DOI: 10.13718/j.cnki.xdzk.2020.10.023

基于环函数方法的复杂动态网络混合 H_∞ 无源采样同步控制

陈尹刚[1]，　李寒雄[2]

1. 江苏城乡建设职业学院 基础部，江苏 常州 213147；2. 云南民族大学 电气信息工程学院 昆明 650031

摘要：基于环函数方法，研究复杂动态网络混合 H_∞ 无源采样同步控制问题. 首先，结合时滞系统模型，并考虑采样点 t_k 和 t_{k+1} 的信息，构建新的 Lyapunov 泛函与环函数；然后，利用一类不含逆系数的自由权矩阵不等式估计泛函导数中的非线性项，推导出了能保证系统指数同步变化的稳定性判据，并进一步给出系统满足混合 H_∞ 无源性能指标的采样控制器设计方法；最后，数值仿真表明所得稳定性判据相较已知文献具有更小的保守性，且控制器可行.

关 键 词：复杂动态网络；Looped-Functional 方法；采样控制器

中图分类号：**TP273**　　**文献标志码**：**A**　　**文章编号**：1673-9868(2020)10-0183-14

复杂动态网络是由一组内节点构成的网络系统，每个节点作为基础单元拥有自己的动态特性. 同步性作为一类典型的集体控制行为具有广泛的研究价值. 网络的同步性意味着各节点随着时间的推移逐渐产生共同的行为特征. 在控制科学中，我们首先设计期望目标值，然后通过缩短被控系统与目标值之间的误差量来实现整个系统的同步控制. 同步控制问题本质上等价于误差系统的稳定性问题，现如今已有许多控制策略用于研究此类同步问题，例如，牵引控制策略[1]，滑模控制策略[2]，输出控制策略[3]，采样控制策略[4]等. 相比其他控制方法，采样控制在实际工程领域中具有高精度、高可靠性以及高抗干扰能力的特性. 在采样控制系统[5]中，主要有 3 种方法：第一种是离散时间方法[6]，该方法将采样系统变为时变离散系统，采用了不连续的 Lyapunov 稳定性定理对其进行研究；第二种是输入时滞方法[7-8]，该方法同样需要模型变换，但不同于离散方法，它没有改变系统的连续性，而是通过控制输入的数学变换，将采样控制系统变为具有锯齿波特性的时滞系统；第三种方法是基于输入时滞方法模型构建基础上的环函数方法[9-10]，这种方法将不连续与连续系统 Lyapunov 稳定性联系起来，所构建的环函数增加了采样点信息的摄入，降低了系统稳定性判据的保守型，增强了系统的保守性. 另外，在同步性研究中，信息传输时延的存在会严重影响网络的特性，甚至造成网络不稳定. 建立在 Lyapunov 稳定性方法基础上的时滞系统研究主要有以下 2 个方面：一是，构建合适的 Lyapunov 泛函；二是，建立积分不等式[11-14]. 在现有的积分不等式中，都存在含有逆系数$(-\alpha)^{-1}$ 的积分项，并且当泛函中有增广积分项时，使用积分不等式估计后会出现$(-\alpha)^2$ 系数，这使得计算复杂度大大增加.

基于已知的这些方法，目前已有大量文献研究了含有时滞的复杂动态网络的不同特性. 文献[1]给出了有无时滞的复杂动态网络对比研究，说明了时滞的存在使得系统具有更多的动力学特性. 文献[15]和[16]研究了复杂动态网络的同步性以及指数同步性. 文献[17]讨论了一类基于 Markov 链随机跳变的

收稿日期：2020-06-16

基金项目：国家自然科学基金资助项目(61741206)；江苏省建设系统科技项目(2018ZD172).

作者简介：陈尹刚(1984-)，男，硕士研究生，讲师，主要从事数学与应用数学方面的研究.

复杂动态网络. 文献[18]构建了一种不连续的泛函来获得系统稳定性的条件，相比而言，这类泛函的稳定性判据具有更小的保守性. 文献[19]和[20]采用环函数方法分别研究了复杂动态网络无源性和混合 H_∞ 无源性，相较离散方法所得的最大时滞上界又有一定的提升. 文献[21]采用双环函数方法分析了复杂网络的同步控制问题，该方法同时引入采样点 t_k 和 t_{k+1} 的采样信息，能够进一步获取更小保守性的稳定性条件. 但受到逆系数 $(t-t_k)^{-1}$ 和 $(t_{k+1}-t)^{-1}$ 的影响，存在许多潜在的采样信息未能获取的问题，其保守性依然存在.

基于以上讨论，本文基于环函数方法和增广泛函方法对复杂动态网络的同步采样控制问题进行研究. 具体研究内容为：① 推导出一个新的积分不等式，该积分不等式可以避免 $(-\alpha)^2$ 系数的产生；② 基于时滞系统方法构造新的 Lyapunov 泛函，并通过导入更多的采样信息来构造新的环函数，并利用积分不等式方法推导出具有更小保守性的指数稳定性条件；③ 基于所推导出的指数稳定性判据，给出混合 H_∞ 无源采样控制器的设计方法. 并在最后的实例分析中证明本文所推导的稳定性判据相比近年来类似文献的结果具有更小的保守性，同时给出系统仿真轨迹图，证明所给出的控制设计方法是切实可行的.

1 问题描述

1.1 系统描述

考虑如下时变时滞复杂动态网络模型：

$$\begin{gathered}\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_i(t))+c_1\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{G}_{ij}\boldsymbol{B}\boldsymbol{x}_j(t)+c_2\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{G}_{ij}\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_j(t-d(t))+\boldsymbol{u}_i(t)+\boldsymbol{\omega}_i(t)\\ \boldsymbol{z}_i(t)=\boldsymbol{J}\boldsymbol{x}_i(t)\qquad i=1,2,\cdots,N\end{gathered}\tag{1}$$

其中：c_1 和 c_2 是恒定耦合强度值；$\boldsymbol{x}_i(t)$ 以及 $\boldsymbol{u}_i(t)$ 分别表示状态向量和控制输入节点 i；$\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{n\times n}$，$\boldsymbol{B}=(b_{ij})_{n\times n}\in\boldsymbol{R}^{n\times n}$ 表示内部耦合矩阵；$\boldsymbol{\omega}_i(t)$ 是系统外部干扰且属于 $L_2[0,\infty]$；$\boldsymbol{z}_i(t)$ 是系统输出向量；$\boldsymbol{J}$ 是输出系数矩阵；$\boldsymbol{G}=(\boldsymbol{G}_{ij})_{N\times N}$ 代表外部耦合矩阵，其定义如下：如果存在节点 j 与节点 $i(i\neq j)$ 相互连接，则 $\boldsymbol{G}_{ij}>0$；否则 $\boldsymbol{G}_{ij}=0$，并且矩阵 $\boldsymbol{G}$ 中的对角元素满足

$$\boldsymbol{G}_{ii}=-\sum_{j=1,j\neq i}^{N}\boldsymbol{G}_{ij}\qquad i=1,2,\cdots,N$$

给定合适维度的矩阵 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$. 由文献[20]，非线性函数 $\boldsymbol{f}$ 满足

$$[\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})-\boldsymbol{f}(\boldsymbol{y})-\boldsymbol{U}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y})]^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})-\boldsymbol{f}(\boldsymbol{y})-\boldsymbol{V}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y})]\leqslant 0\qquad\forall\,\boldsymbol{x},\,\boldsymbol{y}\in\boldsymbol{R}^n\tag{2}$$

时变时滞函数 $d(t)$ 满足

$$0\leqslant d(t)\leqslant d\qquad 0\leqslant\dot{d}(t)\leqslant\mu\tag{3}$$

其中，d，μ 都是正常数.

定义 $\boldsymbol{r}_i(t)=\boldsymbol{x}_i(t)-\boldsymbol{s}(t)$ 为误差量，其中自然孤立点 $\boldsymbol{s}(t)\in\boldsymbol{R}^n$ 满足方程 $\dot{\boldsymbol{s}}(t)=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{s}(t))$. 从而，基于公式(1)的误差系统方程可以表示为

$$\begin{gathered}\dot{\boldsymbol{r}}(t)=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{r}(t))+c_1\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{G}_{ij}\boldsymbol{B}\boldsymbol{r}_j(t)+c_2\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{G}_{ij}\boldsymbol{A}\boldsymbol{r}_j(t-d(t))+\boldsymbol{u}_i(t)+\boldsymbol{\omega}_i(t)\\ \boldsymbol{z}_i(t)=\boldsymbol{J}\boldsymbol{r}_i(t)\qquad i=1,2,\cdots,N\end{gathered}\tag{4}$$

其中，$i=1,2,\cdots,N$，$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{r}(t))=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_i(t))-\boldsymbol{f}(\boldsymbol{s}(t))$.

假设公式(4)在采样点 $0<t_0<t_1<\cdots<t_k<\cdots t_{k+1}<\cdots$ 是可测的，并且控制信号由零阶保持器(ZOH)产生，则控制输入 $\boldsymbol{u}_i(t)$ 可以表示为

$$\boldsymbol{u}_i(t)=\boldsymbol{K}_i\boldsymbol{r}_i(t_k)\qquad t_k\leqslant t<t_{k+1},\ i=1,2,\cdots,N\tag{5}$$

其中，$\boldsymbol{K}_i$ 是采样反馈控制增益矩阵，$\boldsymbol{r}_i(t_k)$ 是 $\boldsymbol{r}_i(t)$ 的离散测量值，且采样时间间隔满足

$$t_{k+1}-t_k=h_k\in[h_1,\,h_2]\qquad k\geqslant 0\tag{6}$$

其中，h_1,h_2 是正标量.

最后，根据上面的描述，公式(4)可以表示为

$$\dot{\boldsymbol{r}}(t)=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{r}(t))+c_1\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{G}_{ij}\boldsymbol{B}\boldsymbol{r}_j(t)+c_2\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{G}_{ij}\boldsymbol{A}\boldsymbol{r}_j(t-d(t))+\boldsymbol{K}\boldsymbol{r}_i(t_k)+\boldsymbol{\omega}_i(t)\qquad t\in[t_k,\ t_{k+1})$$
$$\boldsymbol{z}_i(t)=\boldsymbol{J}\boldsymbol{r}_i(t)\qquad i=1,2,\cdots,N \tag{7}$$

可进一步简写为

$$\dot{\boldsymbol{r}}(t)=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{r}(t))+c_1(\boldsymbol{G}\otimes\boldsymbol{B})\boldsymbol{r}(t)+c_2(\boldsymbol{G}\otimes\boldsymbol{A})\boldsymbol{r}(t-d(t))+\boldsymbol{K}\boldsymbol{r}(t_k)+\boldsymbol{\omega}(t),\ t\in[t_k,\ t_{k+1}) \tag{8}$$
$$\boldsymbol{z}(t)=\boldsymbol{J}\boldsymbol{r}(t)$$

其中，$\boldsymbol{K}=\mathrm{diag}\{\boldsymbol{K}_1,\ \boldsymbol{K}_2,\ \cdots,\ \boldsymbol{K}_N\}$.

1.2　引理介绍

引理 1[11]（Wirtinger 积分不等式）　存在对称正定矩阵 $\boldsymbol{X}$，可积函数$\{\boldsymbol{w}(\boldsymbol{s})\mid \boldsymbol{s}\in[\alpha,\ \beta]\}$，满足，

$$\int_{\alpha}^{\beta}\dot{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{s})\boldsymbol{X}\dot{\boldsymbol{w}}(\boldsymbol{s})\mathrm{d}s\geqslant\frac{1}{\beta-\alpha}\boldsymbol{\Omega}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}\boldsymbol{\Omega}_1+\frac{3}{\beta-\alpha}\boldsymbol{\Omega}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}\boldsymbol{\Omega}_2$$

其中，

$$\boldsymbol{\Omega}_1=\boldsymbol{w}(\beta)-\boldsymbol{w}(\alpha)$$
$$\boldsymbol{\Omega}_2=\boldsymbol{w}(\beta)+\boldsymbol{w}(\alpha)-\frac{2}{\beta-\alpha}\int_{\alpha}^{\beta}\boldsymbol{w}(\boldsymbol{s})\mathrm{d}\boldsymbol{s}$$

引理 2　给出对称正定矩阵 $\boldsymbol{X}$，向量 $\boldsymbol{\xi}\in\boldsymbol{R}^m$，和任意矩阵 $\boldsymbol{N}_1$，$\boldsymbol{N}_2\in\boldsymbol{R}^{n\times m}$，存在一个可积函数$\{\boldsymbol{w}(\boldsymbol{s})\mid \boldsymbol{s}\in[\alpha,\ \beta]\}$，有如下不等式成立：

$$\begin{aligned}-\int_{\alpha}^{\beta}\dot{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{s})\boldsymbol{X}\dot{\boldsymbol{w}}(\boldsymbol{s})\mathrm{d}s\leqslant{}&(\beta-\alpha)\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\left[\boldsymbol{N}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{N}_1+\frac{1}{3}\boldsymbol{N}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{N}_2\right]\boldsymbol{\xi}+\\&\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\mathrm{sym}\{\boldsymbol{N}_1^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{w}(\beta)-\boldsymbol{w}(\alpha)]+\boldsymbol{N}_2^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{w}(\beta)+\boldsymbol{w}(\alpha)]-\\&2\boldsymbol{N}_2^{\mathrm{T}}\frac{1}{\beta-\alpha}\int_{\alpha}^{\beta}\boldsymbol{w}(\boldsymbol{s})\mathrm{d}\boldsymbol{s}\}\end{aligned}$$

证　令 $\boldsymbol{N}=[\boldsymbol{N}_1,\ \boldsymbol{N}_2]^{\mathrm{T}}$ 和 $\zeta(\boldsymbol{s})=\left[\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}},\ \dfrac{2\boldsymbol{s}-\beta-\alpha}{\beta-\alpha}\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$，之后，我们有

$$-2\zeta^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{s})\boldsymbol{N}\dot{\boldsymbol{w}}(\boldsymbol{s})\leqslant\zeta^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{s})\boldsymbol{N}\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\zeta(\boldsymbol{s})+\dot{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{s})\boldsymbol{X}\dot{\boldsymbol{w}}(\boldsymbol{s})$$

将上式从 α 到 β 积分，可得到

$$\begin{aligned}-\int_{\alpha}^{\beta}\dot{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{s})\boldsymbol{X}\dot{\boldsymbol{w}}(\boldsymbol{s})\mathrm{d}s\leqslant{}&\int_{\alpha}^{\beta}\left[\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}},\ \frac{2\boldsymbol{s}-\beta-\alpha}{\beta-\alpha}\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\right][\boldsymbol{N}_1,\ \boldsymbol{N}_2]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}^{-1}[\boldsymbol{N}_1,\ \boldsymbol{N}_2]\left[\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}},\ \frac{2\boldsymbol{s}-\beta-\alpha}{\beta-\alpha}\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}\mathrm{d}s+\\&2\int_{\alpha}^{\beta}\left[\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}},\ \frac{2\boldsymbol{s}-\beta-\alpha}{\beta-\alpha}\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\right][\boldsymbol{N}_1,\ \boldsymbol{N}_2]^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{w}}(\boldsymbol{s})\mathrm{d}\boldsymbol{s}\end{aligned}$$

因此，引理 2 得证.

引理 3　存在一个可积函数$\{\boldsymbol{w}(\boldsymbol{s})\mid \boldsymbol{s}\in[\alpha,\ \beta]\}$. 对于一个正定对称矩阵 $\boldsymbol{X}$，向量 $\boldsymbol{\xi}\in\boldsymbol{R}^m$，和任意矩阵 $\boldsymbol{N}\in\boldsymbol{R}^{n\times m}$，有如下不等式成立：

$$-\int_{\alpha}^{\beta}\int_{s}^{\beta}\dot{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{u})\boldsymbol{X}\dot{\boldsymbol{w}}(\boldsymbol{u})\mathrm{d}\boldsymbol{u}\mathrm{d}s\leqslant\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\left[\frac{1}{2}\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{N}\right]\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\mathrm{sym}\left\{\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}(\beta)-\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\frac{1}{\beta-\alpha}\int_{\alpha}^{\beta}\boldsymbol{w}(\boldsymbol{s})\mathrm{d}\boldsymbol{s}\right\}$$
$$-\int_{\alpha}^{\beta}\int_{\alpha}^{s}\dot{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{u})\boldsymbol{X}\dot{\boldsymbol{w}}(\boldsymbol{u})\mathrm{d}\boldsymbol{u}\mathrm{d}s\leqslant\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\left[\frac{1}{2}\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{N}\right]\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\mathrm{sym}\left\{-\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}(\alpha)+\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\frac{1}{\beta-\alpha}\int_{\alpha}^{\beta}\boldsymbol{w}(\boldsymbol{s})\mathrm{d}\boldsymbol{s}\right\}$$

证　基于

$$-2\zeta^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{w}}(\boldsymbol{s})\leqslant\zeta^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{N}\zeta+\dot{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{s})\boldsymbol{X}\dot{\boldsymbol{w}}(\boldsymbol{s})$$

和

$$\zeta=\frac{1}{\beta-\alpha}\boldsymbol{\xi}$$

有：

$$-\int_{\alpha}^{\beta}\int_{s}^{\beta}\dot{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{u})\boldsymbol{X}\dot{\boldsymbol{w}}(\boldsymbol{u})\mathrm{d}\boldsymbol{u}\mathrm{d}s \leqslant \int_{\alpha}^{\beta}\int_{s}^{\beta}\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{N}\boldsymbol{\xi}\mathrm{d}\boldsymbol{u}\mathrm{d}s + 2\int_{\alpha}^{\beta}\int_{s}^{\beta}\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{w}}(s)\mathrm{d}s$$

和

$$-\int_{\alpha}^{\beta}\int_{\alpha}^{s}\dot{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{u})\boldsymbol{X}\dot{\boldsymbol{w}}(\boldsymbol{u})\mathrm{d}\boldsymbol{u}\mathrm{d}s \leqslant \int_{\alpha}^{\beta}\int_{s}^{\beta}\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{N}\boldsymbol{\xi}\mathrm{d}\boldsymbol{u}\mathrm{d}s + 2\int_{\alpha}^{\beta}\int_{\alpha}^{s}\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{w}}(s)\mathrm{d}s$$

从而，引理 3 得证.

引理 4[12](逆凸不等式) 对于任意对称正定矩阵 $\boldsymbol{P}$，任意矩阵 $\boldsymbol{X}$，向量 $\boldsymbol{r}_1$，$\boldsymbol{r}_2$，以及正标量 a，b 满足 $a+b=1$，当 $\begin{bmatrix}\boldsymbol{P} & \boldsymbol{X}\\ * & \boldsymbol{P}\end{bmatrix}>0$ 时，有下面不等式成立：

$$-\frac{1}{a}\boldsymbol{r}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{r}_1-\frac{1}{b}\boldsymbol{r}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{r}_2 \leqslant -\begin{bmatrix}\boldsymbol{r}_1\\ \boldsymbol{r}_2\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\boldsymbol{P} & \boldsymbol{X}\\ * & \boldsymbol{P}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{r}_1\\ \boldsymbol{r}_2\end{bmatrix}$$

引理 5[9](环函数方法) 公式(8)的解 $r(t)$ 是渐近稳定的，当存在连续可微函数 V_a：$\mathbb{R}\to\mathbb{R}^{+}$，正标量 γ_1，γ_2 和 p，满足

$$\forall r\in\boldsymbol{R}^n,\ \gamma_1|r|^p\leqslant V_a(r)\leqslant\gamma_2|r|^p \tag{9}$$

以及存在分段连续可微函数 W：$[t_k, t_{k+1})\to\mathbb{R}$，$k\in\mathbb{N}$，满足

$$W(r(t_k))=W(r(t_{k+1}^{-})) \tag{10}$$

并且，对于所有 $t\in\mathbb{R}$，$k\in\mathbb{N}$，有

$$\dot{V}(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(V_a(t)+W(t))<0 \tag{11}$$

注释 1 在该方法中，式(10)的函数 W 被称为环函数. 相比于传统的 Lyapunov 稳定性定理，该方法在函数导数负定的条件中增加了环函数，并且其值在采样点之外是无约束的. 环函数的构建是降低保守性的关键，而如何构建环函数目前没有系统的方法.

定义 1[22] 在 $\boldsymbol{\omega}(t)=0$ 和标量 $\rho>0$，$\alpha>0$ 的条件下，假设式(8)是指数稳定的，有

$$\|\boldsymbol{r}(t)\|\leqslant\rho\mathrm{e}^{-\alpha(t-t_0)}\|\boldsymbol{r}_{t_0}\|_c \qquad \forall t\geqslant t_0$$

其中，

$$\|\boldsymbol{r}_t\|_c=\sup_{-\max\{d,h,t\}\leqslant\theta\leqslant 0}\{\|\boldsymbol{r}(t+\theta)\|,\ \|\dot{\boldsymbol{r}}(t+\theta)\|\}$$

定义 2[22] 如果满足如下 2 个条件，则式(8)是指数稳定且满足混合 H_∞ 无源性能指标 γ.

1) 在定义 1 条件下，式(8)所述系统是稳定的；

2) 在初始状态下，对于任意的 $t>0$ 和非零 $\boldsymbol{\omega}(t)\in L_2[0,\infty]$，存在标量 $\gamma>0$ 和 $\sigma\in[0,1]$ 满足

$$\int_0^t -\sigma\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{s})\boldsymbol{z}(\boldsymbol{s})+2(1-\sigma)\gamma\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{s})\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{s})\mathrm{d}s\geqslant-\gamma^2\int_0^t\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{s})\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{s})\mathrm{d}s$$

注释 2 考虑定义 1，误差系统没有外部干扰时，可表述为

$$\dot{\boldsymbol{r}}(t)=\boldsymbol{f}(t)+c_1(\boldsymbol{G}\otimes\boldsymbol{B})\boldsymbol{r}(t)+c_2(\boldsymbol{G}\otimes\boldsymbol{A})\boldsymbol{r}(t-d(t))+\boldsymbol{K}\boldsymbol{r}(t_k),\ t\in[t_k, t_{k+1}) \tag{12}$$

接下来，将研究式(12)的稳定性问题.

2 主要结论

在给出主要结论之前，为了书写简洁，首先给出下面的符号表达：

$$\bar{\boldsymbol{U}}=\frac{(I_N\otimes\boldsymbol{U})^{\mathrm{T}}(I_N\otimes\boldsymbol{V})}{2}+\frac{(I_N\otimes\boldsymbol{V})^{\mathrm{T}}(I_N\otimes\boldsymbol{U})}{2}$$

$$\bar{\boldsymbol{V}}=-\frac{(I_N\otimes\boldsymbol{U})^{\mathrm{T}}+(I_N\otimes\boldsymbol{V})^{\mathrm{T}}}{2}$$

$$\boldsymbol{v}_1=\frac{1}{t-t_k}\int_{t_k}^{t}\boldsymbol{r}(\boldsymbol{s})\mathrm{d}s$$

$$\boldsymbol{v}_2 = \frac{1}{t_{k+1}-t}\int_t^{t_{k+1}} \boldsymbol{r}(s)\mathrm{d}s$$

$$\boldsymbol{v}_3 = \frac{1}{d(t)}\int_{t-d(t)}^{t} \boldsymbol{r}(s)\mathrm{d}s$$

$$\boldsymbol{v}_4 = \frac{1}{d-d(t)}\int_{t-d}^{t-d(t)} \boldsymbol{r}(s)\mathrm{d}s$$

$$\boldsymbol{\xi}_1(t) = [\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(t),\ \dot{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{T}}(t),\ \boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(t-d(t)),\ \boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(t-d),\ \boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(t_k)]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\xi}(t) = [\boldsymbol{\xi}_1^{\mathrm{T}}(t),\ \boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(t_{k+1}),\ \boldsymbol{v}_1^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{v}_2^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{r}(t)),\ \boldsymbol{v}_3^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{v}_4^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\eta}_1(t,\ t_k) = [\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(t),\ \boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(t_k)]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\eta}_2(t_k,\ t_{k+1}) = [\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(t_k),\ \boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(t_{k+1})]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\eta}_3(t,\ t_{k+1}) = [\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(t),\ \boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(t_{k+1})]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\eta}_4(t,\ t_k) = \left[\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(t)-\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(t_k),\ \int_{t_k}^{t}\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s\right]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\eta}_5(t,\ t_{k+1}) = \left[\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(t)-\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(t_{k+1}),\ \int_{t}^{t_{k+1}}\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s\right]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{l}_i = [0_{n\times(i-1)n},\ I_n,\ 0_{n\times(11-i)n}] \qquad i=1,2,\cdots,11;\ \boldsymbol{l}_0 = 0_{n\times 11n}$$

2.1　增广 Lyapunov 泛函和环函数的构建

基于引理 5 和前面给出的符号定义，构建下面形式的增广 Lyapunov 泛函和环函数：

$$\boldsymbol{V}(t) = \sum_{i=1}^{4}\boldsymbol{V}_{ai}(t) + \sum_{j=1}^{8}W_j(t) \qquad t_k \leqslant t < t_{k+1} \tag{13}$$

其中：

$$\boldsymbol{V}_{a1}(t) = \boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{r}(t)$$

$$\boldsymbol{V}_{a2}(t) = \int_{t-d(t)}^{t}\boldsymbol{\eta}_1^{\mathrm{T}}(s,\ t_k)\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{\eta}_1(s,\ t_k)\mathrm{d}s$$

$$\boldsymbol{V}_{a3}(t) = \int_{t-d}^{t}\boldsymbol{\eta}_1^{\mathrm{T}}(s,\ t_k)\boldsymbol{Q}_2\boldsymbol{\eta}_1(s,\ t_k)\mathrm{d}s$$

$$\boldsymbol{V}_{a4}(t) = \int_{d}^{0}\int_{t+\theta}^{t}\dot{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Z}\dot{\boldsymbol{r}}(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta$$

$$W_1(t) = (t_{k+1}-t)(t-t_k)\boldsymbol{\eta}_2^{\mathrm{T}}(t_k,\ t_{k+1})\boldsymbol{T}\boldsymbol{\eta}_2(t_k,\ t_{k+1})$$

$$W_2(t) = (t_{k+1}-t)\boldsymbol{\eta}_1^{\mathrm{T}}(t,\ t_k)\Theta_1\boldsymbol{\eta}_1(t,\ t_k)$$

$$W_3(t) = (t-t_k)\boldsymbol{\eta}_3^{\mathrm{T}}(t,\ t_{k+1})\Theta_2\boldsymbol{\eta}_3(t,\ t_{k+1})$$

$$W_4(t) = 2\boldsymbol{\eta}_4^{\mathrm{T}}(t,\ t_k)\begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 \\ Y_3 & Y_4 \end{bmatrix}\boldsymbol{\eta}_5(t,\ t_{k+1})$$

$$W_5(t) = (t_{k+1}-t)\int_{t_k}^{t}\dot{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{U}_1\dot{\boldsymbol{r}}(s)\mathrm{d}s$$

$$W_6(t) = -(t-t_k)\int_{t}^{t_{k+1}}\dot{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{U}_2\dot{\boldsymbol{r}}(s)\mathrm{d}s$$

$$W_7(t) = (t_{k+1}-t)\int_{t_k}^{t}\int_{\theta}^{t}\dot{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{O}_1\dot{\boldsymbol{r}}(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta$$

$$W_8(t) = -(t-t_k)\int_{t}^{t_{k+1}}\int_{t}^{\theta}\dot{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{O}_2\dot{\boldsymbol{r}}(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta$$

其中，$\boldsymbol{P}_1,\boldsymbol{Q}_1,\boldsymbol{Q}_2,\boldsymbol{Z},\boldsymbol{U}_1,\boldsymbol{U}_2$ 以及 $\boldsymbol{O}_1,\boldsymbol{O}_2$ 是正定对称矩阵；$\boldsymbol{T}$ 是任意对称矩阵；$\boldsymbol{X}_i$，$\boldsymbol{Y}_i(i=1,\ 2,\ 3,\ 4)$ 是任意矩阵，

$$\Theta_1 = \begin{bmatrix} \dfrac{\boldsymbol{X}_1+\boldsymbol{X}_1^{\mathrm{T}}}{2} & -\boldsymbol{X}_1+\boldsymbol{X}_2 \\ * & -\boldsymbol{X}_2-\boldsymbol{X}_2^{\mathrm{T}}+\dfrac{\boldsymbol{X}_1+\boldsymbol{X}_1^{\mathrm{T}}}{2} \end{bmatrix}$$

$$\Theta_2=\begin{bmatrix}\frac{\boldsymbol{X}_3+\boldsymbol{X}_3^{\mathrm{T}}}{2} & -\boldsymbol{X}_3+\boldsymbol{X}_4\\ * & -\boldsymbol{X}_4-\boldsymbol{X}_4^{\mathrm{T}}+\frac{\boldsymbol{X}_3+\boldsymbol{X}_3^{\mathrm{T}}}{2}\end{bmatrix}$$

注释 3 该泛函采用了文献[10]中双环函数构造方法，相比文献[9]中仅考虑采样点 t_k 的信息，更多关于 t_{k+1} 的采样信息被引入. 而式(13)所给出的泛函在文献[10]的基础上，进一步引入了采样积分项，这种方式极大地降低了保守性.

2.2 同步稳定性判据

基于上面所构建的 Lyapunov 函数，并依据引理 5 可以推导出下面的稳定性定理.

定理 1 给定正常数 d,μ，公式(12)是指数稳定的，如果存在正定对称矩阵 $\boldsymbol{P}_1,\boldsymbol{Q}_1,\boldsymbol{Q}_2,\boldsymbol{Z},\boldsymbol{U}_1,\boldsymbol{U}_2$ 以及 $\boldsymbol{O}_1,\boldsymbol{O}_2$，对称矩阵 $\boldsymbol{T}$，任意矩阵 $\boldsymbol{X}_i(i=1,2,3,4)$，$\boldsymbol{Y}_i(i=1,2,3,4)$，$\boldsymbol{M}_i(i=1,2,3,4)$，$\boldsymbol{N}_i(i=1,2)$，$\boldsymbol{F}_i(i=1,2,3)$，在式(6)的条件下，满足下面的矩阵不等式组：

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Sigma}+h\boldsymbol{\Sigma}_k & \Xi_1\\ * & \Psi_1\end{bmatrix}<0 \tag{14}$$

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Sigma}+h\boldsymbol{\Sigma}_{k+1} & \Xi_2\\ * & \Psi_2\end{bmatrix}<0 \tag{15}$$

其中：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Sigma}=&\boldsymbol{\Pi}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{\Pi}_1-(1-\mu)\boldsymbol{\Pi}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{\Pi}_2+\boldsymbol{\Pi}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_2\boldsymbol{\Pi}_1-\boldsymbol{\Pi}_3^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_2\boldsymbol{\Pi}_3+\\&\mathrm{d}\boldsymbol{l}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{l}_2-\frac{1}{d}\boldsymbol{\Pi}_4^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{\Pi}_4-\frac{3}{d}\boldsymbol{\Pi}_5^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{\Pi}_5-\frac{1}{d}\boldsymbol{\Pi}_6^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{\Pi}_6-\\&\frac{3}{d}\boldsymbol{\Pi}_7^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{\Pi}_7-\boldsymbol{\Pi}_9^{\mathrm{T}}\Theta_1\boldsymbol{\Pi}_9+\boldsymbol{\Pi}_{11}^{\mathrm{T}}\Theta_2\boldsymbol{\Pi}_{11}+\frac{1}{2}h^2\boldsymbol{l}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{O}_1\boldsymbol{l}_2+\\&\frac{1}{2}h^2\boldsymbol{l}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{O}_2\boldsymbol{l}_2-\boldsymbol{\Pi}_c^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\overline{\boldsymbol{U}} & \overline{\boldsymbol{V}}\\ * & I\end{bmatrix}\boldsymbol{\Pi}_c+\mathrm{sym}\{\boldsymbol{l}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{l}_2+\\&\boldsymbol{\Pi}_{13}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_1\boldsymbol{l}_2+\boldsymbol{l}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_1\boldsymbol{\Pi}_{12}+\boldsymbol{l}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_3\boldsymbol{\Pi}_{13}-\boldsymbol{\Pi}_{12}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_2\boldsymbol{l}_1+\\&\boldsymbol{M}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Pi}_{12}+\boldsymbol{M}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Pi}_{14}-2\boldsymbol{M}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{l}_7+\boldsymbol{M}_3^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Pi}_{15}+\boldsymbol{M}_4^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Pi}_{16}-\\&2\boldsymbol{M}_4^{\mathrm{T}}\boldsymbol{l}_8+\boldsymbol{N}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Pi}_{17}+\boldsymbol{N}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Pi}_{18}+\boldsymbol{\Pi}_a^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Pi}_b\}\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_k=-\boldsymbol{\Pi}_8^{\mathrm{T}}\boldsymbol{T}\boldsymbol{\Pi}_8+\boldsymbol{l}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_2\boldsymbol{l}_2+\mathrm{sym}\{\boldsymbol{\Pi}_{11}^{\mathrm{T}}\Theta_2\boldsymbol{\Pi}_{10}+\boldsymbol{l}_7^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_3\boldsymbol{l}_2-\boldsymbol{l}_7^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_4\boldsymbol{l}_1\}$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{k+1}=\boldsymbol{\Pi}_8^{\mathrm{T}}\boldsymbol{T}\boldsymbol{\Pi}_8+\boldsymbol{l}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_1\boldsymbol{l}_2+\mathrm{sym}\{\boldsymbol{\Pi}_9^{\mathrm{T}}\Theta_1\boldsymbol{\Pi}_{10}+\boldsymbol{l}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_2\boldsymbol{l}_8+\boldsymbol{l}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_4\boldsymbol{l}_8\}$$

$$\boldsymbol{\Pi}_1=[\boldsymbol{l}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{l}_5^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{\Pi}_2=[\boldsymbol{l}_3^{\mathrm{T}},\boldsymbol{l}_5^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{\Pi}_3=[\boldsymbol{l}_4^{\mathrm{T}},\boldsymbol{l}_5^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\Pi}_4=\boldsymbol{l}_1-\boldsymbol{l}_3\quad \boldsymbol{\Pi}_5=\boldsymbol{l}_1+\boldsymbol{l}_3-\boldsymbol{l}_{10}\quad \boldsymbol{\Pi}_6=\boldsymbol{l}_3-\boldsymbol{l}_4$$

$$\boldsymbol{\Pi}_7=\boldsymbol{l}_3+\boldsymbol{l}_4-\boldsymbol{l}_{11}\quad \boldsymbol{\Pi}_8=[\boldsymbol{l}_5^{\mathrm{T}},\boldsymbol{l}_6^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{\Pi}_9=[\boldsymbol{l}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{l}_5^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\Pi}_{10}=[\boldsymbol{l}_2^{\mathrm{T}},\boldsymbol{l}_0^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{\Pi}_{11}=[\boldsymbol{l}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{l}_6^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{\Pi}_{12}=\boldsymbol{l}_1-\boldsymbol{l}_5$$

$$\boldsymbol{\Pi}_{13}=\boldsymbol{l}_1-\boldsymbol{l}_6\quad \boldsymbol{\Pi}_{14}=\boldsymbol{l}_1+\boldsymbol{l}_5\quad \boldsymbol{\Pi}_{15}=\boldsymbol{l}_6-\boldsymbol{l}_1$$

$$\boldsymbol{\Pi}_{16}=\boldsymbol{l}_6+\boldsymbol{l}_1\quad \boldsymbol{\Pi}_{17}=\boldsymbol{l}_1-\boldsymbol{l}_7\quad \boldsymbol{\Pi}_{18}=\boldsymbol{l}_8-\boldsymbol{l}_1$$

$$\boldsymbol{\Pi}_c=[\boldsymbol{l}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{l}_9^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{\Pi}_a=[\boldsymbol{l}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{l}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_2+\boldsymbol{l}_5^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_3]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\Pi}_b=-\boldsymbol{l}_2+\boldsymbol{l}_9+c_1(\boldsymbol{G}\otimes B)\boldsymbol{l}_1+c_2(\boldsymbol{G}\otimes\boldsymbol{A})\boldsymbol{l}_3+\boldsymbol{K}\boldsymbol{l}_5$$

$$\Xi_1=[h\boldsymbol{M}_1^{\mathrm{T}},h\boldsymbol{M}_2^{\mathrm{T}},\boldsymbol{N}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{N}_2^{\mathrm{T}}]$$

$$\Xi_2=[h\boldsymbol{M}_3^{\mathrm{T}},h\boldsymbol{M}_4^{\mathrm{T}},\boldsymbol{N}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{N}_2^{\mathrm{T}}]$$

$$\Psi_1=\mathrm{diag}\{-h\boldsymbol{U}_1,-3h\boldsymbol{U}_1,-2\boldsymbol{O}_1,-2\boldsymbol{O}_2\}$$

$$\Psi_2=\mathrm{diag}\{-h\boldsymbol{U}_2,-3h\boldsymbol{U}_2,-2\boldsymbol{O}_1,-2\boldsymbol{O}_2\}$$

证 选择式(13)的 Lyapunov 泛函以及环函数. 当 $\boldsymbol{P}_1,\boldsymbol{Q}_1,\boldsymbol{Q}_2,\boldsymbol{Z}$ 为正定矩阵时，函数 $\boldsymbol{V}_{ai}(i=1,$

2，3，4）> 0，并且函数 $W(t)$ 在采样时间点的值为 0，因此函数 $V(t)$ 是连续的. 对该函数求导后，会出现非线性项，无法直接求解. 下面将依次对这些非线性项利用文章第一部分给出的积分不等式方法进行线性化处理.

利用引理 1，有

$$-\int_{t-d}^{t}\dot{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Z}\dot{\boldsymbol{r}}(s)\mathrm{d}s=-\int_{t-d(t)}^{t}\dot{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Z}\dot{\boldsymbol{r}}(s)\mathrm{d}s-\int_{t-d}^{t-d(t)}\dot{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Z}\dot{\boldsymbol{r}}(s)\mathrm{d}s\leqslant$$
$$\frac{1}{d}\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(t)\{-\boldsymbol{\Pi}_4^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{\Pi}_4-3\boldsymbol{\Pi}_5^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{\Pi}_5-\boldsymbol{\Pi}_6^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{\Pi}_6-3\boldsymbol{\Pi}_7^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{\Pi}_7\}\boldsymbol{\xi}(t) \tag{16}$$

接着，利用引理 2 估计上述积分项，有

$$\begin{aligned}
&-\int_{t_k}^{t}\dot{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{U}_1\dot{\boldsymbol{r}}(s)\mathrm{d}s-\int_{t}^{t_k}\dot{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{U}_1\dot{\boldsymbol{r}}(s)\mathrm{d}s\leqslant\\
&\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(t)\{(t-t_k)(\boldsymbol{M}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_1^{-1}\boldsymbol{M}_1+\frac{1}{3}\boldsymbol{M}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_1^{-1}\boldsymbol{M}_2)+\\
&(t_{k+1}-t)(\boldsymbol{M}_3^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_2^{-1}\boldsymbol{M}_3+\frac{1}{3}\boldsymbol{M}_4^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_2^{-1}\boldsymbol{M}_4)+\\
&\mathrm{sym}\{M_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Pi}_{12}+M_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Pi}_{14}-2M_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{l}_7\}+\\
&\mathrm{sym}\{M_3^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Pi}_{15}+M_4^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Pi}_{16}-2M_4^{\mathrm{T}}\boldsymbol{l}_8\}\}\boldsymbol{\xi}(t)
\end{aligned}\tag{17}$$

其中，$\boldsymbol{M}_i(i=1, 2, 3, 4)$ 是任意合适维度的矩阵.

利用引理 3 处理二重积分项，有

$$-\int_{t_k}^{t}\int_{\theta}^{t}\dot{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{O}_1\dot{\boldsymbol{r}}(s)\mathrm{d}s\,\mathrm{d}\theta-\int_{t}^{t_{k+1}}\int_{t}^{\theta}\dot{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{O}_2\dot{\boldsymbol{r}}(s)\mathrm{d}s\,\mathrm{d}\theta\leqslant$$
$$\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(t)\left\{\frac{1}{2}\boldsymbol{N}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{O}_1^{-1}\boldsymbol{N}_1+\frac{1}{2}\boldsymbol{N}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{O}_2^{-1}\boldsymbol{N}_2+\mathrm{sym}\{\boldsymbol{N}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Pi}_{17}+\boldsymbol{N}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Pi}_{18}\}\right\}\boldsymbol{\xi}(t) \tag{18}$$

其中，$\boldsymbol{N}_1, \boldsymbol{N}_2$ 是任意合适维度的矩阵.

另外，根据非线性函数 $\boldsymbol{f}$ 所需条件(见式(2))，存在常数 $\varepsilon>0$，使得下式成立：

$$-\varepsilon\begin{bmatrix}\boldsymbol{r}(t)\\ g(\boldsymbol{r}(t))\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\bar{\boldsymbol{U}} & \bar{\boldsymbol{V}}\\ * & I\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{r}(t)\\ g(\boldsymbol{r}(t))\end{bmatrix}\geqslant 0 \tag{19}$$

同时，根据系统方程(12)，对于任意矩阵 $\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \boldsymbol{F}_3$ 存在下面的零等式：

$$\begin{aligned}
0=&2[\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{F}_1+\dot{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{F}_2+\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(t_k)\boldsymbol{F}_3]\times\\
&[-\dot{\boldsymbol{r}}(t)+\boldsymbol{f}(t)+c_1(\boldsymbol{G}\otimes\boldsymbol{B})\boldsymbol{r}(t)+c_2(\boldsymbol{G}\otimes\boldsymbol{A})\boldsymbol{r}(t-d(t))+\boldsymbol{K}\boldsymbol{r}(t_k)]
\end{aligned}\tag{20}$$

最后，综合上面的不等式与零等式，可以推出泛函导数的上界为

$$\begin{aligned}
\dot{\boldsymbol{V}}(t)\leqslant&\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(t)\Big\{\boldsymbol{\Sigma}+\frac{1}{2}\boldsymbol{N}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{O}_1^{-1}\boldsymbol{N}_1+\frac{1}{2}\boldsymbol{N}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{O}_2^{-1}\boldsymbol{N}_2+(t-t_k)(\boldsymbol{\Sigma}_k+(\boldsymbol{M}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_1^{-1}\boldsymbol{M}_1+\frac{1}{3}\boldsymbol{M}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_1^{-1}\boldsymbol{M}_2))+\\
&(t_{k+1}-t)(\boldsymbol{\Sigma}_{k+1}+(\boldsymbol{M}_3^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_2^{-1}\boldsymbol{M}_3+\frac{1}{3}\boldsymbol{M}_4^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_2^{-1}\boldsymbol{M}_4))\Big\}\boldsymbol{\xi}(t)
\end{aligned}\tag{21}$$

根据 Schur 补引理，当不等式(14)，(15) 成立时，式(21) 中函数的导数负定，即满足引理 5 中的公式(11).

最后，如果 $\dot{\boldsymbol{V}}(t)\leqslant 0$，一定存在 $\rho>0$，$\alpha>0$，使得

$$\|\boldsymbol{r}(t)\|\leqslant\rho\mathrm{e}^{-\alpha(t-t_0)}\|\boldsymbol{r}_{t_0}\|_c\qquad\forall t\geqslant t_0 \tag{22}$$

因此，证明定理 1 是该系统指数稳定的充分条件. 证毕.

2.3　采样控制器设计

基于定理 1 的稳定性判据，给出下面的控制器设计方法.

推论 1　给定正常数 d, μ, γ, σ，公式(8) 是指数稳定的，如果存在正定对称矩阵 $\boldsymbol{P}_1$，$\boldsymbol{Q}_1$，$\boldsymbol{Q}_2$，$\boldsymbol{Z}$，$\boldsymbol{U}_1$，$\boldsymbol{U}_2$ 以及 $\boldsymbol{O}_1$，$\boldsymbol{O}_2$，对称矩阵 $\boldsymbol{T}$，任意矩阵 $\boldsymbol{X}_i(i=1, 2, 3, 4)$，$\boldsymbol{Y}_i(i=1, 2, 3, 4)$，$\boldsymbol{M}_i(i=1, 2, 3, 4)$，

$\boldsymbol{N}_i(i=1,2)$，$\boldsymbol{F}_i(i=1,2,\cdots,\boldsymbol{N})$，$\boldsymbol{H}_i(i=1,2,\cdots,\boldsymbol{N})$，$\boldsymbol{H}=\operatorname{diag}\{\boldsymbol{H}_1,\boldsymbol{H}_2,\cdots,\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{N}}\}$，$\boldsymbol{F}=\operatorname{diag}\{\boldsymbol{F}_1,\boldsymbol{F}_2,\cdots,\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{N}}\}$，在式(6)的条件下，满足下面的矩阵不等式组成立：

$$\begin{bmatrix}\overline{\boldsymbol{\Sigma}}+h\boldsymbol{\Sigma}_k & \Xi_1\\ * & \Psi_1\end{bmatrix}<0 \tag{23}$$

$$\begin{bmatrix}\overline{\boldsymbol{\Sigma}}+h\boldsymbol{\Sigma}_{k+1} & \Xi_2\\ * & \Psi_2\end{bmatrix}<0 \tag{24}$$

其中，

$$\overline{\boldsymbol{\Sigma}}=\boldsymbol{\Sigma}-\operatorname{sym}\{\boldsymbol{\Pi}_a^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Pi}_b\}+\operatorname{sym}\{\overline{\boldsymbol{\Pi}}_a^{\mathrm{T}}\overline{\boldsymbol{\Pi}}_b\}+\sigma[\boldsymbol{J}\boldsymbol{l}_1]^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{J}\boldsymbol{l}_1]-\operatorname{sym}\{(1-\sigma)\gamma[\boldsymbol{J}\boldsymbol{l}_1]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{l}_{12}\}-\gamma^2\boldsymbol{l}_{12}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{l}_{12}$$

$$\overline{\boldsymbol{\Pi}}_a=[\boldsymbol{l}_1^{\mathrm{T}}+1.5\boldsymbol{l}_2^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{l}_5^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$$

$$\overline{\boldsymbol{\Pi}}_b=-\boldsymbol{F}\boldsymbol{l}_2+\boldsymbol{F}\boldsymbol{l}_9+\boldsymbol{F}c_1(\boldsymbol{G}\otimes\boldsymbol{B})\boldsymbol{l}_1+\boldsymbol{F}c_2(\boldsymbol{G}\otimes\boldsymbol{A})\boldsymbol{l}_3$$

$$\boldsymbol{l}_i=[0_{n\times(i-1)n},\ I_n,\ 0_{n\times(12-i)n}]\qquad i=1,2,\cdots,12;\ \boldsymbol{l}_0=0_{n\times12n}$$

其他符号与定理1中相同. 另外，系统满足混合 H_∞ 无源性能指标 γ，并且保证误差系统同步稳定的控制器增益为 $\boldsymbol{K}=\boldsymbol{F}^{-1}\boldsymbol{H}$.

证 首先需要证明推论1是系统稳定的充分性条件，该过程与定理1基本相同，这里不再赘述. 而获得控制器增益的关键，在于如何处理式(20)中的零等式.

首先，定义 $\boldsymbol{\zeta}(t)=[\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(t),\boldsymbol{w}(t)]^{\mathrm{T}}$，接着设定，

$$\boldsymbol{F}_1=\boldsymbol{F}_3=\boldsymbol{F},\ \boldsymbol{F}_2=1.5\boldsymbol{F} \tag{25}$$

于是有

$$\begin{aligned}0=2[&\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(t)+1.5\dot{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{T}}(t)+\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(t_k)]^{\mathrm{T}}\times[-\boldsymbol{F}\dot{\boldsymbol{r}}(t)+\boldsymbol{F}\boldsymbol{f}(t)+\\ &\boldsymbol{F}c_1(\boldsymbol{G}\otimes\boldsymbol{B})\boldsymbol{r}(t)+\boldsymbol{F}c_2(\boldsymbol{G}\otimes\boldsymbol{A})\boldsymbol{r}(t-d(t))+\\ &\boldsymbol{H}\boldsymbol{r}(t_k)+\boldsymbol{F}\boldsymbol{\omega}(t)]=\operatorname{sym}\{\overline{\boldsymbol{\Pi}}_a^{\mathrm{T}}\overline{\boldsymbol{\Pi}}_b\}\end{aligned} \tag{26}$$

其中 $\boldsymbol{H}=\boldsymbol{F}\boldsymbol{K}$. 证毕.

注释4 在式(20)中，$\boldsymbol{K}$，$\boldsymbol{F}_1$，$\boldsymbol{F}_2$，$\boldsymbol{F}_3$ 都是未给定矩阵，因此无法通过定理1计算出控制器增益. 与文献[18]、[19]、[20]、[21]中相同，利用线性变换进行处理.

3 仿真实例

下面通过一个具体的例子，证明本文给出方法的优越性与可行性.

例1 对于公式(8)，其内耦合矩阵与外耦合矩阵分别为

$$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{G}=\begin{bmatrix}-1&0&1\\0&-1&1\\1&1&-2\end{bmatrix}$$

假设，$d(t)=(0.125+0.125\sin(4t))$，函数 $\boldsymbol{f}$ 为

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_i(t))=\begin{bmatrix}-0.5x_{i1}(t)+\tanh(0.2x_{i1}(t))+0.2x_{i2}(t)\\0.95x_{i2}(t)-\tanh(0.75x_{i2}(t))\end{bmatrix}$$

此函数满足式(2)，并且有

$$\boldsymbol{U}=\begin{bmatrix}-0.5&0.2\\0&0.95\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{V}=\begin{bmatrix}-0.3&0.2\\0&0.2\end{bmatrix}$$

该实例被广泛利用于比较算法保守性的大小.

下面，我们将考虑 2 种情况来分析系统.

情况 1：$c_1=0$，$c_2=0.5$，$\boldsymbol{J}=\boldsymbol{I}_3\otimes\boldsymbol{I}_2$，$\omega(t)=0$，$\sigma=0$；

情况 2：$c_1=0.3$，$c_2=0.4$，$\boldsymbol{J}=\boldsymbol{I}_3\otimes\boldsymbol{I}_2$，$\omega(t)=\dfrac{0.2}{1+t^2}$.

对于情况 1，基于定理 2，可以计算出最大允许采样区间 $h=1.3117$. 在表 1 中，分别列举了近年来相关文献的结果. 本文方法所得结果相比之前的文献都有一定的提升，这也证明推论 1 相比所列文献的成果具有更小的保守性，即本文方法所设计的控制器可以保证系统在更大的采样区间保证系统的性能. 另外，还可以看出，耦合强度的变化直接影响时滞上界的取值，并且呈现反向变化趋势，即耦合强度越大，时滞间隔越小.

下面通过仿真来说明方法的可行性. 设定 $h=0.5$，根据推论 1 推导出控制器的数值为

$$\boldsymbol{K}_1=\boldsymbol{K}_2=\begin{bmatrix}-0.8713 & -0.1152\\ 0.0218 & -1.3293\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{K}_3=\begin{bmatrix}-0.4864 & -0.1317\\ 0.0142 & -1.1016\end{bmatrix}$$

表 1　当 $h_1=10^{-2}$ 时不同 c 下采样间隔上界 h_2

文献	$c_2=0.5$	提升/%	$c_2=0.75$
[15]	0.557 3	135.36	0.227 7
[16]	0.901 6	45.48	0.895 7
[18]	0.922 5	42.18	0.753 0
[22]	0.935 3	40.24	0.906 2
[23]	1.066 6	22.97	1.027 7
[24]	1.124 6	16.63	—
[25]	1.156 4	13.42	—
推论 1	1.311 7	100	1.189 0

表 2　不同 σ 下的性能指标 γ

σ	0.10	0.50	0.90
[22]	0.832 8	0.960 9	1.877 4
本文	0.126 3	0.123 7	0.149 4

假设初始状态值为：$\boldsymbol{x}_1(0)=(6,-4)$，$\boldsymbol{x}_2(0)=(3,-5)$，$\boldsymbol{x}_3(0)=(-4,5)$，$\boldsymbol{s}(0)=(2,-1)$. 将上述控制器代入到系统中，在假设的初始值下，利用 Matlab 对系统状态进行仿真，其中，图 1 是控制输入轨迹图，图 2 是无控制输入的状态轨迹图，图 3 是控制输入下的状态轨迹图. 从图 2 可以看出无控制输入下的公式(8)是不稳定的，而图 3 中的状态轨迹在时变采样间隔下随着时间的增加是趋于稳定的，说明所得控制器是有效的.

下面我们将在情况 2 条件下讨论系统混合 H_∞ 无源性能. 由推论 1 可以得到在相同采样区间下的更小允许指标 γ. 当 $h=0.05$ 时，表 2 中列出了在不同 σ 下的最小允许 γ，并且与文献[22]的结果相比，推论 1 的值更小，这也说明了本文方法相比文献[22]保守性更小.

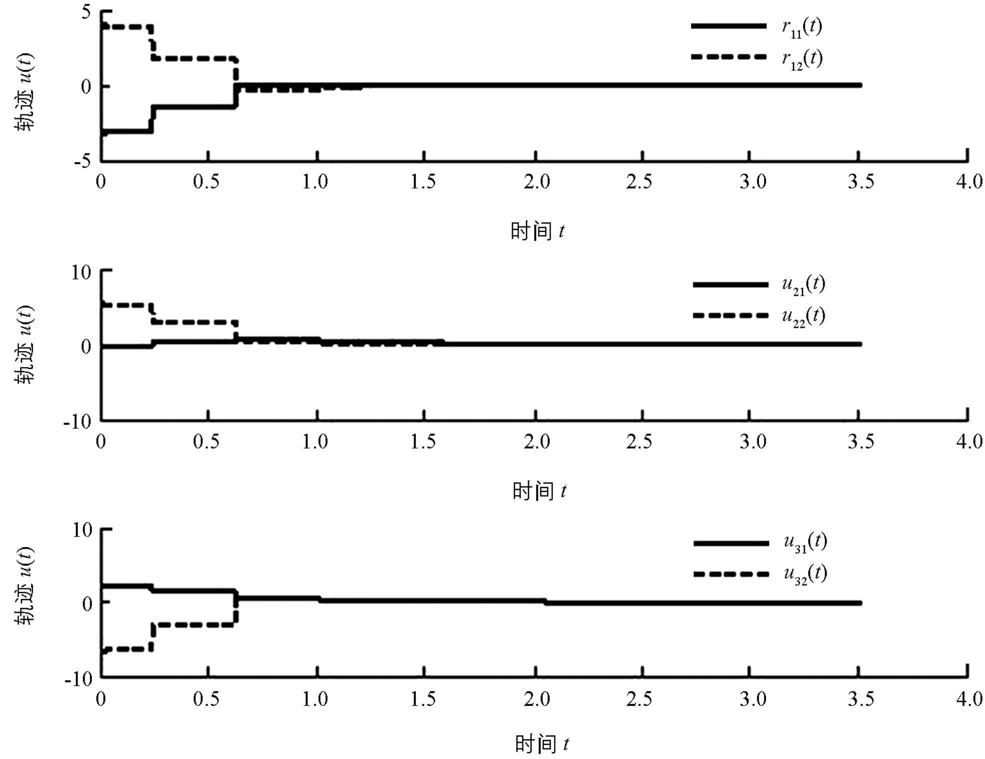

图 1　控制输入 $u(t)$(情况 1)

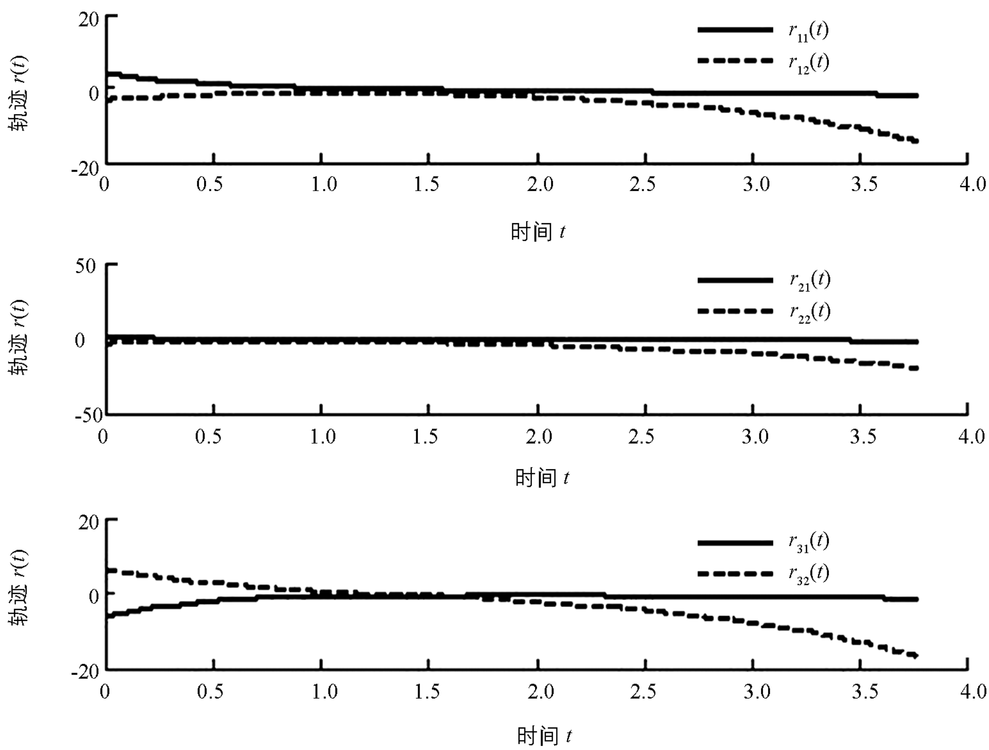

图 2　无控制输入下公式(8)的状态轨迹 $r(t)$(情况 1)

对于情况 2，假定 $\sigma=0.5$，$\gamma=0.4$，利用推论 1 得到控制器的参数为

$$
\boldsymbol{K}_1=\boldsymbol{K}_2=\begin{bmatrix} -3.5640 & -0.1740 \\ 0.0038 & -7.2185 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{K}_3=\begin{bmatrix} -2.9998 & -0.1802 \\ -0.0010 & -6.7300 \end{bmatrix}
$$

假设初始状态值为：$\boldsymbol{x}_1(0)=(9, -4)$，$\boldsymbol{x}_2(0)=(5, -9)$，$\boldsymbol{x}_3(0)=(-4, 5)$，$\boldsymbol{s}(0)=(2, -1)$. 同样利用

Matlab 对系统状态进行仿真，其中，图 4 是控制输入轨迹图；图 5 是无控制输入的状态轨迹图，从图中可看出轨迹在无控制状态下是发散的；图 6 是控制输入下的状态轨迹图，当系统获得本文设计的反馈控制，系统是可以趋向于稳定的. 从图形中可以看出在情况 2 时，所得控制器同样是有效的.

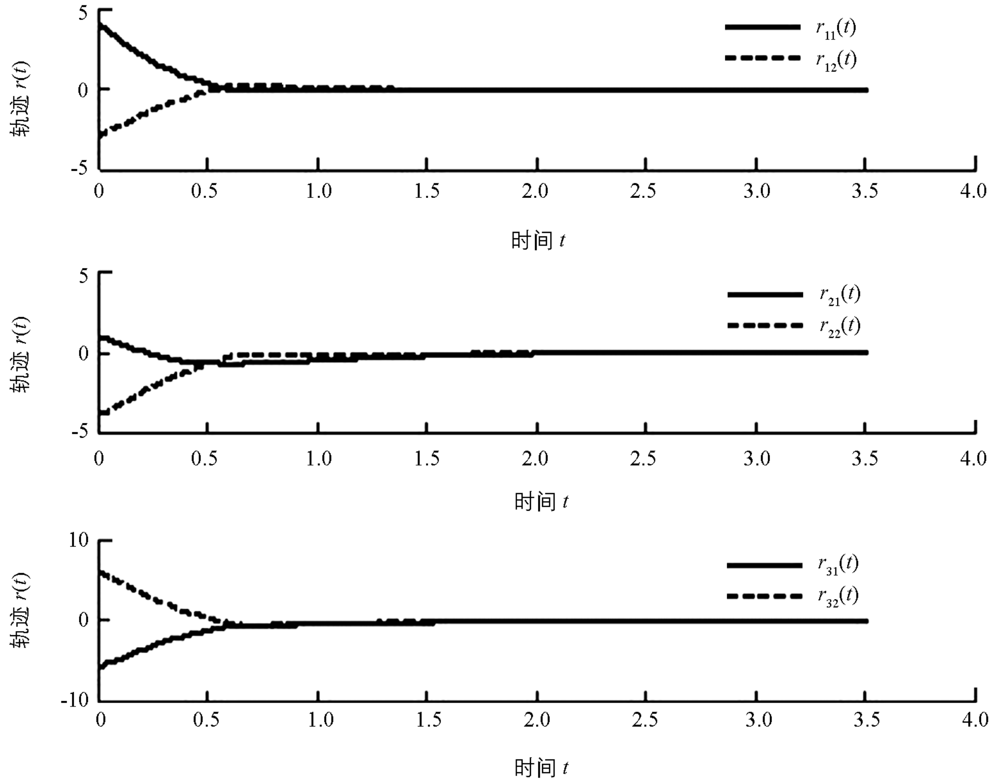

图 3　控制输入下公式(8) 的状态轨迹 $r(t)$(情况 1)

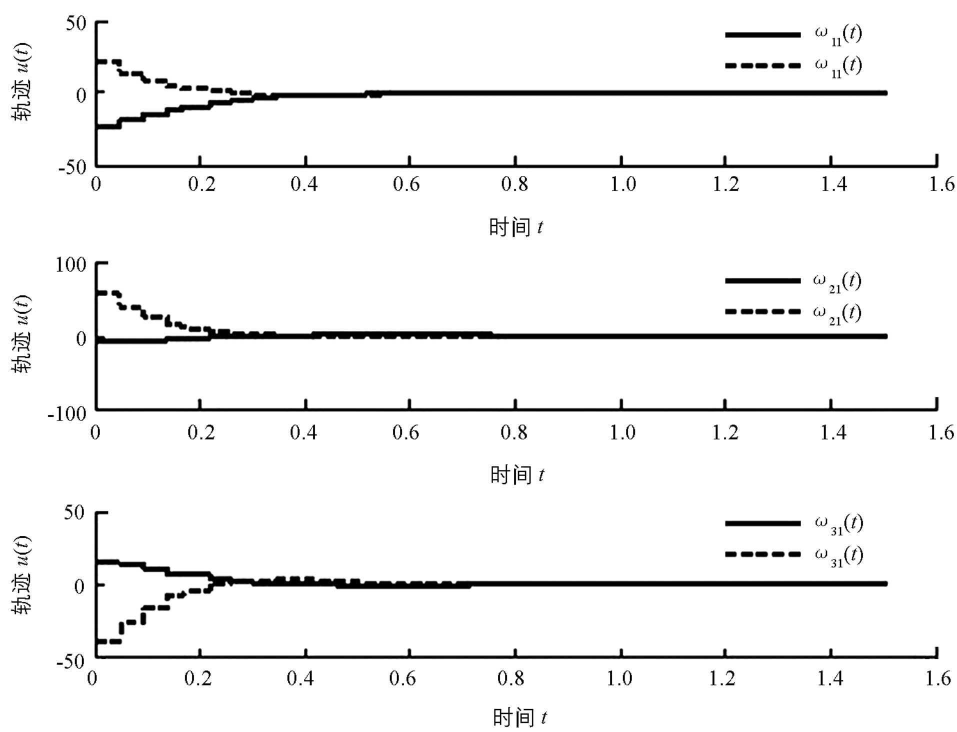

图 4　控制输入 $u(t)$(情况 2)

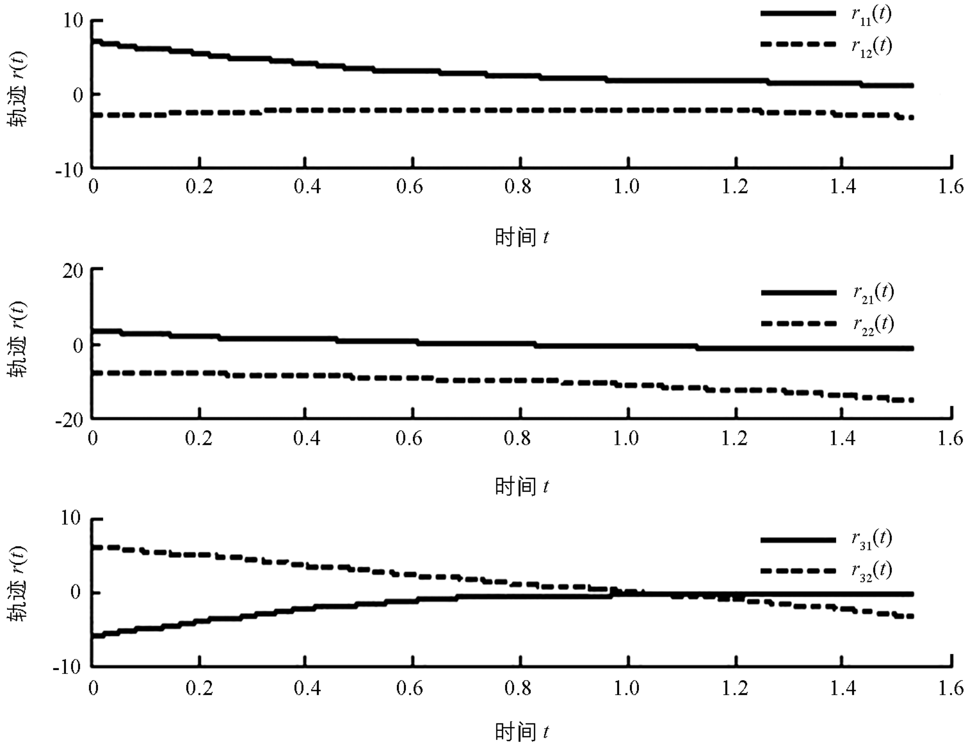

图 5 无控制输入下公式(8)的状态轨迹 $r(t)$(情况 2)

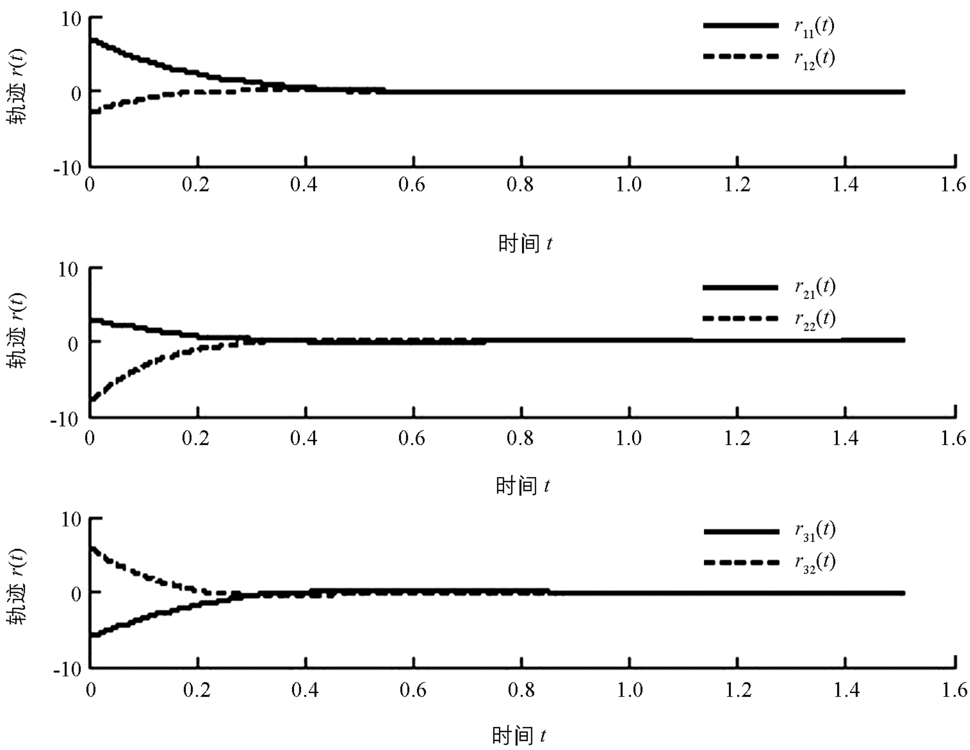

图 6 控制输入下公式(8)的状态轨迹 $r(t)$(情况 2)

4 结 论

复杂网络的研究已经慢慢深入到各个领域中，并且随着计算机技术的飞速发展，仍然具有巨大的研究潜力．本文对时变时滞复杂动态网络的同步控制问题进行了研究，基于环函数方法构造了新的增广 Lyapunov 泛函和环函数，并给出混合 H_∞ 无源采样控制器的设计方法．通过最后的数值仿真对比可以看

出，推论 1 所给出的稳定性条件相比所列文献具有更小的保守性，并且在仿真图中可以看出获得的控制器是可行的.

未来，时滞系统与采样控制方法依然是自动控制研究的热点问题，主要有以下 2 个研究方向：一是利用新的不等式计算系统所允许的最大时滞上界；二是构建新的泛函，获得更大的采样间隔，降低稳定性定理的保守性.

参考文献：

[1] XU M，WANG J L，HUANG Y L，et al. Pinning Synchronization of Complex Dynamical Networks with and without Time-Varying Delay [J]. Neurocomputing，2017，266：263-273.

[2] JIN X Z，PARK J H. Adaptive Sliding-mode Insensitive Control of a Class of Non-ideal Complex Networked Systems [J]. Information Sciences，2014，274：273-285.

[3] ZHU J W，YANG G H. Robust H_∞ Dynamic Output Feedback Synchronization for Complex Dynamical Networks with Disturbances [J]. Neurocomputing，2016，175：287-292.

[4] LI H J. Sampled-data State Estimation for Complex Dynamical Networks with Time-varying Delay and Stochastic Sampling [J]. Neurocomputing，2014，138：78-85.

[5] CHEN T W，FRANCIS B A. H2-Optimal SD Control [M] //Optimal Sampled-Data Control Systems. London：Springer London，1995：281-308.

[6] FUJIOKA H. A Discrete-Time Approach to Stability Analysis of Systems with Aperiodic Sample-and-Hold Devices [J]. IEEE Transactions on Automatic Control，2009，54(10)：2440-2445.

[7] FRIDMAN E，SEURET A，RICHARD J P. Robust Sampled-data Stabilization of Linear Systems：an Input Delay Approach [J]. Automatica，2004，40(8)：1441-1446.

[8] FRIDMAN E. A Refined Input Delay Approach to Sampled-data Control [J]. Automatica，2010，46(2)：421-427.

[9] SEURET A. A Novel Stability Analysis of Linear Systems under Asynchronous Samplings [J]. Automatica，2012，48(1)：177-182.

[10] ZENG H B，TEO K L，HE Y. A New Looped-functional for Stability Analysis of Sampled-data Systems [J]. Automatica，2017，82：328-331.

[11] SEURET A，GOUAISBAUT F. Wirtinger-based Integral Inequality：Application to Time-delay Systems [J]. Automatica，2013，49(9)：2860-2866.

[12] PARK P，KO J W，JEONG C. Reciprocally Convex Approach to Stability of Systems with Time-varying Delays [J]. Automatica，2011，47(1)：235-238.

[13] ZHANG Y J，YUE D，TIAN E G. New Stability Criteria of Neural Networks with Interval Time-varying Delay：a Piecewise Delay Method [J]. Applied Mathematics and Computation，2009，208(1)：249-259.

[14] ZENG H B，TEO K L，HE Y，et al. Sampled-data Synchronization Control for Chaotic Neural Networks Subject to Actuator Saturation [J]. Neurocomputing，2017，260：25-31.

[15] WU Z G，PARK J H，SU H Y，et al. Exponential Synchronization for Complex Dynamical Networks with Sampled-data [J]. Journal of the Franklin Institute，2012，349(9)：2735-2749.

[16] WU Z G，SHI P，SU H Y，et al. Sampled-Data Exponential Synchronization of Complex Dynamical Networks with Time-Varying Coupling Delay [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems，2013，24(8)：1177-1187.

[17] ZENG D Q，ZHANG R M，ZHONG S M，et al. Sampled-data Synchronization Control for Markovian Delayed Complex Dynamical Networks via a Novel Convex Optimization Method [J]. Neurocomputing，2017，266：606-618.

[18] WANG J Y，ZHANG H G，WANG Z S. Sampled-data Synchronization for Complex Networks Based on Discontinuous LKF and Mixed Convex Combination [J]. Journal of the Franklin Institute，2015，352(11)：4741-4757.

[19] SU L，YE D，YANG X. Dissipative-based Sampled-data Synchronization Control for Complex Dynamical Networks with Time-varying Delay [J]. Journal of the Franklin Institute，2017，354(15)：6855-6876.

[20] WANG J, SU L, SHEN H, et al. Mixed H_∞/passive Sampled-data Synchronization Control of Complex Dynamical Networks with Distributed Coupling Delay [J]. Journal of the Franklin Institute, 2017, 354(3): 1302-1320.

[21] LEE H M, KWON W, LEE S, et al. Further Results on Sampled-Data Synchronization for Complex Dynamical Networks with Time-Varying Coupling Delay [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2018, 2018: 1-11.

[22] SU L, SHEN H. Mixed H_∞/passive Synchronization for Complex Dynamical Networks with Sampled-data Control [J]. Applied Mathematics and Computation, 2015, 259: 931-942.

[23] LIU Y J, GUO B Z, PARK J H, et al. Nonfragile Exponential Synchronization of Delayed Complex Dynamical Networks with Memory Sampled-Data Control [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2018, 29(1): 118-128.

[24] ZHANG R M, ZENG D Q, PARK J H, et al. Nonfragile Sampled-Data Synchronization for Delayed Complex Dynamical Networks with Randomly Occurring Controller Gain Fluctuations [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2018, 48(12): 2271-2281.

[25] YANG H L, SHU L, ZHONG S M, et al. Extended Dissipative Exponential Synchronization of Complex Dynamical Systems with Coupling Delay and Sampled-data Control [J]. Journal of the Franklin Institute, 2016, 353(8): 1829-1847.

Mixed H_∞ and Passive Sampled-Data Synchronization of Complex Dynamical Networks via Looped-Functional Approach

CHEN Yin-gang[1], LI Han-xiong[2]

1. Foundation Department, Jiangsu Urban and Rural Construction Vocational College, Changzhou JiangSu 213147, China;
2. School of Electrical Information Engineering, Yunnan Minzu University, Kunming 650031, China

Abstract: Based on looped-functional approach, this paper investigates the issue of mixed H_∞ and passive sampled-data synchronization of complex dynamical networks. Firstly, based on the time-delay model and taking into consideration the information of both t_k and t_{k+1}, a new Lyapunov function and looped-function are constructed. Then, a novel stability criterion that ensures the exponential synchronization of the system is derived, where nonlinear integrals in the derivative of the functional are estimated by free-weighting-matrix inequalities without the inverse coefficient. Based on the criterion, a synchronous sampled-data controller is designed. Finally, numerical simulations show that the obtained criterion is less conservative than the results given in the available literature and that the controller is feasible.

Key words: complex dynamical networks; looped-functional approach; sampled-data controller

责任编辑 崔玉洁