第 43 卷第 2 期　西南大学学报(自然科学版)　2021 年 2 月
Vol. 43 No. 2　Journal of Southwest University (Natural Science Edition)　Feb. 2021

DOI：10.13718/j.cnki.xdzk.2021.02.012

完全图 K_{2^n} 的边传递循环覆盖

刘　寅，　王　鼎

云南师范大学 数学学院，昆明 650500

摘要：图的正则覆盖是代数图论中的重要研究课题之一，一来传递图的正则覆盖包含了十分丰富的理论和技巧；二来许多传递图的刻画可以规约为较小的传递图的覆盖. 完全图作为典型的对称图类，作为正规商图出现在很多传递图类的研究中. 为了研究一些重要的传递图具有较弱对称性的正则覆盖问题，利用有限群论的技巧和陪集图的相关性质，刻画了 2^n 阶完全图上的边传递循环覆盖，并通过作覆盖图的正规商图的方法，构造出了两类完全图的边传递循环覆盖，由此发现了一些新的图类.

关　键　词：完全图；循环群；覆盖；正规商图

中图分类号：O157.5　　**文献标志码：A**　　**文章编号：**1673－9868(2021)02－0090－05

在群论中，有限群被其真子群覆盖的问题是一个有趣的课题，并有丰富的结论[1-5]. 在组合数学中，图的覆盖问题也是一个热门课题，覆盖图的各种结构在代数图论和拓扑图论中都有重要作用. 文献[6-8]建立了图的覆盖的一些基本理论，并成功地应用于分类某些小度数的对称图. 文献[9-10]利用计算机理论，分别对 3 度图和 Heawood 图的弧传递交换正则覆盖进行了刻画. 特别地，完全图作为一类典型的对称图，常常作为正规商图出现在大量的对称图的研究中，其覆盖问题也受到了众多的关注. 文献[11-12]确定了完全图的 2-弧传递循环覆盖和初等交换正则覆盖. 文献[13]在对一类立方图的研究中也刻画了完全图 K_4 的 s-正则循环覆盖和初等交换覆盖. 近年来，文献[14]利用电压赋值的方法刻画了完全图 K_8 的素数阶弧传递循环正则覆盖，其为 K_8 的标准双覆盖 $K_{8,8}-8K_2$. 本文将图的顶点数 8 推广到一般的情况，主要考虑了完全图 K_{2^n}($n\geqslant 3$)的边传递循环正则覆盖，拓展了文献[14]的结果，并得到了一些新的图类.

1　预备知识

若无特殊说明，本文提到的图都是度数大于 2 的无向且连通的单图. 对于正整数 n，用 C_n 表示 n 阶循环群. 对于两个群 N 和 H，用 $N\times H$ 表示 N 与 H 的直积，用 $N\circ H$ 表示 N 与 H 的中心积，用 $N\cdot H$ 表示 N 被 H 的扩张，当这个扩张可裂时，用 $N:H$ 表示.

引理 1[15]　设 $\Gamma=\mathrm{Cos}(G, H, HgH)$，则下列结论成立：

(i) Γ 为连通图当且仅当 $\langle H, g\rangle=G$；

(ii) Γ 为无向图当且仅当 $g^2\in H$，此时 Γ 的度数为 $|H:H\cap H^g|$.

反之，每个 G-弧传递图都同构于陪集图 $\mathrm{Cos}(G, G_\alpha, G_\alpha hG_\alpha)$，其中 h 为 G 的 2-元素，且 $h^2\in G_\alpha$，$\langle G_\alpha, h\rangle=G$.

引理 2[16]　设 Γ 为 G-点传递局部本原图，$N\lhd G$ 在 $V\Gamma$ 上至少有 3 个轨道，则：

(i) N 在 $V\Gamma$ 上半正则，$G/N\leqslant \mathrm{Aut}\Gamma_N$，$\Gamma_N$ 为 G/N-局部本原图，且 Γ 为 Γ_N 的 N-覆盖；

收稿日期：2020－06－17

基金项目：云南省应用基础研究项目(2017FD071)；云南省教育厅科学研究基金项目(2019J0026).

作者简介：刘　寅，博士，讲师，主要从事置换群与代数图论方面的研究.

(ii) $G_\alpha \cong (G/N)_\delta$，其中 $\alpha \in V\Gamma$，$\delta \in V\Gamma_N$.

引理 3[17]　设 H 为非交换单群 T 的指数为 2^n 的真子群，则 $T \cong A_{2^n}$，$H \cong A_{2^n-1}$，或者 $T \cong \mathrm{PSL}(d, p)$，$H$ 为 T 的极大抛物子群且 $\dfrac{q^d-1}{q-1} = 2^n$.

引理 4　设 q，d，n 均为正整数，若 $\dfrac{q^d-1}{q-1} = 2^n$，则 d 必为素数.

证　假设 d 不为素数，则 d 可表示为 $d = d_1 d_2$，其中 d_1 为正整数，d_2 为素数. 已知

$$2^n = \frac{q^d-1}{q-1} = \frac{(q^{d_1}-1)(1+q^{d_1}+\cdots+q^{(d_2-1)d_1})}{q-1} = (1+q+\cdots+q^{d_1-1})(1+q^{d_1}+\cdots+q^{(d_2-1)d_1})$$

则存在正整数 $e_1 \leqslant e_2 < n$，使得

$$1+q+\cdots+q^{d_1-1} = 2^{e_1} \qquad 1+q^{d_1}+\cdots+q^{(d_2-1)d_1} = 2^{e_2}$$

显然 $2^{e_1} \mid (q^{d_1}-1)$，$(q^{d_1}-1) \mid (q^{d_1 f}-1)(f \geqslant 1)$，所以 $2^{e_1} \mid (q^{d_1 f}-1)$，即存在整数 a，使得 $q^{d_1 f} = 2^{e_1}a+1$. 故存在整数 $a_1, a_2, \cdots, a_{d_2-1}$，使得

$$2^{e_2} = 1+q^{d_1}+\cdots+q^{(d_2-1)d_1} = d_2 + 2^{e_1}(a_1+a_2+\cdots+a_{d_2-1})$$

又因为 d_2 为素数，所以 $d_2 = 2$，$e_1 = 1$. 于是 $1+q+\cdots+q^{d_1-1} = 2^{e_1} = 2$，从而 $d_1 = 2$，$q = 1$，这与 $q \neq 1$ 矛盾. 故 d 为素数.

引理 5[18]　设 $T = \mathrm{PSL}(d, q)$，若 $\mathrm{Mult}(T) \neq C_{(d,\, q-1)}$，则 $\mathrm{Mult}(T)$ 的取值情况为表 1 所示.

表 1　Mult(T) 的取值

(d, p)	$(2, 4)$	$(2, 9)$	$(3, 2)$	$(3, 4)$	$(4, 2)$
$\mathrm{Mult}(T)$	C_2	$C_2 \times C_3$	C_2	$C_3 \times C_4^2$	C_2

2　主要结论

构造 1　假设 2^n-1 为素数，$m = 2^k m'$，其中 $0 \leqslant k \leqslant 1$，$m' \mid (2^{n-1}-1)$. 设 $K = \langle a \rangle \cong C_m$，$T = \mathrm{PSL}(2, 2^n-1)$，$\langle b, c \rangle = \langle b \rangle : \langle c \rangle \cong C_{2^n-1} : C_{2^{n-1}-1}$ 为 T 的极大抛物子群. 则正规化子 $N_T(\langle c \rangle) \cong D_{2^n-2}$. 取 $N_T(\langle c \rangle)$ 的 2 阶元记为 g. 令

$$\begin{cases} E = \langle (1, b), (a^{2^k}, c) \rangle \\ \Delta = \mathrm{Cos}(K \times T, E, E(a^{m'}, g)E) \end{cases}$$

引理 6　构造 1 中的图 Δ 为完全图 K_{2^n} 的 $K \times T$-弧传递 C_m-覆盖.

证　已知 $\langle b, c \rangle$ 为 T 的极大抛物子群且 $g \notin \langle b, c \rangle$，则 $\langle b, c, g \rangle = T$. 令 $X = \langle E, (a^{m'}, g) \rangle$，则由 T 为非交换单群可知 $1 \times T' = 1 \times T \subseteq X'$，其中 T'，X' 分别为 T 与 X 的换位子群. 特别地，因为 $(1, g^{-1})$，$(1, c^{-1}) \in X$，所以 $(a^{m'}, 1)$，$(a^{2^k}, 1) \in X$，从而 $X = K \times T$，而 Δ 为连通图，由 $E \cong C_{2^n-1} : C_{2^{n-1}-1}$ 可知 $|V\Delta| = |K \times T : E| = 2^n m$. 进一步地，由 $g \in N_T(\langle c \rangle)$ 可知

$$E \cap E^{(a^{m'}, g)} \cong C_{2^{n-1}-1} \qquad |E : E \cap E^{(a^{m'}, g)}| = 2^n - 1$$

从而 Δ 为 $2^n m$ 阶 2^n-1 度 $K \times T$-弧传递图.

令 $K \times 1 = N$，则 $N \cong C_m$ 为 $K \times T$ 的正规子群. 已知 E 中任意元 e 都可表示为 $(a^{2i}, b^j c^i)$ 的形式. 若 $e \in N$，则 $b^j c^i = 1$，于是 $b^j = c^i = 1$，从而 $2^{n-1} \mid i$，$a^{2i} = 1$. 因此 $e = 1$，$N \cap E = 1$. 又因为 N 半正则且在 $V\Delta$ 上有 $2^n(>3)$ 个轨道，由引理 2 可知，Δ 为 Δ_N 的 C_m-覆盖，其中 $\Delta_N \cong K_{2^n}$.

构造 2　假设 2^n-1 为素数，$m = 2^k m'$，其中 $1 \leqslant k \leqslant 2$，$m' \mid (2^{n-1}-1)$. 设 $K = \langle a \rangle \cong C_m$，$S = \mathrm{SL}(2, 2^n-1)$，使得 $K \circ S$ 为中心积且 $K \cap S \cong C_2$. 则存在元素 b，$c \in S$，2 阶元 $g \in N_S(\langle c \rangle)$，使得

$$\langle b, c \rangle = \langle b \rangle : \langle c \rangle \cong C_{2^n-1} : C_{2^{n-1}-1} \qquad \langle b, c, g \rangle \in S$$

令

$$\begin{cases} F=\langle b, a^{2^k}c\rangle \\ \Lambda=\mathrm{Cos}(K\circ S, F, F(a^{m'}, g)F) \end{cases}$$

引理 7 构造 2 中的图 Λ 为完全图 K_{2^n} 的 $K\circ S$- 弧传递 C_m- 覆盖.

证 类似于引理 6 的证明，易知 $K\cap F=1$ 且 Λ 为 $2^n m$ 阶 2^n-1 度 $K\circ S$- 弧传递图. 由于 K 在 $V\Lambda$ 上有 $2^n(>3)$ 个轨道，由引理 2 知，Λ 为 Λ_K 的弧传递 C_m- 覆盖. 而 Λ_K 为 2^n 个点上的 2^n-1 度图，所以 $\Lambda_K\cong K_{2^n}$.

定理 1 设图 Γ 为完全图 K_{2^n} 的边传递 C_m- 覆盖，其中 $n\geqslant 3$，则 Γ 为下列图之一：

(i) $\Gamma\cong K_{2^n,2^n}-2^nK_2$ 为 2- 弧传递图，且 $m=2$；

(ii) Γ 为 K_{2^n} 的 4- 重覆盖，且 $m=4$；

(iii) $\Gamma\cong\Delta$(见构造 1) 为 $C_m\times\mathrm{PSL}(2, 2^n-1)$- 局部本原图，且 $m\mid(2^n-2)$；

(iv) $\Gamma\cong\Lambda$(见构造 2) 为 $C_m\circ\mathrm{PSL}(2, 2^n-1)$- 局部本原图，此时 m 为偶数且 $m\mid(2^{n+1}-4)$；

(v) Γ 为 $C_m\times\mathrm{PSL}(d, q)$- 弧传递图，其中 $m\mid 2(d-1, q-1)$，d 为大于 2 的素数，$(d, q-1)=1$，$\dfrac{q^d-1}{q-1}=2^n$；

(vi) Γ 为正规边传递凯莱图.

证 已知 Γ 为完全图 K_{2^n} 的边传递 C_m- 覆盖，不妨设 X 为 Γ 的保纤群，K 为覆盖变换群，则 X 作用在 Γ 上边传递，且 $K=\langle a\rangle\cong C_m$ 为 X 的正规子群，$Y=X/K$ 在 $\Sigma=K_{2^n}$ 上边传递.

若 Y 在 $V\Sigma$ 上 3- 传递，则 Σ 为 $(Y, 2)$- 弧传递图，从而 Γ 为 Σ 的 2- 弧传递 C_m- 覆盖. 由文献[11] 的定理 1.1 知，$K\cong C_2$，$\Gamma\cong K_{2^n,2^n}-2^nK_2$，或 $K\cong C_4$，Γ 为 K_{2^n} 的 4- 重覆盖.

若 Y 在 $V\Sigma$ 上不是 3- 传递的，则由 Y 在 Σ 上边传递可知，Y 作用在 $V\Sigma$ 上 2- 齐次，从而为本原群. 因此 Y 为几乎单型本原群或者仿射型本原群. 以下设 Y 的基柱为 T，$\alpha\in V\Gamma$，$\delta\in V\Sigma$.

当 Y 为几乎单型本原群时，T 在 $V\Sigma$ 上传递. 显然 $|T:T_\delta|=2^n$，因此 (T, T_δ) 满足引理 3 的条件. 若 $T=A_{2^n}$，则 T 为 s- 传递的 $(s\geqslant 3)$，这与 Y 非 3- 传递矛盾. 故 $T=\mathrm{PSL}(d, p)$ 且 $\dfrac{q^d-1}{q-1}=2^n$. 此时，T 在 $V\Sigma$ 上 2- 传递，进而在 Σ 上弧传递，于是 $G=K\cdot T\lhd X$ 在 Γ 上弧传递. 由于 T 在 $V\Sigma$ 上传递，所以 T 在 $V\Sigma$ 上的点稳定子共轭. 不失一般性，不妨设 $\delta=\alpha^K\in V\Sigma$，则

$$G_\alpha\cong G_\alpha/(G_\alpha\cap K)=G_\alpha K/K\subseteq T_\delta$$

由 Γ 的顶点个数可知

$$|G:G_\alpha|=V\Gamma=|K||V\Sigma|=|K||T:T_\delta|$$

于是 $|G_\alpha|=|T_\delta|$，从而 $G_\alpha=T_\delta$. 当 $T=\mathrm{PSL}(d, q)$ 且满足条件 $\dfrac{q^d-1}{q-1}=2^n$ 时，由引理 4 知 d 为素数. 以下对 $\mathrm{Mult}(T)$ 分 3 种情形进行分析：

情形 1 $\mathrm{Mult}(T)\cong C_{(d, q-1)}$ 且 $d\mid(q-1)$.

由 $d\mid(q-1)$ 可知，$d\mid(q^2-1)$，…，$d\mid(q^{d-1}-1)$，因此

$$d\mid(d+(q-1)+(q^2-1)+\cdots+(q^{d-1}-1))$$

注意到

$$2^n=\frac{q^d-1}{q-1}=1+q+q^2+\cdots+q^{d-1}$$

所以 $d\mid 2^n$，从而 $d=2$. 于是 $q=2^n-1$. 故 $T=\mathrm{PSL}(2, 2^n-1)$. 由 $G=K\cdot T$ 为中心扩张且 $\mathrm{Mult}(T)\cong C_2$ 知 $G'\cong\mathrm{PSL}(2, 2^n-1)$,$\mathrm{SL}(2, 2^n-1)$. 因为

$$G'_\alpha\lhd G_\alpha\cong T_\delta\cong C_{2^n-1}:C_{2^{n-1}-1}$$

所以 $G'_\alpha=1$ 或 $G'_\alpha\cong C_{2^n-1}:C_r$，其中 $r\mid(2^{n-1}-1)$. 若 $G'_\alpha=1$，则 $G_\alpha\leqslant K/(K\cap G')$ 为循环群，这与 G_α 亚循环矛盾. 因此 $G'_\alpha\cong C_{2^n-1}:C_r$.

情形 1.1 当 $G'\cong\mathrm{PSL}(2, 2^n-1)$ 时，$G=K\times G'$. 因为 $|V\Gamma|=2^n m$，计算可知

$$|\alpha^{G'}|=\frac{|G'|}{|G'_\alpha|}=\frac{2^n(2^{n-1}-1)}{r}$$

所以 G' 在 $V\Gamma$ 上有 $\frac{mr}{2^{n-1}-1}$ 个轨道．若 $\frac{mr}{2^{n-1}-1}\geqslant 3$，则 $\Gamma_{G'}$ 为 G/G'-局部本原图，这与 G/G' 为交换群矛盾．因此 $\frac{mr}{2^{n-1}-1}=1,2$．设 $m=2^i m'$，其中 $i=0,1$，$m'\mid(2^{n-1}-1)$．因为 $(m,2^n-1)=1$，所以 G 中每个 2^n-1 阶元素都可以表示为 $(1,b)$ 的形式，每个 $2^{n-1}-1$ 阶元都可以表示为 (a^{2^ik},c) 的形式，其中 $b,c\in G'$，$k\mid m'$．于是 $G_\alpha=\langle(1,b),(a^{2^ik},c)\rangle$．由于 $(a^{2^ik},c)^{|c|}=(a^{2^ik|c|},1)\in K\cap G_\alpha=1$，所以 $|a^{2^ik}|\,\big|\,|c|$，从而 $|c|=2^{n-1}-1$．取 G' 中的 2-元素 g，则 G 中的 2-元素可以表示为 $(a^{jm'},g)$，其中 $j=0,1$．设 $\Gamma=\mathrm{Cos}(G,G_\alpha,G_\alpha(a^{jm'},g)G_\alpha)$，由 Γ 的连通性知，$\langle G_\alpha,(a^{jm'},g)\rangle=G$，所以 $G'=\langle b,c,g\rangle$，$\langle a^{2^ik},a^{jm'}\rangle=\langle a\rangle$，从而 $k=j=1$．则 $\Gamma\cong\Delta$ 为完全图 K_{2^n} 的 G-弧传递 C_m-覆盖．

情形 1.2　当 $G'\cong\mathrm{SL}(2,2^n-1)$ 时，$G=K\circ G'$，其中 $K\cap G'\cong C_2$．计算可得

$$|\alpha^{G'}|=\frac{|G'|}{|G'_\alpha|}=\frac{2^{n+1}(2^{n-1}-1)}{r}$$

所以 G' 在 $V\Gamma$ 上有 $\frac{mr}{2^n-2}$ 个轨道．若 $\frac{mr}{2^n-2}\geqslant 3$，则 $\Gamma_{G'}$ 为 G/G'-局部本原图，与 G/G' 为交换群矛盾．因此 $\frac{mr}{2^n-2}=1,2$．设 $m=2^l m'$，其中 $l=1,2$，$m'\mid(2^{n-1}-1)$．G 中每个 2-元素都可以表示为 $a^{sm'}h$ 的形式，其中 $s=0,1,2$，h 为 G' 的 2-元素．根据引理 1，不妨设 $\Gamma=\mathrm{Cos}(G,G_\alpha,G_\alpha(a^{sm'},h)G_\alpha)$．类似于情形 1.1 的分析，易证 $s=1$，$\Gamma\cong\Lambda$ 为完全图 K_{2^n} 的 G-弧传递 C_m-覆盖．

情形 2　$\mathrm{Mult}(T)\cong C_{(d,q-1)}$，且 d 不整除 $q-1$．

因为 d 为素数，所以 $(d,q-1)=1$，从而 $C_{(d,q-1)}=1$，即 $\mathrm{Mult}(T)=1$．于是 $G'\cong T$，$G=K\times G'\cong C_m\times\mathrm{PSL}(d,q)$，且 Γ 为 G-弧传递图．若 $d=2$，则 $2^n=\frac{q^d-1}{q-1}=q+1$，于是 $q-1=2^n-2$，这与 d 不整除 $q-1$ 矛盾．故 $d\geqslant 3$．

假设 G' 在 $V\Gamma$ 上至少有 3 个轨道，则 $\Gamma_{G'}$ 是 G/P-弧传递图，其中 P 为 G 作用在 G'-轨道上的核，这与 $G/G'\cong K$ 为循环群矛盾．故 G' 在 $V\Gamma$ 上最多有 2 个轨道．于是 $G_\alpha/G_{\alpha'}\leqslant K/(K\cap G')=K$ 为循环群，而 $|G:G_\alpha|=|G':G'_\alpha|,2|G':G'_\alpha|$，所以 $|G_\alpha:G'_\alpha|=m,\frac{m}{2}$，从而 $m\mid 2(d-1,q-1)$．

情形 3　$\mathrm{Mult}(T)\neq C_{(d,q-1)}$．

由引理 5 可知，满足条件 $\frac{q^d-1}{q-1}=2^n$ 的 $\mathrm{Mult}(T)$ 不存在，从而图 Γ 不存在．

当 Y 为仿射型本原群时，$Y=C_2^n$，Σ 为 T 上的 Y-正规边传递凯莱图，从而 Γ 为 $K\cdot T$ 上的 X-正规边传递凯莱图．

参考文献：

[1]　MASON D R. On Coverings of a Finite Group by Abelian Subgroups [J]. Math Proc Camb Phil Soc, l978, 83(2): 205-209.

[2]　BHARGAVA M. Groups as Unions of Proper Subgroups [J]. The American Mathematical Monthly, 2009, 116 (5): 413-422.

[3]　伍　涛，曹洪平．某些 K_3-单群的交换子群覆盖 [J]．西南大学学报(自然科学版)，2017，39(2)：40-44．

[4]　郭红如，吕　恒．可以表示成 3 个或 4 个交换子群并的群 [J]．西南大学学报(自然科学版)，2017，39(8)：97-100．

[5]　陈　梦，朱　华，刘正龙．K_3-单群的新刻画 [J]．西南师范大学学报(自然科学版)，2019，44(6)：1-4．

[6]　MALNIČ A, NEDELA R, ŠKOVIERA M. Lifting Graph Automorphisms by Voltage Assignments [J]. European Jour-

nal of Combinatorics, 2000, 21(7): 927-947.

[7] MALNIĈ A, MARUŠIC D, POTOĈNIK P. Elementary Abelian Covers of Graphs [J]. Journal of Algebraic Combinatorics, 2004, 20(1): 71-97.

[8] MALNIĈ A, MARUŠIĈ D, MIKLAVIĈ S, et al. Semisymmetric Elementary Abelian Covers of the Möbius-Kantor Graph [J]. Discrete Mathematics, 2007, 307(17-18): 2156-2175.

[9] CONDER M D E, MA J C. Arc-Transitive Abelian Regular Covers of Cubic Graphs [J]. Journal of Algebra, 2013, 387: 215-242.

[10] CONDER M D E, MA J C. Arc-Transitive Abelian Regular Covers of the Heawood Graph [J]. Journal of Algebra, 2013, 387: 243-267.

[11] DU S F, MARUŠIĈ D, WALLER A O. On 2-Arc-Transitive Covers of Complete Graphs [J]. Journal of Combinatorial Theory(Series B), 1998, 74(2): 276-290.

[12] DU S F, KWAK J H, XU M Y. 2-Arc-Transitive Regular Covers of Complete Graphs Having the Covering Transformation Group Z_p^3 [J]. Journal of Combinatorial Theory(Series B), 2005, 93(1): 73-93.

[13] FENG Y Q, KWAK J H. Cubic Symmetric Graphs of Order a Small Number Times a Prime or a Prime Square [J]. Journal of Combinatorial Theory(Series B), 2007, 97(4): 627-646.

[14] 刘 寅,刘 哲,杨桥艳,等. K_8 的弧传递循环正则覆盖 [J]. 云南大学学报(自然科学版),2014,36(3):305-309.

[15] LORIMER P. Vertex-Transitive Graphs: Symmetric Graphs of Prime Valency [J]. Journal of Graph Theory, 1984, 8(1): 55-68.

[16] LI C H, PAN J M. Finite 2-Arc-Transitive Abelian Cayley Graphs [J]. European Journal of Combinatorics, 2008, 29(1): 148-158.

[17] GURALNIC K R M. Subgroups of Prime Power Index in a Simple Group [J]. Journal of Algebra, 1983, 81(2): 304-311.

[18] GORENSTEIN D. Finite Simple Groups [M]. New York: Plenum, 1982.

Edge-Transitive Cyclic Covers of the Complete Graph K_{2^n}

LIU Yin, WANG Ding

Department of Mathematics, Yunnan Normal University, Kunming 650500, China

Abstract: The regular cover of a graph is an important topic in the research of the algebraic graph theory, for regular covers of transitive graphs contain abundant theories and techniques, and the characterization of many transitive graphs can be reduced to the covers of small transitive graphs. Complete graphs, which are typical symmetric graphs, naturally appear in the study of many symmetric graphs as normal quotient graphs. In order to study some important problems about regular covers of transitive graphs with weak symmetry, techniques in the finite group theory and some properties of coset graphs are used to characterize the edge-transitive cyclic covers of complete graphs of order 2^n, and with the method of taking normal quotient graphs of the covering graphs, the edge-transitive cyclic covers of two classes of complete graphs are constructed. As a result, some new families of graphs are found.

Key words: complete graph; cyclic group; cover; normal quotient graph

责任编辑 廖 坤