第 43 卷第 5 期 西 南 大 学 学 报 (自然科学版) 2021 年 5 月
Vol. 43 No. 5 Journal of Southwest University (Natural Science Edition) May 2021

DOI: 10.13718/j.cnki.xdzk.2021.05.010

一类具有粘弹性项和非线性边界耗散的波动方程解的存在唯一性

罗嘉蓓, 蒲志林, 米小平

四川师范大学 数学科学学院, 成都 610066

摘要: 讨论一类具有粘弹性项和非线性 Neumann 边界耗散的波动方程解的存在唯一性. 首先利用极大单调算子理论, 建立在有限时间区域内解的存在唯一性. 然后利用解的能量估计得到全局解.

关 键 词: 粘弹性项; 波动方程; 解的存在唯一性; 极大单调算子理论; 能量估计; 全局解

中图分类号: O175.29 **文献标志码**: A **文章编号**: 1673-9868(2021)05-0077-06

设 $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ 是一个有界、连通区域并且有光滑边界 Γ, 单位外法向量记为 ν. 已有许多工作研究了如下方程:

$$\begin{cases} u_{tt} - k(0)\Delta u - \int_0^\infty k'(s)\Delta u(t-s)\mathrm{d}s + g(u) = f & (x, t) \in \Omega \times \mathbb{R}^+ \\ u(x, t) = 0 & (u, t) \in \Gamma \times \mathbb{R}^+ \\ u(x, t) = u_0(x, t) & x \in \Omega, t \leqslant 0 \end{cases} \tag{1}$$

这类方程主要用于粘弹性材料力学中. 对于这类方程, 一些研究者通过研究一类抽象积分微分方程在函数空间中的渐近稳定性态, 把最终结果应用于粘弹性中[1-3]. 在此基础上一些研究者将粘弹性方程转化在动力系统理论框架下[4-5] 来讨论解的存在唯一性. 上面这类方程(1) 也是在动力系统框架下, 通过半群理论、Faedo-Galerkin 等方法讨论解的存在唯一性问题[6-7]. 后来, 一些研究者研究了如下方程:

$$\begin{cases} u_{tt} - k(0)\Delta u - \int_0^\infty k'(s)\Delta u(t-s)\mathrm{d}s + g(u_t) = f & (x, t) \in \Omega \times \mathbb{R}^+ \\ u(x, t) = 0 & (u, t) \in \Gamma \times \mathbb{R}^+ \\ u(x, t) = u_0(x, t) & x \in \Omega, t \leqslant 0 \end{cases} \tag{2}$$

这类是含有内部阻尼项并且边界项为 0 的粘弹性方程. 现在大部分文章都是讨论非线性阻尼项在内部解的存在唯一性[8], 而边界阻尼的情形考虑不多[9]. 本文将研究非线性阻尼项在边界且满足 Neumann 边界条件解的存在唯一性问题. 考虑方程如下:

$$\begin{cases} u_{tt} - k(0)\Delta u - \int_0^\infty k'(s)\Delta u(t-s)\mathrm{d}s + f(u) = 0 & (x, t) \in \Omega \times \mathbb{R}^+ \\ \partial_\nu u = -g(u_t) & (u, t) \in \Gamma \times \mathbb{R}^+ \\ u(x, t) = u_0(x, t),\ u_t(x, t) = v_0(x, t) & x \in \Omega, t \leqslant 0 \end{cases} \tag{3}$$

在这个方程中 f 和 g 都是非线性项; $u = u(x, t)$ 是实值函数, 代表位移矢量. 为了将方程(3) 转化成某个

收稿日期: 2019-04-25
基金项目: 国家自然科学基金项目(11701399).
作者简介: 罗嘉蓓, 硕士, 主要从事无穷维动力系统的研究.
通信作者: 蒲志林, 教授.

相空间的自治动力系统，根据文献[5]，对于这类带记忆项的双曲型的阻尼波方程引入新的变量：

$$\eta^t(x,s)=u(x,t)-u(x,t-s) \tag{4}$$

对式(4)中的 t 求导得

$$\eta_t{}^t(s)=-\eta_s{}^t(s)+u_t(t) \tag{5}$$

同时，令 $\mu(s)=-k'(s)$ 且 $k(\infty)=1$，定义 $v=u_t$，则方程(3)可以转化为如下形式：

$$\begin{cases} u_{tt}=\Delta u+\int_0^\infty \mu(s)\Delta\eta(s)\mathrm{d}s-f(u) \\ \partial_\nu u=-g(u_t) \\ \eta_t{}^t=-\eta_s{}^t+u_t \end{cases} \tag{6}$$

为了让方程(6)更加精确，根据文献[10]，可以引入线性算子：

$$T\eta=-\eta',\ \mathrm{dom}(T)=\{\eta\in L_\mu^2(\mathbb{R}^+,H^1):\eta'\in L_\mu^2(\mathbb{R}^+,H^1),\eta(0)=0\}$$

则方程(6)可以转化为如下形式：

$$\begin{cases} u_{tt}=\Delta u+\int_0^\infty \mu(s)\Delta\eta(s)\mathrm{d}s-f(u) \\ \partial_\nu u=-g(u_t) \\ \eta_t{}^t=T\eta+u_t \end{cases} \tag{7}$$

其初值条件为

$$\begin{cases} u_0(x)=u_0(x,0) \\ v_0(x)=\partial_t u_0(x,t)\mid_{t=0} \\ \eta_0(x,s)=u_0(x,0)-u_0(x,-s) \end{cases}$$

通常记忆项 μ 满足如下假设条件[6]：

(h1) $\mu\in C^1(\mathbb{R}^+)\cap L^1(\mathbb{R}^+)$，$\forall s\in\mathbb{R}^+$；

(h2) $\mu(s)\geqslant 0$ 且 $\mu'(s)\leqslant 0$，$\forall s\in\mathbb{R}^+$；

(h3) $\int_0^\infty \mu(s)\mathrm{d}s=\kappa_0>0$；

(h4) $\mu'(s)+\delta\mu(s)\leqslant 0$，$\forall s\in\mathbb{R}^+$ 且 $\delta>0$.

对非线性项 f 做如下假设[6]：

(f1) $f\in C^1(\mathbb{R})$，并定义 $F(s)=\int_0^s f(y)\mathrm{d}y$；

(f2) $\liminf\limits_{|y|\to\infty}\dfrac{F(y)}{y^2}\geqslant 0$；

(f3) $|f(y)|\leqslant\Gamma y$.

对非线性项 g 做如下假设[6]：

(g1) $g\in C^1(\mathbb{R})$ 且 $g(0)=0$. g 是一个增函数，$0\leqslant m_1\leqslant g'(s)\leqslant m_2<\infty$，$|s|>R$.

1 记号与引理

设 $\Omega\subset\mathbb{R}^3$ 是一个有界、连通区域并且有一个光滑的边界 Γ. 本文所涉及函数空间 $L^2(\Omega)$ 的内积为

$$(u,v)=\int_\Omega (u(x)v(x))\mathrm{d}x$$

且相应的范数被定义为

$$\|u\|^2=\int_\Omega |u|^2\mathrm{d}x$$

我们定义 $L^2(\Omega)$ 上的正定算子 $A=-\Delta$，其中 $\mathrm{dom}(A)=H^1(\Omega)$. 当 $\gamma\geqslant 0$ 时，我们定义紧嵌入 Hilbert 空间，$\mathrm{dom}(A^{\frac{\gamma}{2}})=H^{\frac{\gamma}{2}}(\Omega)$，范数和内积分别定义为 $\|u\|_\gamma=\|A^{\frac{\gamma}{2}}u\|$，$(u,v)_\gamma=(A^{\frac{\gamma}{2}}u,A^{\frac{\gamma}{2}}v)$. 参照文献[8]，定义 $L_\mu{}^2(\mathbb{R}^+,H^1)$ 为在 $\mathbb{R}^+$ 上的 H^1-值的 Hilbert 空间，具有下面的内积

$$\langle \eta_1, \eta_2 \rangle_{L^2_\mu(\mathbb{R}^+, H^1)} = \int_0^\infty \mu(s)(\eta_1, \eta_2)_1 \mathrm{d}s \tag{8}$$

和范数

$$\| \eta \|^2_{L^2_\mu(\mathbb{R}^+, H^1)} = \langle \eta, \eta \rangle_{L^2_\mu(\mathbb{R}^+, H^1)} \tag{9}$$

由(h4)可知

$$\langle T\eta, \eta \rangle_{L^2_\mu(\mathbb{R}^+, H^1)} = \frac{1}{2}\int_0^\infty \mu'(s) \| \eta \|^2_1 \mathrm{d}s \leqslant -\frac{\delta}{2} \| \eta \|^2_{L^2_\mu(\mathbb{R}^+, H^1)} \tag{10}$$

最后定义乘积 Hilbert 空间：$\mathscr{H} = H^1 \times L^2 \times L_\mu{}^2(\mathbb{R}^+, H^1)$. 其内积为

$$\langle (u_1, v_1, \eta_1), (u_2, v_2, \eta_2) \rangle_{\mathscr{H}} = (u_1, u_2)_1 + (v_1, v_2) + \langle \eta_1, \eta_2 \rangle_{L^2_\mu(\mathbb{R}^+, H^1)} \tag{11}$$

范数为

$$\| (u, v, \eta) \|^2_{\mathscr{H}} = \| u \|^2_1 + \| v \|^2 + \| \eta \|^2_{L_\mu{}^2(R^+, H^1)} \tag{12}$$

定义 1[11]　设 $A: D(A) \subset H \longrightarrow H$ 是一个无界线性算子，称 A 是单调的，如果 $(Av, v) \geqslant 0$，$\forall v \in D(A)$；A 称为极大单调的，如果 $R(I+A) = H$ 也成立，即 $\forall f \in H$，$\exists u \in D(A)$ 使得 $u + Au = f$.

引理 1[11]　设 A 是 Hilbert 空间 H 中的极大单调算子. 那么，任给 $u_0 \in D(A)$，存在唯一的函数：

$$u \in C^1([0, \infty); H) \cap C([0, \infty); D(A))$$

满足

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} u + Au = 0 \\ u(0) = u_0 \end{cases}$$

此外，我们有

$$|u(t)| \leqslant |u_0|, \quad \left| \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} u(t) \right| \leqslant |A(u(t))| \leqslant |Au_0| \qquad \forall t \geqslant 0$$

命题 1[12]　设 Φ 是 $W \longrightarrow \mathbb{R}^\infty$ 上的凸泛函，Λ 是 $V \longrightarrow W$ 上的线性连续算子. 如果 Φ 在 Λ 的某些值域上连续，$\partial(\Phi \circ \Lambda) = \Phi' \cdot \partial(\Phi) \cdot \Lambda$.

2　主要结论

本文在文献[9]的基础上，对方程(7)的解的存在唯一性进行了研究. 将利用最大单调算子理论证明全局解的存在性与唯一性.

定理 1　假设满足条件(h1)-(h4)，(f1)-(f3)，(g1)，当 $(u_0, v_0, \eta_0) \in D(A)$ 时，方程(3)在有限区间 $[0, T]$ 上存在唯一的强解 (u, v, η). 当 $T \to \infty$ 时，能量方程 $E(t)$ 是有界的且只与初值有关，则方程(3)存在唯一的全局解 (u, v, η).

证　1) 首先证明局部解的存在性与唯一性.

我们的首要目标是对方程(7)做关于最大单调算子理论的构想. 为了达到目的，引入 Neumann 拉普拉斯算子 $\Delta_N: L^2(\Omega) \longrightarrow L^2(\Omega)$. 这是一个无界算子，定义域为

$$D(\Delta_N) = \left\{ u \in H^1(\Omega): \left. \frac{\partial u}{\partial \nu} \right|_\Gamma = 0 \right\}$$

由于这个算子是单射且是自伴的，因此 Neumann 拉普拉斯算子可以扩张成连续算子 $\Delta_N: H^1(\Omega) \longrightarrow (H^1(\Omega))'$，并且可以定义正定算子 $-\Delta_N$ 的分数幂形式. 参考文献[13]，分数幂算子 $(-\Delta_N)^{\frac{1}{2}}$ 的定义域与 $H^1(\Omega)$ 同构，即 $D((-\Delta_N)^{\frac{1}{2}}) \sim H^1(\Omega)$.

下面引入 Neumann 映射[14] $N: H^1(\Gamma) \longrightarrow (H^1(\Omega))'$. 定义如下：

$$Np = q \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta q = 0 \ \text{in } \Omega \\ \partial_\nu q = p \ \text{in } \Gamma \end{cases}$$

同理可以定义 Neumann 映射的对偶映射 $N^*: (H^1(\Omega))' \longrightarrow (H^{-\frac{1}{2}}(\Gamma))'$. 令 $p \in H^{-\frac{1}{2}}(\Gamma)$ 且 $v \in$

$D(\Delta_N)$,

$$\langle N^* \Delta_N v, p\rangle = \langle \Delta_N v, Np\rangle = \langle \Delta_N v, q\rangle = \int_\Omega \Delta v q =$$

$$\int_\Omega v\Delta q + \int_\Gamma (\partial_\nu v\, q - v\partial_\nu q)\mathrm{d}\Gamma = -\int_\Gamma vp\,\mathrm{d}\Gamma = -\langle v, p\rangle$$

由此可得对偶映射满足 $N^*\Delta_N v = -\gamma v = -v|_\Gamma$, $\forall v \in H^1(\Omega) = D((-\Delta_N)^{\frac{1}{2}})$. 所以可以引入非线性算子 A,其中

$$D(A) = \left\{(u, v, \eta) \in \mathscr{H} \mid u + \int_0^\infty \mu(s)\eta(s)\mathrm{d}s + Ng(\gamma v) \in D(\Delta_N)\right\}$$

A 是 $\mathscr{H}$ 上的非线性算子,可定义

$$A(u, v, \eta) = (-v, -\Delta_N(u + \int_0^\infty \mu(s)\eta(s)\mathrm{d}s + Ng(\gamma v)), -T\eta - v)$$

因此可以把方程(7)写成类似于常微分方程的变分形式,即

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(u, v, \eta) + A(u, v, \eta) = (0, -f(u), 0) \tag{13}$$

显然方程(13)右端项 $-f(u)$ 满足局部 Lipschitz 条件. 要证明方程局部解的存在唯一性,需要利用最大单调算子理论,证明 A 是最大单调算子,即根据定义 1 证明:$\langle Az_1 - Az_2, z_1 - z_2\rangle_{\mathscr{H}} \geqslant 0$, $\forall z_1, z_2 \in D(A)$ 且 $\mathrm{range}(A + I) = \mathscr{H}$.

令 $\forall z_1, z_2 \in D(A)$,其中 $z_1 = (u_1, v_1, \eta_1)$, $z_2 = (u_2, v_2, \eta_2)$,有

$$\begin{aligned}
&\langle A(u_1 - u_2, v_1 - v_2, \eta_1 - \eta_2), (u_1 - u_2, v_1 - v_2, \eta_1 - \eta_2)\rangle_{\mathscr{H}} = \\
&(v_2 - v_1, u_1 - u_2)_1 - (\Delta_N(u_1 - u_2), v_1 - v_2) + \\
&\left(\int_0^\infty \mu(s)\Delta_N(\eta_2(s) - \eta_1(s))\mathrm{d}s, v_1 - v_2\right) + (\Delta_N Ng(\gamma v_2) - \Delta_N Ng(\gamma v_1), v_1 - v_2) + \\
&\langle T(\eta_2 - \eta_1), \eta_1 - \eta_2\rangle_{L_\mu^2(R^+, H^1)} + \langle v_2 - v_1, \eta_1 - \eta_2\rangle_{L_\mu^2(\mathbb{R}^+, H^1)} = \\
&(\Delta_N(v_1 - v_2), u_1 - u_2) - (\Delta_N(u_1 - u_2), v_1 - v_2) + \\
&\left(\int_0^\infty \mu(s)\Delta_N(\eta_2(s) - \eta_1(s))\mathrm{d}s, v_1 - v_2\right) + \int_0^\infty \mu(s)(\Delta_N(v_1 - v_2), \eta_1(s) - \eta_2(s))\mathrm{d}s + \\
&(\gamma^* g(\gamma v_1) - \gamma^* g(\gamma v_2), v_1 - v_2) - \langle T(\eta_1 - \eta_2), \eta_1 - \eta_2\rangle_{L_\mu^2(\mathbb{R}^+, H^1)} \geqslant 0
\end{aligned}$$

进一步由(g_1)和(10)式可知对 $\forall z_1, z_2 \in D(A)$, $\langle Az_1 - Az_2, z_1 - z_2\rangle_{\mathscr{H}} \geqslant 0$.

接下来,需要证明 $A + I$ 是满射. 令$(\hat{u}, \hat{v}, \hat{\eta}) \in \mathscr{H}$,故

$$\begin{cases}
u - v = \hat{u} \\
v + Au + \int_0^\infty \mu(s)A\eta(s)\mathrm{d}s - \Delta_N Ng(\gamma v) = \hat{v} \\
\eta - T\eta - v = \hat{\eta}
\end{cases} \tag{14}$$

由(14)式得

$$\eta(s) = (1 - e^{-s})v + \int_0^s e^{\delta - s}\hat{\eta}(\delta)\mathrm{d}\delta \tag{15}$$

将(15)式代入(14)式中

$$v + A(\hat{u} + v) + \int_0^\infty \mu(s)A\left[(1 - e^{-s})v + \int_0^s e^{\delta - s}\hat{\eta}(\delta)\mathrm{d}\delta\right]\mathrm{d}s - \Delta_N Ng(\gamma v) = \hat{v} \tag{16}$$

其中设

$$w = \hat{v} - A\hat{u} - \int_0^\infty \mu(s)\left(\int_0^s e^{\delta - s}A\hat{\eta}(\delta)\mathrm{d}\delta\right)\mathrm{d}s$$

$$d = 1 + \int_0^\infty \mu(s)(1 - e^{-s})\mathrm{d}s > 0$$

整理方程(16)得:

$$v + dAv - \Delta_N N g(\gamma v) = w \tag{17}$$

取 $d = 1$，(17) 式即为：

$$-\Delta_N v + (I + B)v = w \tag{18}$$

显然，$w = \hat{v} - A\hat{u} - \int_0^\infty \mu(s)\left(\int_0^s e^{\delta - s} A\overset{\wedge}{\eta}(\delta)\mathrm{d}\delta\right)\mathrm{d}s \in (H^1(\Omega))'$ 且 $B = \gamma^* g\gamma$. 根据文献[15]，若 $-\Delta_N + (I + B)$ 在 $H^1(\Omega) \longrightarrow (H^1(\Omega))'$ 上是满射当且仅当 $I + B$ 是最大单调算子. 故令 $B = \partial(\Phi \circ \gamma)$，其中 $\Phi(v) = \int_\Gamma \phi(v)$ 且 $\phi(s) = \int_0^s g(\tau)\mathrm{d}\tau$.

由函数 g 的(g1)假设可知，对 $\forall v \in H^{\frac{1}{2}}$，$\Phi(v)$ 是连续的并且 Φ 是凸泛函. 根据命题1，$\Phi \circ \gamma$ 是泛函，则次梯度凸泛函是最大单调算子. 也就是说 B 是最大单调算子. 虽然算子 I 在 $H^1(\Omega) \longrightarrow (H^1(\Omega))'$ 的映射是有界、半连续、单调的，但 $I + B$ 也是最大单调算子[15]，从而得出 $\mathrm{range}(A + I) = \mathscr{H}$.

现在根据算子理论来解决方程(3)的初值问题. 根据上述证明可知方程(13)是一个具有最大单调算子的有局部 Lipschitz 扰动的发展方程. 因此，当 $(u_0, v_0, \eta_0) \in D(A)$ 时，方程(3)在有限区间 $[0, T]$ 上存在唯一的强解 (u, v, η).

2) 证明当 $T \to \infty$ 时，方程(3)仍然存在唯一的解 (u, v, η)，即强解是全局解. 首先对(3)式的第一个等式乘以 u_t 得

$$\begin{aligned}&\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\|\nabla u\|^2 + \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\|u_t\|^2 + \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\|\eta\|^2_{L^2_\mu(\mathbb{R}^+, H^1)} + \\ &\int_\Gamma g(u_t)u_t\mathrm{d}\Gamma - \frac{1}{2}\int_0^\infty \mu'(s)\|\eta\|_1^2\mathrm{d}s + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}F(u(t)) = 0\end{aligned} \tag{19}$$

则能量等式

$$E(t) = \|\nabla u\|^2 + \|u_t\|^2 + \|\eta\|^2_{L^2_\mu(\mathbb{R}^+, H^1)} \tag{20}$$

所以由(19)—(20)式得

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E(t) + 2\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}F(u(t)) + 2\int_\Gamma g(u_t)u_t\mathrm{d}\Gamma - \int_0^\infty \mu'(s)\|\eta\|_1^2\mathrm{d}s = 0 \tag{21}$$

由(g1),(f2)和(10)式可知，(21)式左边4项均大于等于0. 故一定存在

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(E(t) + F(u(t)) \leqslant 0$$

由 Gronwall 引理得

$$E(t) + F(u(t)) \leqslant E(0) + F(u(0))$$

最终得出

$$E(t) \leqslant E(0) + F(u(0))$$

运用最大单调算子理论知结论成立.

参考文献：

[1] DAFERMOS C M. An Abstract Volterra Equation with Applications to Linear Viscoelasticity [J]. Journal of Differential Equations，1970，7(3)：554-569.

[2] FABRIZIO M，MORRO A. Mathematical Problems in Linear Viscoelasticity [M]. Philadelphia：Society for Industrial and Applied Mathematics，1992.

[3] COLEMAN B D，NOLL W. Foundations of Linear Viscoelasticity [J]. Reviews of Modern Physics，1961，33(2)：239.

[4] HALE J K. Dynamical Systems and Stability [J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications，1969，26(1)：39-59.

[5] DAFERMOS C M. Asymptotic Stability in Viscoelasticity [J]. Archive for Rational Mechanicsand Analysis，1970，37(4)：297-308.

[6] GIORGI C，MUÑOZ RIVERA J E，PATA V. Global Attractors for a Semilinear Hyperbolic Equation in Viscoelasticity

[J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2001, 260(1): 83-99.

[7] PATA V, ZUCCHI A. Attractors for a Damped Hyperbolic Equation with Linear Memory [J]. Advances in Mathematical Sciences & Applications, 2001, 11(2): 505-529.

[8] CONTIM, GEREDELI P G. Existence of Smooth Global Attractors for Nonlinear Viscoelastic Equations with Memory [J]. Journal of Evolution Equations, 2015, 15(3): 533-558.

[9] CHUESHOV I, ELLER M, LASIECKA I. On the Attractor for a Semilinear Wave Equation with Critical Exponent and Nonlinear Boundary Dissipation [J]. Communications in Partial Differential Equations, 2002, 27(9-10): 1901-1951.

[10] LORENZI A, RUF B. Evolution Equations, Semigroups and Functional Analysis : In Memory of BrunelloTerreni [J]. Educational Gerontology, 2002, 28(7): 587-597.

[11] BREZIS H. Hilbert Spaces [M]//Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations. New York: Springer, 2010: 131-156.

[12] SHOWALTER R. Monotone Operators in Banach Space and Nonlinear Partial Differential Equations [M]. Providence: American Mathematical Society, 2013.

[13] LIONS J L, MAGENES E. Non-Homogeneous Boundary Value Problems and Applications [M]. Berlin: Springer, 1973.

[14] BUCCI F, UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FIRENZE DIPARTIMENTO DI MATEMATICA APPLICATA VIA S MARTA FIRENZE, CHUESHOV I, et al. Long-Time Dynamics of a Coupled System of Nonlinear Wave and Thermoelastic Plate Equations [J]. Discrete&Continuous Dynamical Systems-A, 2008, 22(3): 557-586.

[15] BARBU V. Differential Equations in Banach Spaces [M] //Nonlinear Semigroups and Differential Equations in Banach Spaces. Dordrecht: SpringerNetherlands, 1976: 98-170.

Existence and Uniqueness of Solution for a Class of Wave Equations with Viscoelastic Term and Nonlinear Boundary Dissipation

LUO Jia-bei, PU Zhi-lin, MI Xiao-ping

College of Mathematics Science, Sichuan Normal University, Chengdu 610066, China

Abstract: In this paper, we discuss the existence and uniqueness of solution for a class of wave equations with viscoelastic term and nonlinear Neumann boundary dissipation. First, we establish the existence and uniqueness of solution on a finite time interval with the maximal monotone operator theory. Then, using the energy estimation of the solution, we obtain the global solution.

Key words: viscoelastic term; wave equation; existence and uniqueness of solution; maximal monotone operator theory; energy estimation; global solution

责任编辑 张 枸