DOI：10.13718/j.cnki.xdzk.2020.10.012

关于 Conway 单群和 Fischer 单群的刻画

雷　倩，　何立官

重庆师范大学 数学科学学院，重庆 401331

摘要： 设 G 是有限群，$o_1(G)$ 表示 G 中最高阶元素的阶，$n_1(G)$ 表示 G 中最高阶元素的个数. 设 G 一共有 r 个 $o_1(G)$ 阶元，其中心化子的阶两两不同，并依次设这些中心化子的阶为 $c_1(G), c_2(G), \cdots, c_r(G)$. 令 $ONC_1(G)=\{o_1(G); n_1(G); c_1(G), c_2(G), \cdots, c_r(G)\}$，称 $ONC_1(G)$ 为 G 的第一 ONC-度量，$l_p(G)$ 表示 G 的阶的最大素因子. 用第一 ONC-度量 $ONC_1(G)$ 刻画了 Conway 单群和 Fischer 单群，并证明了：除 $F_{i_{22}}$ 外，所有 Conway 单群和 Fischer 单群都可以由 $ONC_1(G)$ 和 $l_p(G)$ 唯一刻画.

关　键　词： Conway 单群；Fischer 单群；ONC-度量；刻画

中图分类号：O152.1　　**文献标志码：A**　　**文章编号：** 1673－9868(2020)10－0096－05

众所周知，有限群的许多性质可以由群的一些特殊数量关系体现出来，如特殊子群的个数、特征标维数等都可以刻画群的结构[1-3]. 长期以来，人们一直在追求用较少的数量去刻画群较多的性质. 20 世纪 80 年代，施武杰教授提出"用群阶和元素阶之集刻画有限单群"的课题，并做了大量的研究，证明了：几乎所有有限单群都可以由"群阶"与"元素阶之集"这两个数量唯一确定. 在中俄群论学者的共同努力下，该课题于 2009 年被完全证明(部分工作见文献[4-9])，但如何弱化课题的条件就成为大家关注的热点问题. 文献[10-13]仅用高阶元的阶和群的阶刻画了系列单群，文献[14-15]去掉了"群阶相等"、"元素阶集合相同"这些重要的数量条件，只用与最高阶元素有关的几个数量条件刻画了单 K_3-群和 Mathieu 单群，局部地弱化了课题的条件，推广了施武杰教授等人的工作. 本文将继续这一工作，讨论与最高阶元素有关的几个数量条件对 Conway 单群和 Fischer 单群的结构的影响.

为了叙述方便，我们先对本文中出现的一些符号加以说明. 设 G 是有限群，$\pi_e(G)$ 表示群 G 中元素阶的集合. i 是正整数，$\pi(i)$ 表示 i 的相异素因子的集合，$\pi(G)=\pi(|G|)$，$l_p(G)$ 表示 $\pi(G)$ 中的最大素因子. $o_1(G), o_2(G)$ 分别表示 G 中最高阶元素的阶和次高阶元素的阶，$n_1(G)$ 表示 G 中最高阶元素的个数. 设 G 一共有 r 个 $o_1(G)$ 阶元，其中心化子的阶两两不同，并依次设这些中心化子的阶为 $c_1(G), c_2(G), \cdots, c_r(G)$. 令

$$ONC_1(G)=\{o_1(G); n_1(G); c_1(G), c_2(G), \cdots, c_r(G)\}$$

我们称 $ONC_1(G)$ 为 G 的第一 ONC-度量. $m^k \| n$ 表示 $m^k \mid n$ 但 $m^{k+1} \nmid n$. 其余符号及术语是标准的. 本文主要讨论 G 的第一 ONC-度量对 Conway 单群和 Fischer 单群的结构的影响.

引理 1[16]　若群 G 是 Conway 单群，则 G 是下列群之一：Co_3, Co_2, Co_1.

收稿日期：2020－01－10

基金项目：国家自然科学基金项目(11871127)；重庆市基础与前沿研究计划项目(cstc2015jcyjA00020).

作者简介：雷　倩(1995－)，女，硕士研究生，主要从事有限群的研究.

通信作者：何立官，副教授.

引理 2[16]　若群 G 是 Fischer 单群，则 G 是下列群之一：$F_{i_{22}}$，$F_{i_{23}}$，$F_{i_{24}'}$.

引理 3[17]　设 π'-群 H 作用在 π-群 G 上，且 G 和 H 中至少有一个可解. 则对任意素数 $p \,\big|\, |G|$，G 中存在 H-不变的 Sylow p-子群，并且 G 的任意两个 H-不变 Sylow p-子群在 $C_G(H)$ 下共轭.

定理 1　设 G 为有限群，M 为 Conway 单群，则 $G \cong M$ 的充分必要条件是 $ONC_1(G) = ONC_1(M)$，且 $l_p(G) = l_p(M)$.

证　必要性显然，下面讨论充分性.

情形 1　当 $M = Co_3$ 时，$ONC_1(G) = ONC_1(Co_3) = \{30;\ 2^9 \cdot 3^6 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 23;\ 30\}$，$l_p(G) = 23$. 因为 G 的 30 阶元都是自中心化的，所以任何 30 阶元 a 所在的共轭类长度都是 $|G/C_G(\langle a\rangle)| = |G/\langle a\rangle| = |G|/30$. 设 G 中 30 阶元一共分为 t 个共轭类，则

$$t \cdot |G|/30 = 2^9 \cdot 3^6 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 23$$

从而有

$$|G| \,\big|\, 2^{10} \cdot 3^7 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 23$$

因为 G 有 30 阶元，所以 $\{2,3,5\} \subseteq \pi(G)$. 又因为

$$l_p(G) = l_p(M) = 23$$

所以 $23 \in \pi(G)$. 由 $n_1(G) = 2^9 \cdot 3^6 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 23$ 知 $|G| > 2^9 \cdot 3^6 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 23$，于是 $\{2,3,5,7,23\} \subseteq \pi(G)$ 或 $\{2,3,5,11,23\} \subseteq \pi(G)$，且 $5^2 \,\big|\, |G|$ 或 $3^5 \,\big|\, |G|$.

可以断言 G 有一正规列 $1 \lhd H \lhd K \lhd G$，其中 K/H 为非交换单群，且 $5, 23 \in \pi(K/H)$. 事实上，令 $1 = G_k \lhd G_{k-1} \lhd \cdots \lhd G_1 \lhd G_0 = G$ 为 G 的一主群列，则存在正整数 i 使得 $\{5,23\} \cap \pi(G_i) \neq \varnothing$，而 $\{7,23\} \cap \pi(G_{i+1}) = \varnothing$. 取 $K = G_i$，$H = G_{i+1}$，则 $1 \lhd H \lhd K \lhd G$ 为 G 的正规列，而 K/H 为 G/H 的极小正规子群. 断言 $\{5,23\} \subseteq \pi(K)$. 事实上，如果 $5 \in \pi(K)$，而 $23 \notin \pi(K)$，那么 $23 \in \pi(G/K)$. 由 Frattini 论断有 $G = N_G(S_5)K$，其中 S_5 为 K 的一个的 Sylow 5-子群，于是 $23 \in \pi(N_G(S_5))$. 现考查 $\Omega_1(Z(S_5))$. 由于 $\Omega_1(Z(S_5))$ 是初等交换 5-群，且 $\Omega_1(Z(S_5)) \mid 5^3$. 因为 $23 \nmid |L_3(5)|$，所以 G 的 23 阶元平凡地作用在 $\Omega_1(Z(S_5))$ 上，从而有 $115 \in \pi_e(G)$，矛盾，故 $23 \in \pi(K)$. 同理可以证明当 $23 \in \pi(K)$ 时，$5 \in \pi(K)$. 所以 $\{5,23\} \subseteq \pi(K)$，即 $\{5,23\} \subseteq \pi(K/H)$. 由于 K/H 为同构单群的直积，故 K/H 只能为非交换单群. 而 $|G| \,\big|\, 2^{10} \cdot 3^7 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 23$，由文献[16]和文献[11]的表 3 有

$$K/H \cong M_{23}(2^7 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 23),\ M_{24}(2^{10} \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 23),\ Co_3(2^{10} \cdot 3^7 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 23)$$

设 $K/H \cong M_{23}, M_{24}$. 由 $G/C_G(K/H)$ 同构于 $\mathrm{Aut}(K/H)$ 的一个子群知 $|G/C_G(K/H)| \,\big|\, |\mathrm{Aut}(K/H)|$. 因为此时 $|\mathrm{Out}(K/H)| = 1$，故 $|\mathrm{Aut}(K/H)| = |K/H|$. 又因为 $5^2 \,\big|\, |G|$ 或 $3^5 \,\big|\, |G|$，于是比较阶得 $p \in \pi(C_G(K/H))$，其中 $p \in \{3,5\}$. 如果 $p \in \pi(H)$，那么用 G 中的 23 阶元共轭作用在 H 的 Sylow p-子 L 群上，该作用平凡，从而 $115 \in \pi_e(G)$ 或 $69 \in \pi_e(G)$，矛盾. 于是 $p \notin \pi(H)$. 设 g 为 $C_G(K/H)$ 中的 p 阶元，则 $|gH| = p$，从而 K/H 中有 115 阶元或 69 阶元，矛盾. 因此 $K/H \cong Co_3$. 比较阶有 $K = G$，$H = 1$，从而有 $G \cong Co_3$.

情形 2　当 $M = Co_2$ 时，$ONC_1(G) = ONC_1(Co_2) = \{30;\ 2^{17} \cdot 3^6 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 23;\ 30\}$，$l_p(G) = 23$. 类似情形 1 的讨论知

$$|G| \,\big|\, 2^{18} \cdot 3^7 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 23 \qquad \{2,3,5,23\} \subseteq \pi(G) \qquad 2^{14} \,\big|\, |G|$$

此时 G 有一正规列 $1 \lhd H \lhd K \lhd G$，其中 K/H 为非交换单群，且 $5, 23 \in \pi(K/H)$. 由文献[16]和文献[11]的表 3 有 $K/H \cong M_{23}(2^7 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 23)$，$M_{24}(2^{10} \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 23)$，$Co_3(2^{10} \cdot 3^7 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 23)$，$Co_2(2^{18} \cdot 3^7 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 23)$.

若 $K/H \cong M_{23}, M_{24}$，由情形1的讨论可推出矛盾．于是设 $K/H \cong Co_3$．因为 $2^{14} \mid\mid G\mid$，比较阶得 $2 \in \pi(C_G(K/H))$．设 $2 \in \pi(H)$．用 G 中的23阶元共轭作用在 H 上，则存在 H 的一个 Sylow 2-子群 L 在该作用下不变．考虑 $\Omega_1(Z(L))$．由于 $\Omega_1(Z(L))$ 是初等交换2-群，且 $\Omega_1(Z(S_5))\mid 2^8$，此时 G 的23阶元只能平凡地作用在 $\Omega_1(Z(L))$ 上，从而有 $46 \in \pi_e(G)$，矛盾．于是 $2 \notin \pi(H)$．设 g 为 $C_G(K/H)$ 中的2阶元，则 $\mid gH \mid = 2$，从而 K/H 中有46阶元，矛盾．因此 $K/H \cong Co_2$．比较阶有 $K = G$，$H = 1$，从而有 $G \cong Co_2$．

情形3　当 $M = Co_1$ 时，$ONC_1(G) = ONC_1(Co_1) = \{60;\ 2^{19} \cdot 3^8 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 23;\ 60\}$，$l_p(G) = 23$．

类似情形1的讨论知 $\mid G \mid \mid 2^{21} \cdot 3^9 \cdot 5^4 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 23$，$\{2, 3, 5, 23\} \subseteq \pi(G)$，$7^2 \mid \mid G \mid$ 或 $13 \mid \mid G \mid$．此时 G 有一正规列 $1 \lhd H \lhd K \lhd G$，其中 K/H 为非交换单群，且 $5, 23 \in \pi(K/H)$．由文献[16]和文献[11]的表3有

$$K/H \cong M_{23}(2^7 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 23),\ M_{24}(2^{10} \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 23),\ Co_3(2^{10} \cdot 3^7 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 23),$$
$$Co_2(2^{18} \cdot 3^7 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 23),\ Co_1(2^{21} \cdot 3^9 \cdot 5^4 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 23)$$

若 $K/H \cong M_{23}, M_{24}, Co_3, Co_2$，因为 $7^2 \mid \mid G \mid$ 或 $13 \mid \mid G \mid$，比较阶得 $p \in \pi(C_G(K/H))$，其中 $p \in \{7, 13\}$．类似情形1和情形2的讨论知，G 中有161阶元或299阶元，矛盾．因此 $K/H \cong Co_1$．比较阶有 $K = G$，$H = 1$，从而有 $G \cong Co_1$．

定理2　设 G 为有限群，M 为 Fischer 单群：$F_{i_{23}}, F_{i'_{24}}$，则 $G \cong M$ 的充分必要条件是 $ONC_1(G) = ONC_1(M)$，且 $l_p(G) = l_p(M)$．

证　必要性显然，只讨论充分性．

情形1　当 $M = F_{i_{23}}$ 时，$ONC_1(G) = ONC_1(F_{i_{23}}) = \{60;\ 2^{16} \cdot 3^{12} \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23;\ 60\}$，$l_p(G) = 23$．

类似定理1的讨论知

$$\mid G \mid \Bigm| 2^{18} \cdot 3^{13} \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23$$

$\{2, 3, 5, 13, 23\} \subseteq \pi(G)$，或 $\{2, 3, 5, 17, 23\} \subseteq \pi(G)$．此时 G 有一正规列 $1 \lhd H \lhd K \lhd G$，其中 K/H 为非交换单群，且 $13, 23 \in \pi(K/H)$ 或 $17, 23 \in \pi(K/H)$．由文献[16]和文献[11]的表3知，K/H 只能同构于 $F_{23}(2^{18} \cdot 3^{13} \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23)$，比较阶有 $K = G$，$H = 1$，从而有 $G \cong F_{i_{23}}$．

情形2　当 $M = F_{i'_{24}}$ 时，有 $ONC_1(G) = ONC_1(F_{i'_{24}}) = \{60;\ 2^{19} \cdot 3^{15} \cdot 5 \cdot 7^3 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29;\ 60\}$，$l_p(G) = 29$．

类似定理1的讨论知

$$\mid G \mid \Bigm| 2^{21} \cdot 3^{16} \cdot 5^2 \cdot 7^3 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29$$
$$\{2, 3, 5, 17, 29\} \subseteq \pi(G)$$

或

$$\{2, 3, 5, 23, 29\} \subseteq \pi(G)$$

此时 G 有一正规列 $1 \lhd H \lhd K \lhd G$，其中 K/H 为非交换单群，且 $17, 29 \in \pi(K/H)$ 或 $23, 29 \in \pi(K/H)$．由文献[16]与文献[11]的表3知，K/H 只能同构于 $F'_{24}(2^{21} \cdot 3^{16} \cdot 5^2 \cdot 7^3 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29)$．比较阶有 $K = G$，$H = 1$，从而有 $G \cong F_{i'_{24}}$．

定理3　设 G 为有限群，则 $G \cong F_{i_{22}}$ 的充分必要条件是 $ONC_1(G) = ONC_1(F_{i_{22}})$，$o_2(G) = o_2(F_{i_{22}})$ 且 $l_p(G) = l_p(F_{i_{22}})$．

证　必要性显然，只讨论充分性. 此时

$$ONC_1(G)=\{30;\ 2^{16}\cdot 3^8\cdot 5\cdot 7\cdot 11\cdot 13;\ 30\}\qquad o_2(G)=24\qquad l_p(G)=13$$

类似定理 1 的讨论知

$$|G|\ \Big|\ 2^{17}\cdot 3^9\cdot 5^2\cdot 7\cdot 11\cdot 13\qquad \{2,3,5,13\}\subseteq \pi(G)$$

且 $2^{13}\Big||G|$，$3^6\Big||G|$. 此时 G 有一正规列 $1\lhd H\lhd K\lhd G$，其中 K/H 为非交换单群，且 $5,13\in\pi(K/H)$. 由文献[16]与文献[11]的表 3 知，K/H 同构于下列单群之一：

$L_2(25)(2^3\cdot 3\cdot 5^2\cdot 13)$，$Sz(8)(2^6\cdot 5\cdot 7\cdot 13)$，$U_3(4)(2^6\cdot 3\cdot 5^2\cdot 13)$，$L_2(64)(2^6\cdot 3^2\cdot 5\cdot 7\cdot 13)$，$L_4(3)(2^7\cdot 3^6\cdot 5\cdot 13)$，${}^2F_4(2)'(2^{11}\cdot 3^3\cdot 5^2\cdot 13)$，$L_3(9)(2^7\cdot 3^6\cdot 5\cdot 7\cdot 13)$，$G_2(4)(2^{12}\cdot 3^3\cdot 5^2\cdot 7\cdot 13)$，$A_{13}(2^9\cdot 3^5\cdot 5^2\cdot 7\cdot 11\cdot 13)$，$S_6(3)(2^9\cdot 3^9\cdot 5\cdot 7\cdot 13)$，$O_7(3)(2^9\cdot 3^9\cdot 5\cdot 7\cdot 13)$，$Suz(2^{13}\cdot 3^7\cdot 5^2\cdot 7\cdot 11\cdot 13)$，$F_{i_{22}}(2^{17}\cdot 3^9\cdot 5^2\cdot 7\cdot 11\cdot 13)$

若 $K/H\cong L_2(25),U_3(4),L_4(3),{}^2F_4(2)'$，考虑 $7\Big||G|$ 或 $11\Big||G|$，比较阶得 $p\in\pi(C_G(K/H))$，其中 $p=7,11$，于是 G 中有 91 阶元或 143 阶元，矛盾.

若 $K/H\cong Sz(8),L_2(64),L_3(9),S_6(3),O_7(3)$，考虑 $5^2\Big||G|$ 或 $11\Big||G|$，比较阶得 $p\in\pi(C_G(K/H))$，其中 $p=5,11$，于是 G 中有 65 阶元或 143 阶元，矛盾.

若 $K/H\cong A_{13}$，则 G 中有 35 阶元，矛盾.

若 $K/H\cong G_2(4)$，仍然考虑 G 共轭作用在 $K/H=G_2(4)$ 上. 因为 $\mathrm{Aut}(G_2(4))$ 中没有 30 阶元，所以 G 的 30 阶元 $g\in C_G(K/H)$. 又因为 H 至多为$\{2,3,11\}$-群，所以 gH 的阶至少是 5，从而 G 有 65 阶元，矛盾.

最后设 $K/H\cong Suz$. 若 $3^8\Big||G|$，做类似讨论知 G 中有 39 阶元. 于是设 $3^7\parallel|G|$，此时必有 $2^{16}\Big||G|$，再做类似讨论可知 G 中有 26 阶元，矛盾于 $o_1(G)=30$，$o_2(G)=24$.

综上所述，$K/H\cong F_{i_{22}}$. 比较阶有 $K=G$，$H=1$，从而有 $G\cong F_{i_{22}}$.

注　因 $\mathrm{Aut}(Suz)$ 中有 30 阶元，讨论 $K/H\cong Suz$ 时没有用到 $K/H\cong G_2(4)$ 时所用的方法.

参考文献：

[1]　郭红如，吕　恒. 可以表示成 3 个或 4 个交换子群并的群[J]. 西南大学学报(自然科学版)，2017，39(8)：97-100.

[2]　黄　宇，宋科研. 用不可补子群个数刻画单群 A_5[J]. 西南大学学报(自然科学版)，2018，40(12)：90-93.

[3]　刘　鑫，杨　梅，晏燕雄. 单群 A_8 与 $L_3(4)$的新刻画[J]. 西南师范大学学报(自然科学版)，2020，45(4)：5-8.

[4]　SHI W J，BI J X. A Characterization of Suzuki-Ree Groups [J]. Science in China (Ser A)，1991，34(1)：14-19.

[5]　SHI W J，BI J X. A New Characterization of the Alternating Groups [J]. Southeast Asian Bulletin of Mathematics，1992，16(1)：81-90.

[6]　SHI W J. Pure Quantitative Characterization of Finite Simple Groups [J]. Progress in Nature Science，1994，4(3)：316-326.

[7]　CAO H P，SHI W J. Pure Quantitative Characterization of Finite Projective Special Unitary Groups [J]. Science in China (Ser A)，2002，45(6)：761-772.

[8]　XU M C，SHI W J. Pure Quantitative Characterization of Finite Simple Groups ${}^2D_n(q)$ and $D_l(q)$ (l Odd) [J]. Algebra Colloquium，2003，10(3)：427-443.

[9]　VASIL'EV A V，GRECHKOSEEVA M A，MAZUROV V D. Characterization of the Finite Simple Groups by Spectrum and Order [J]. Algebra and Logic，2009，48(6)：385-409.

[10]　HE L G，CHEN G Y. A New Characterization of Simple K_3-Groups [J]. Communications in Algebra，2012，40(10)：3903-3911.

[11] HE L G, CHEN G Y, XU H J. A New Characterization of Sporadic Simple Groups [J]. Italian Journal of Pure and Applied Mathematics, 2013, 30: 373-392.
[12] HE L G, CHEN G Y. A New Characterization of Simple K_4-Groups with Type $L_2(p)$ [J]. 数学进展, 2014, 43(5): 667-670.
[13] 何立官, 徐海静. 关于单 K_3-群的自同构群的刻画 [J]. 数学进展, 2015, 44(3): 363-368.
[14] HE L G, CHEN G Y. A New Characterization of Mathieu Groups [J]. 数学进展, 2017, 46(5): 729-734.
[15] HE L G, CHEN G Y. On ONC-Characterization of Simple K_3-Groups [J]. 数学进展, 2018, 47(6): 821-832.
[16] CONWAY J H, CURTIS R T, NORTON S P, et al. ATLAS of Finite Groups [M]. Oxford: Clarendon Press, 1985.
[17] 徐明曜. 有限群初步 [M]. 北京: 科学出版社, 2014.

A Characterization of Conway Simple Groups and Fischer Simple Groups

LEI Qian, HE Li-guan
School of Mathematics Science, Chongqing Normal University, Chongqing 401331, China

Abstract: Let G be a finite group, $o_1(G)$ denote the largest element order of G, and $n_1(G)$ denote the number of the elements of order $o_1(G)$. Assume that G has a total of r elements of order $o_1(G)$, of which the centralizers are of different orders, and $c_i(G)$ denotes the order of the centralizer of element of order $o_1(G)$. Define $ONC_1(G)=\{o_1(G); n_1(G); c_1(G), c_2(G), \cdots, c_r(G)\}$, and we call $ONC_1(G)$ the 1st ONC-Degree of G and $l_p(G)$ the largest prime divisor of order of G. In this paper, we characterize Conway simple groups and Fischer simple groups by their 1st ONC-Degree $ONC_1(G)$, and prove that the above simple groups can be uniquely determined by $ONC_1(G)$ and $l_p(G)$ except $F_{i_{22}}$.

Key words: Conway simple group; Fischer simple group; ONC-degree; characterization

责任编辑 廖 坤