x_0))}{\alpha(x_0)+\gamma(x_0)}\in(0,\ 1)$$

且 $h\in\left(0,\ \frac{1}{s}\right)$, $\frac{sh^n}{1-sh}\to\theta$, 则由引理1可知, $\{x_n\}$ 是 X 中的Cauchy列. 由 X 的完备性知, 存在 $x^*\in X$, 使得 $x_n\to x^*(n\to\infty)$.

根据(5)式及定义3中的(c), 有

$$q(x_n,\ x^*)\leqslant\frac{s^2h^n}{1-sh}q(x_0,\ x_1)$$

由 P 的正规性得

$$\|q(x_n,\ x^*)\|\leqslant\frac{Ks^2h^n}{1-sh}\|q(x_0,\ x_1)\| \tag{6}$$

而对任意的 $m>n\geqslant 1$, 有

$$\|q(x_n,\ x_m)\|\leqslant\frac{Ksh^n}{1-sh}\|q(x_0,\ x_1)\| \tag{7}$$

若 $f(x^*)\neq x^*$, 则在(6),(7)式中令 $m=n+1$, 有

$$\begin{aligned}0<&\inf\{\|q(x,\ x^*)\|+\|q(f(x),\ x)\|:x\in X\}\leqslant\\&\inf\{\|q(x_{n+1},\ x^*)\|+\|q(f(x_{n+1}),\ x_{n+1})\|:n\geqslant 1\}=\\&\inf\{\|q(x_{n+1},\ x^*)\|+\|q(x_n,\ x_{n+1})\|:n\geqslant 1\}\leqslant\\&\inf\left\{\frac{Ks^2h^{n+1}}{1-sh}\|q(x_0,\ x_1)\|+\frac{Ksh^n}{1-sh}\|q(x_0,\ x_1)\|:n\geqslant 1\right\}=0\end{aligned}$$

矛盾. 则 $f(x^*)=x^*$, 即 x^* 是 f 在 X 中的不动点.

推论3[11] 设 (X,d) 是完备的锥 b-度量空间, q 是 X 上广义的 c_1-距离, $s\geqslant 1$, P 是 E 中的正规锥, K 是其正规常数. 设映射 $f: X\longrightarrow X$ 是满射, 映射 $k: X\longrightarrow(s,+\infty)$, 满足以下条件:

(i) 对任意的 $x\in X$, $k(x)\geqslant k(f(x))$;

(ii) 对任意的 $x,y\in X$, $q(f(x),\ f(y))\geqslant k(x)q(x,\ y)$;

(iii) 对任意的 $y\in X$, 当 $f(y)\neq y$ 时, $0<\inf\{\|q(x,\ y)\|+\|q(f(x),\ x)\|:x\in X\}$.

则 f 有不动点 $x^*\in X$, 且迭代序列 $\{f(x_n)\}$ 收敛于不动点.

推论4 设 (X,d) 是完备的锥 b-度量空间, q 是 X 上广义的 c_1-距离, $s\geqslant 1$. 设映射 $f: X\longrightarrow X$ 是满射, 且满足以下条件:

(i) 对任意的 $x,y\in X$, 存在常数 α,β,γ, 满足 $\alpha+\gamma+s\beta>s$ 且 $\beta<1$, 使得

$$q(f(x),\ f(y))\geqslant\alpha q(x,\ y)+\beta q(f(x),\ x)+\gamma q(f(y),\ y)$$

(ii) 对任意的 $y\in X$, 当 $f(y)\neq y$ 时, $0<\inf\{\|q(x,\ y)\|+\|q(f(x),\ x)\|:x\in X\}$.

则 f 有不动点 $x^*\in X$. 且迭代序列 $\{f(x_n)\}$ 收敛于不动点.

注2 定理1及其推论1和推论2去掉了锥的正规性, 而定理2及其两个推论去掉了映射的连续性, 并且扩张映射的系数也由1个增加到3个. 本文的结论推广了文献[11]中的结果, 使得锥 b-度量空间中的扩张映射更具一般性.

参考文献:

[1] HUANG L G, ZHANG X. Cone Metric Spaces and Fixed Point Theorems of Contractive Mappings [J]. Math Anal Appl, 2007, 332(2): 1468-1476.

[2] CHOUDHURY B S, METIYA N. The Point of Coincidence and Common Fixed Point for a Pair of Mappings in Cone Metric Spaces [J]. Computers and Mathematics with Applications, 2010, 60(6): 1686-1695.

[3] CHO Y J, SAADATI R, WANG S H. Common Fixed Point Theorems on Generalized Distance in Ordered Cone Metric Spaces [J]. Computers & Mathematics with Applications: An International Journal, 2011, 61(4): 1254-1260.

[4] JANKOVIĆ S, KADELBURG Z, RADENOVIĆ S. On Cone Metric Spaces: A survey [J]. Nonlinear Analysis, 2011,

74(7)：2591-2601.
[5] 韩　艳，张建元. 锥度量空间中 c-距离下的不动点定理 [J]. 纯粹数学与应用数学，2015，31(6)：581-587.
[6] HUANG H P，XU S Y，LIU Q H，et al. Common Fixed Point Theorems in Non-Normal Cone Metric Spaces with Banach Algebras [J]. 数学季刊(英文版)，2016，31(2)：155-161.
[7] 黄华平，邓冠铁. 赋值 Banach 代数的锥度量空间中 c-距离下的不动点定理 [J]. 北京大学学报(自然科学版)，2018，54(4)：693-698.
[8] LIU H，XU S Y. Cone Metric Spaces with Banach Algebras and Fixed Point Theorems of Generalized Lipschitz Mappings [J]. Fixed Point Theory Appl，2013，2013：320.
[9] HUSSAIN N，SHAH M H. KKM Mappings in Cone b-Metric Spaces [J]. Computers & Mathematics with Applications，2011，62(4)：1677-1684.
[10] HUANG H P，XU S Y. Fixed Point Theorems of Contractive Mappings in Cone b-Metric Spaces and Applications [J]. Fixed Point Theory and Applications，2014，2014(1)：1-5.
[11] 张慧芳，薛西锋. 锥 b-度量空间中广义 c-距离下的不动点定理 [J]. 西北大学学报(自然科学版)，2017，47(5)：632-638.
[12] 张丽娟，薛西锋. 巴拿赫代数上锥 b-度量空间中压缩映射不动点定理 [J]. 纯粹数学与应用数学，2016，32(1)：55-59.
[13] 巨小维，顾　贞，于莉琦. 锥度量空间中一类扩张映射的公共不动点定理 [J]. 西南大学学报(自然科学版)，2014，36(11)：112-116.
[14] 韩　艳，张建元，代婷婷. 锥度量空间 c-距离下非连续映射的新不动点定理 [J]. 西南大学学报(自然科学版)，2018，40(8)：114-121.
[15] CHEN C M，CHANG T H. A Common Fixed Point Theorem for The ψ-Contractive Mapping [J]. Tamkang Journal of Mathematics，2010，41(1)：25-30.
[16] 许正川. Menger PM-空间中的多重公共不动点定理 [J]. 西南师范大学学报(自然科学版)，2016，41(10)：13-19.

Some New Fixed Point Theorems Under Generalized c_1-Distance of Expanding Mappings in Cone b-Metric Spaces

ZHANG　Yu，　XUE Xi-feng
School of Mathematics，Northwest University，Xi'an 710127，China

Abstract：In this paper，the existence of fixed point of expanding mappings in a complete cone b-metric space under generalized c_1-distance by establishing iterative sequence is discussed. For expanding mappings satisfying different conditions，the fixed point theorems of expanding mappings without requiring the normality of cone and the continuity of mappings respectively are proved and relevant inferences are achieved by simplifying the coefficients of the mappings. These results improve and generalize some well-known comparable results.

Key words：cone b-metric space；generalized c_1-distance；expanding mapping；fixed point

责任编辑　廖　坤