

DOI: 10.13718/j.cnki.xdzk.2021.05.013

# 混合链图传播子修正下 $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 反应截面的解析计算

陈学文<sup>1</sup>, 张家伟<sup>1</sup>, 方祯云<sup>2</sup>

1. 重庆科技学院 数理与大数据学院, 重庆 401331; 2. 重庆大学 物理学院, 重庆 400030

**摘要:** 在电弱统一标准模型(the electroweak standard model, SM)理论框架下, 对光子  $\gamma$  和中间玻色子  $Z$  混合链图传播子的构架方式作了详细分析, 通过对各圈图传播子重新归类和组合, 得到了相应的混合链图传播子的级数表达式; 再通过在壳重整化方案引入抵消项, 获得相应的重整化混合链图传播子的严格解析结果。基于同样的处理, 还获得了电子中微子重整化链图传播子的严格解析结果。进而, 将此结果应用到粒子反应  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  中, 获得了在重整化链图传播子修正下的  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  反应截面。通过具体数值计算发现, 针对  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  反应过程, 混合链图传播子修正下的反应截面对树图阶反应截面有压低效应。最后, 讨论了在  $W^+W^-$  对产生能量阈值附近  $W$  玻色子质量对总截面的影响, 并结合环形正负电子对撞机(the circular electron positron couider, CEPC)实验, 分别讨论了在 CEPC 上  $W^+W^-$  阈值附近和 240 GeV 对撞能区可产生的事例数。

**关 键 词:** 标准模型; 混合链图传播子; 辐射修正; 反应截面

中图分类号: O413

文献标志码: A

文章编号: 1673-9868(2021)05-0096-08

电弱统一标准模型(the electroweak standard model, SM)是 20 世纪粒子物理学中颇具影响的唯象理论之一, 在描述电磁与弱相互作用中取得了巨大成功, 被标准模型预言的基本粒子都已经得到了实验数据的支持与验证, 尤其是 2012 年人们用大型强子对撞机发现了标准模型预言的 Higgs 玻色子。自标准模型提出以来, 国际上出现许多相关理论研究工作, 其中涉及“精确”检验标准模型的理论计算工作一直备受学术界关注, 而这些理论计算工作本身也对标准模型理论的发展起到了十分重要的推动作用。

$e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  反应可以精确确定  $W^\pm$  玻色子的质量, 许多物理学家在理论上从不同侧面对  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  反应做过研究。Lemoine M 等人<sup>[1-5]</sup>曾讨论过  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  过程电弱修正和软光子修正; Beenakker W 等人<sup>[6-8]</sup>针对特定的极化态计算了硬光子韧致辐射修正; Hagiwara K 等人<sup>[9-10]</sup>基于最小超对称模型讨论了  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  过程; Aeppli A 等人<sup>[11]</sup>初步讨论了  $e^+e^- \rightarrow W^+W^- \rightarrow 4\text{fermions}$  过程, 实验上, LEP 实验组也对此过程做过观测。

在  $e^+e^-$  碰撞中,  $W$  玻色子主要是通过  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  过程产生的。当质心能量在  $W^+W^-$  阈值处附近时, 总截面对  $m_W$  非常敏感, 因而可以通过阈值扫描测量  $m_W$ 。当质心能量在  $W^+W^-$  阈值以上时,  $W$  玻色子的质量可以通过测量其衰变产物的动量来确定。大型正负电子对撞机(the large electron-positron collider, LEPC)曾采用阈值扫描和直接测量对  $W$  玻色子进行了测量。其中, 阈值扫描法具有较大的统计不确定性( $\sim 200$  MeV); 由于直接测量的数据统计有限,  $W$  玻色子质量不确定度约为 33 MeV<sup>[12]</sup>。结合 LEPC,

收稿日期: 2019-07-25

基金项目: 重庆市科委基金项目(cstc2018jcyjAX0213, cstc2018jcyjAX0713); 重庆科技学院重点项目培育基金项目(CK2015Z28); 重庆市教委基金项目(KJQNQ202001541)。

作者简介: 陈学文, 副教授, 博士, 主要从事理论物理研究。

Tevatron 和 ATLAS 的测量结果, 目前 W 玻色子的质量为  $m_W = (80.379 \pm 0.012) \text{ GeV}^{[13]}$ 。随着北京正负电子对撞机(Beijing Electron-Positron Collider, BEPC)于 2022 年左右关闭, 为了在国际高能物理领域占有一席之地, 我国科学家提出建设下一代环形正负电子对撞机(the circular electron positron collider, CEPC)。在 CEPC 上可以对 W 玻色子的质量和衰变宽度等物理量进行更加精确的测量, 在 CEPC 上采用阈值扫描可获得 2.5 MeV 的测量精度, 采用直接测量可获得 3 MeV 的测量精度, 且测量可以直接在 CEPC 对撞能量区( $\sqrt{s} \sim 240 \text{ GeV}$ )进行。

现有研究工作大多从有限高阶圈图角度研究  $e^+ e^- \rightarrow W^+ W^-$  过程反应截面，并未涉及无穷高阶修正。相对于已有的研究工作，本研究将从另一角度——即考虑混合链图传播子修正下  $e^+ e^- \rightarrow W^+ W^-$  反应截面的解析计算。在 SM 理论框架下讨论  $e^+ e^- \rightarrow W^+ W^-$  反应，相应的传播子为光子  $\gamma$ ，中间玻色子  $Z$  和电子中微子  $\nu_e$ 。此外，由于  $\gamma$  和  $Z$  参与多种不同物理过程的电弱相互作用，因而若要考慮由  $\gamma$  和  $Z$  以及它们之间的混合圈构成的混合链图传播子，其构架问题将十分复杂。本研究首先分析了 SM 中  $\gamma-Z$  混合链图传播子的构架方式，通过对各圈图传播子重新归类和组合，得到了相应的链图传播子的解析表达式，再通过在壳重整化方案中引入抵消项，从而获得重整化链混合链图传播子的严格解析结果。同样本研究还给出了电子中微子链图传播子的严格解析结果。进而，本研究将此结果应用到粒子反应  $e^+ e^- \rightarrow W^+ W^-$  中，获得了在重整化链图传播子传递电弱作用时  $e^+ e^- \rightarrow W^+ W^-$  的反应截面。最后，结合 CEPC 实验，讨论了在  $W^+ W^-$  产生能量阈值附近  $W$  玻色子质量不确定度对反应截面的影响，并讨论了在 CEPC 对撞能区可产生的  $W^+ W^-$  事例数。

## 1 $\gamma$ -Z 和中微子重整化混合链图传播子的解析结果

在 SM 中,  $\gamma$  和 Z 参与各种不同物理过程的相互作用, 因而其混合链图传播子的构架方式十分复杂. 对于  $\gamma$ , 其混合链图传播子  $D_\gamma^{(\text{HCP})}(k)$  的构架方式见图 1.

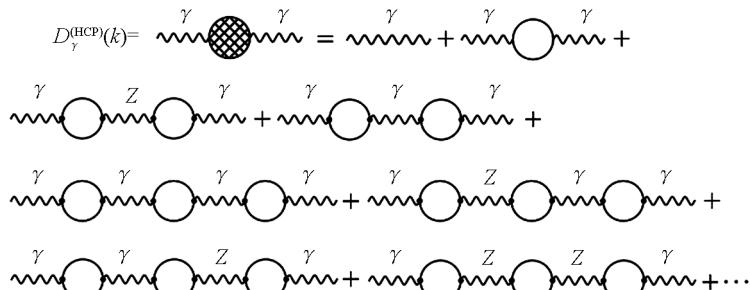


图 1 SM 由  $D^{(\text{HCP})}(k)$  的展开方式

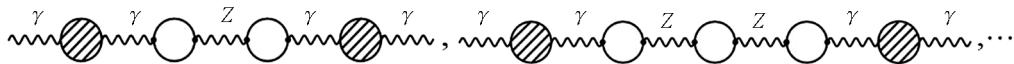
从图 1 可以看出,  $\gamma$  混合链图传播子可以展开成树图、一圈图、两圈图……以至无穷圈图, 且每个圈图又参与多种不同物理过程的相互作用. 将图 1 中的所有图形重新排列, 可以将它们重新归类. 将只含有  $\gamma$  参与相互作用的所有圈图归为第 1 类;

$$\gamma \text{ (shaded circle)} + \gamma = \gamma + \text{ (empty circle)} + \gamma + \dots$$

<sup>[14]</sup> 对于“单纯”的  $\gamma$  链图传播子，根据 Dyson 链图传播子理论<sup>[14]</sup>，可将其表示为

$$D_{\gamma}^{(\text{CP})}(k) = \frac{-ig_{\mu\nu}}{k^2 - i\varepsilon} + \frac{-ig_{\mu\rho}}{k^2 - i\varepsilon} [i \sum_{\tau} \gamma^{\tau}(k)] \frac{-ig_{\rho\nu}}{k^2 - i\varepsilon} + \dots = \frac{-ig_{\mu\nu}}{k^2 - \sum_{\tau} \gamma^{\tau}(k)} \quad (1)$$

将含有“2个” $\gamma$ -Z混合圈图(其中： $\gamma$ -Z圈和Z- $\gamma$ 且对等出现)的所有图形归为第2类：



各圈图之和可以表示为：



其中,

$$\text{Z} \text{---} \text{Z} = \text{Z} + \text{Z} \text{---} \text{Z} + \text{Z} \text{---} \text{Z} + \text{Z} \text{---} \text{Z} + \text{Z} \text{---} \text{Z} + \dots$$

同样,对于“单纯”的 Z 链图传播子,可将其表示为

$$D_Z^{(\text{CP})}(k) = \frac{-ig_{\rho\nu}}{k^2 - m_Z^2 - \sum_T^{ZZ}(k)} \quad (2)$$

以此类推,便可以表示出含有“4个” $\gamma-Z$ 混合圈图,含有“6个” $\gamma-Z$ 混合圈图……的图形表示出来。最后作者可将  $\gamma$  混合链图传播子表示成图 2。

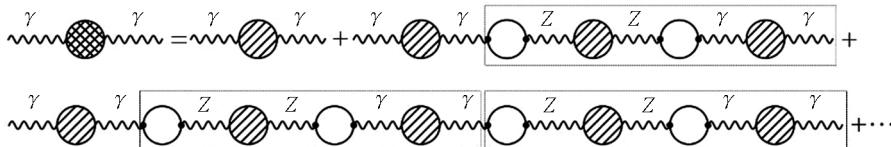


图 2 SM 中  $D_\gamma^{(\text{HCP})}(k)$  的构架方式

从图 2 可以看出,  $D_\gamma^{(\text{HCP})}(k)$  为一个“无穷级数”

$$D_\gamma^{(\text{HCP})}(k) = \frac{-ig_{\rho\nu}}{[k^2 - \sum_T^{\gamma\gamma}(k)]} [1 + f(k) + f^2(k) + \dots] \quad (3)$$

其中:

$$f(k) = [i \sum_T^{\gamma Z}(k)] \cdot \frac{-i}{k^2 - m_Z^2 - \sum_T^{ZZ}(k)} \cdot [i \sum_T^{\gamma Z}(k)] \cdot \frac{-i}{k^2 - \sum_T^{\gamma\gamma}(k)} \quad (4)$$

完成(3)式的级数求和(暂时不考虑该级数的收敛条件),可将  $D_\gamma^{(\text{HCP})}(k)$  表示成

$$D_\gamma^{(\text{HCP})}(k) = \frac{-ig_{\rho\nu}[k^2 - m_Z^2 - \sum_T^{ZZ}(k)]}{[k^2 - \sum_T^{\gamma\gamma}(k)][k^2 - m_Z^2 - \sum_T^{ZZ}(k)] - [\sum_T^{\gamma Z}(k)]^2} \quad (5)$$

类似于对  $D_\gamma^{(\text{HCP})}(k)$  的分析处理,也可获得 Z,  $\gamma-Z$  混合链图传播子的构架方式。相应的混合链图传播子的解析表达式为

$$D_Z^{(\text{HCP})}(k) = \frac{-ig_{\rho\nu}[k^2 - \sum_T^{\gamma\gamma}(k)]}{[k^2 - \sum_T^{\gamma\gamma}(k)][k^2 - m_Z^2 - \sum_T^{ZZ}(k)] - [\sum_T^{\gamma Z}(k)]^2} \quad (6)$$

$$D_{\gamma Z}^{(\text{HCP})}(k) = \frac{-ig_{\rho\nu} \sum_T^{\gamma Z}(k)}{[k^2 - \sum_T^{\gamma\gamma}(k)][k^2 - m_Z^2 - \sum_T^{ZZ}(k)] - [\sum_T^{\gamma Z}(k)]^2} \quad (7)$$

(5)-(7)式中各自能圈图均为发散量。通过在壳重整化方案引入相应的抵消项

$$\sum_T^{\gamma\gamma}(k) = \sum_T^{\gamma\gamma}(k) - k^2 \frac{\partial \sum_T^{\gamma\gamma}(k)}{\partial k^2} \Big|_{k^2=0} \quad (8)$$

$$\sum_T^{\gamma Z}(k) = \sum_T^{\gamma Z}(k) - \sum_T^{\gamma Z}(0) - \frac{k^2}{m_Z^2} [\sum_T^{Z\gamma}(m_Z) - \sum_T^{\gamma Z}(0)] \quad (9)$$

$$\sum_T^{ZZ}(k) = \sum_T^{ZZ}(k) - \sum_T^{ZZ}(m_Z) - (k^2 - m_Z^2) \text{Re} \frac{\partial \sum_T^{ZZ}(k)}{\partial k^2} \Big|_{k^2=m_Z^2} \quad (10)$$

便可得到重整化混合链图传播子,只需将(5)-(7)中的  $\sum_T^{ab}(k)$  替换成  $\sum_T^{ab}(k)$  ( $a, b = \gamma, Z$ )。由于  $\sum_T^{ab}(k)$  的数量级为  $\sim 10^{-2}$ ,因而满足级数收敛条件。对(5)-(7)式中的各自能圈图,文献[15-16]均作过十分详细的讨论。限于篇幅,本研究不再给出各自能圈函数的具体表达式。

在 SM 中,电子中微子参与 3 种不同物理过程的相互作用。相对于其树阶传播子  $S_\nu(p) = ip/p^2$ ,类似于对  $\gamma$ , Z 链图传播子的处理,可将中微子重整化混合链图传播子表示成

$$S_{\nu,R}^{(\text{CP})}(p) = \frac{ip}{p^2} \xi_1(p) + \frac{ip\gamma_5}{p^2} \xi_2(p) \quad (11)$$

其中:  $\zeta_1(p) = \frac{2 - \sum_L^\nu(p)}{2 - 2 \sum_L^\nu(p)}$ ,  $\zeta_2(p) = \frac{\sum_L^\nu(p)}{2 - 2 \sum_L^\nu(p)}$ .  $\zeta_1(p)$  和  $\zeta_2(p)$  可理解为链图传播子对树图传播子的相对修正. 利用在壳重整化方案, 中微子重整化自能圈图为

$$\sum_L^\nu(p) = \sum_L^\nu(0) - \text{Re} \sum_L^\nu(0) \quad (12)$$

$$\sum_L^\nu(p) = \frac{-\alpha}{4\pi} \left\{ \frac{1}{4s_W^2 c_W^2} [2B_1(k^2, 0, m_Z) + 1] + \frac{1}{2s_W^2} \left( 2 + \frac{m_e^2}{m_W^2} \right) [2B_1(k^2, m_e, m_W) + 1] \right\} \quad (13)$$

至此, 本研究获得了  $\gamma-Z$  混合链图传播子和  $\nu_e$  链图传播子的解析结果. 本研究关于混合链图传播子的讨论也可为探讨现代量子场论中一般复杂传播子的理论研究与应用提供某些学术参考价值. 为了具体讨论链图传播子对相应的树图传播子的相对修正, 图 3 给出了重整化  $\gamma$  混合链图传播子  $D_{\gamma,R}^{(\text{HCP})}(k)$  对  $\gamma$  树图传播子的相对修正  $R_\gamma(k) = D_{\gamma,R}^{(\text{HCP})}(k)/D_\gamma(k)$  和  $Z$  混合链图传播子对  $Z$  树图传播子的相对修正  $R_Z(k) = D_{Z,R}^{(\text{HCP})}(k)/D_Z(k)$  随传播子能量的变化. 可以看出,  $\gamma, Z$  混合链图传播子对其树图的相对修正符合电弱修正量级. 由于中微子与  $W, Z$  玻色子耦合时, 耦合顶点会出现  $\gamma_\mu(1 - \gamma_5)$  项, 若考虑中微子链图传播子修正, 则耦合顶点中的  $\gamma_\mu(1 - \gamma_5)$  项将变成  $[\zeta_1(p) + \zeta_2(p)]\gamma_\mu(1 - \gamma_5)$  项, 可将  $[\zeta_1(p) + \zeta_2(p)]$  理解为相对修正因子. 图 4 给出了  $[\zeta_1(p) + \zeta_2(p)]$  的实部和虚部随  $p$  的变化. 从图 4 可以看出, 在较大能量范围内, 链图传播子修正对其树图传播子的相对修正十分微小.

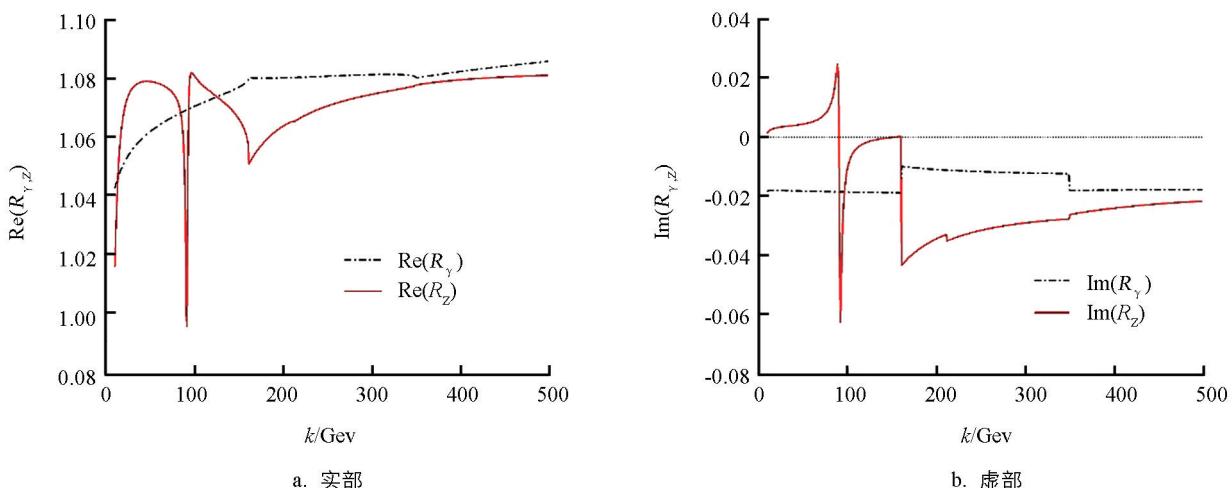


图 3  $\gamma, Z$  子混合链图传播子对树图传播子相对修正

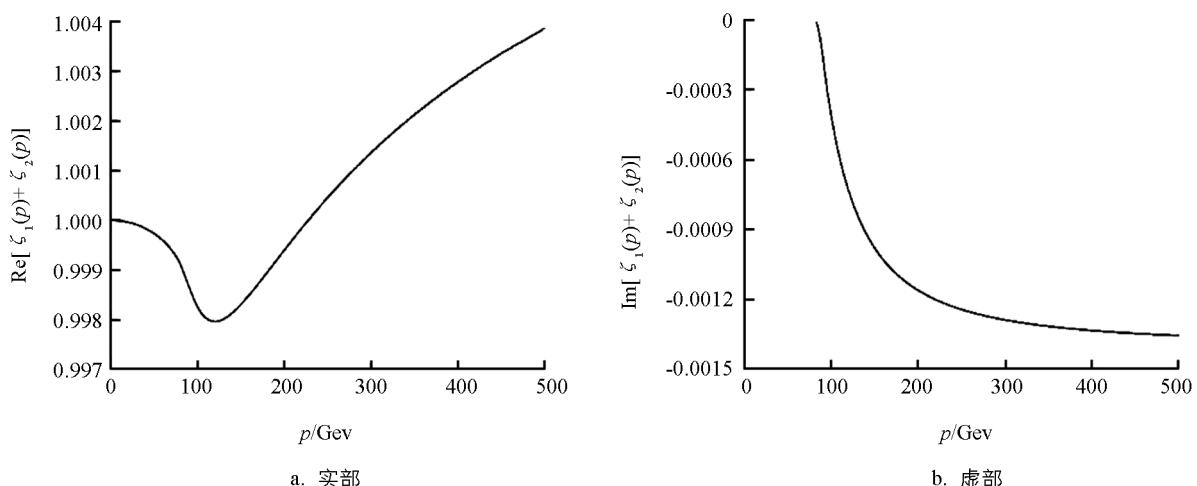


图 4 中微子链图传播子对树图传播子的相对修正随传播子能量  $p$  的变化

## 2 混合链图传播子修正下 $e^+ e^- \rightarrow W^+ W^-$ 反应截面

将所获得混合链图传播子应用到  $e^+ e^- \rightarrow W^+ W^-$  反应中。树图阶  $e^+ e^- \rightarrow W^+ W^-$  反应过程的 Feynman 图见图 5。若考虑混合链图传播子修正，相应的 Feynman 图见图 6。

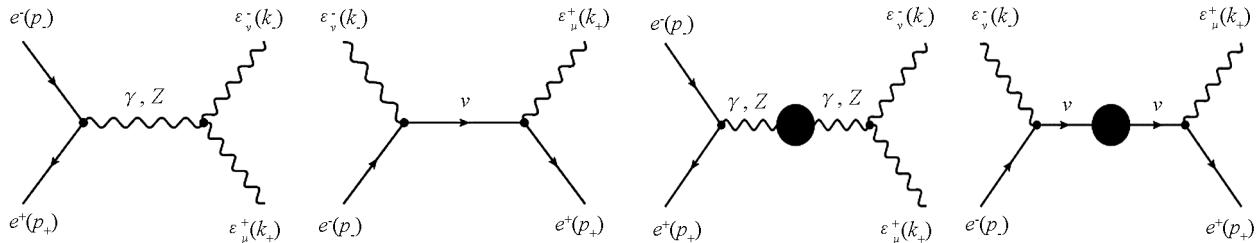


图 5 树图阶  $e^+ e^- \rightarrow W^+ W^-$  反应 Feynman 图

图 6 混合链图传播子修正下  
 $e^+ e^- \rightarrow W^+ W^-$  反应 Feynman 图

在质心系中，Mandelstam 变量定义为

$$\begin{aligned} s &= (p_+^2 + p_-^2)2 + (k_+^2 + k_-^2)2 = k^2 = 4E^2 \\ t &= (p_+^2 - k_+^2)2 + (p_-^2 - k_-^2)2 = p^2 = m_W^2 - \frac{s}{2} + \frac{\sqrt{s(s - 4m_W^2)}}{2} \cos\theta \end{aligned} \quad (14)$$

式中， $p_{\pm}$  表示入射正负电子的动量， $k_{\pm}$  表示出射  $W^{\pm}$  的动量。在忽略电子质量情况下，最低阶微分截面可以表示成<sup>[17]</sup>

$$\frac{d\sigma^0}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} \sqrt{1 - \frac{4m_W^2}{s}} | M_0 |^2 \quad (15)$$

其中，不变矩阵元  $M_0$  为

$$\begin{aligned} M_0 &= (2\pi)^2 4g^2 \left[ \frac{s_w^2}{s} \frac{1}{t} \bar{\nu}(p_+) \gamma_\lambda u(p_-) V_{\mu\nu\lambda}(-k_+, -k_-, k_+ + k_-) - c_w \frac{1}{s - m_Z^2 + im_Z \Gamma_Z} \bar{\nu}(p_+) \right. \\ &\quad \left. \gamma_\lambda (c_V + c_A \gamma_5) u(p_-) V_{\mu\nu\lambda}(-k_+, -k_-, k_+ + k_-) + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{4} \frac{1}{t} \bar{\nu}(p_+) \gamma_\mu (p - k) \gamma_\nu (1 - \gamma_5) u(p_-) \right] \epsilon_\mu^+ \epsilon_\nu^- \end{aligned} \quad (16)$$

$$V_{\mu\nu\lambda}(-k_+, -k_-, k_+ + k_-) = (k_+ + 2k_-)_\nu g_{\lambda\mu} + (k_+ - k_-)_\lambda g_{\mu\nu} - (2k_+ + k_-)_\mu g_{\nu\lambda} \quad (17)$$

相应的混合链图传播子修正下的微分截面可表示为

$$\frac{d\sigma^{(HCP)}}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} \sqrt{1 - \frac{4M_W^2}{s}} | M_C |^2 \quad (18)$$

其中，不变矩阵元  $M_C$  为

$$\begin{aligned} M_C &= (2\pi)^2 4 \left[ e^2 D_{\gamma,R}^{(HCP)}(k) \bar{\nu}(p_+) \gamma_\lambda u(p_-) V_{\mu\nu\lambda}(-k_+, -k_-, k_+ + k_-) - \right. \\ &\quad \left. \frac{g^2}{4} D_{Z,R}^{(HCP)}(k) \bar{\nu}(p_+) \gamma_\lambda (1 - 4s_w^2 - \gamma_5) u(p_-) V_{\mu\nu\lambda}(-k_+, -k_-, k_+ + k_-) - \right. \\ &\quad \left. g^2 s_w c_w D_{\gamma Z,R}^{(HCP)}(k) \bar{\nu}(p_+) \gamma_\lambda u(p_-) V_{\mu\nu\lambda}(-k_+, -k_-, k_+ + k_-) - \right. \\ &\quad \left. \frac{g^2 s_w}{4c_w} D_{\gamma Z,R}^{(HCP)}(k) \bar{\nu}(p_+) \gamma_\lambda (1 - 4s_w^2 - \gamma_5) u(p_-) V_{\mu\nu\lambda}(-k_+, -k_-, k_+ + k_-) + \right. \\ &\quad \left. \frac{g^2}{4} \frac{1}{t} \bar{\nu}(p_+) \gamma_\mu (p - k) [\zeta_1(p) + \zeta_2(p) \gamma_5] \gamma_\nu (1 - \gamma_5) u(p_-) \right] \epsilon_\mu^+ \epsilon_\nu^- \end{aligned} \quad (19)$$

完成  $| M_0 |^2$  和  $| M_C |^2$  的计算，可得到相应的非极化微分截面。完成(15)和(18)式中关于  $d\Omega$  的积分

$\sigma = 2\pi \int_0^\pi \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin\theta d\theta$ , 便得到相应的总截面。微分截面和总截面的解析计算式十分复杂, 限于篇幅, 本文不再给出具体表达式。

### 3 数值结果

在计算具体数值时, 各物理量的值取自粒子物理数据<sup>[13]</sup>:  $m_W = 80.379$  GeV,  $m_Z = 91.1876$  GeV,  $\alpha = 1/137.035999$ ,  $m_H = 125.09$  GeV,  $m_t = 173.21$  GeV,  $m_e = 0.510999$  MeV,  $m_\mu = 105.6584$  MeV,  $m_\tau = 1.77686$  GeV,  $s_W^2 = 0.23112$ . 图 7 给出了质心能量分别为 165 GeV, 195 GeV 和 240 GeV 时树图阶微分截面随散射角的变化。从图 7 中可以看出, 随着质心能量的增加, 微分截面随散射角的增加衰减越来越快。

目前, 综合 LEP, Tevatron 和 ATLAS 的实验数据,  $W$  玻色子的质量不确定度为 12 MeV。在  $W^+W^-$  阈值附近,  $W$  玻色子质量不确定度对总截面的影响很大。图 8 给出了  $W$  玻色子质量不确定度对总截面的影响。在质心能量为 161 GeV 处, 混合链图传播子修正下的总截面  $\sigma^{(HCP)} = 2.5619^{+0.1237}_{-0.1300}$  pb。在 CEPC 上, 可通过阈值扫描测量  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  总截面, 从而精确测量  $W$  玻色子的质量。

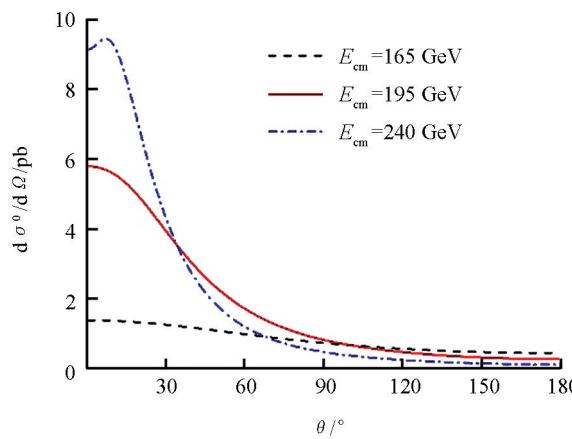


图 7  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  微分截面随散射角  $\theta$  的变化

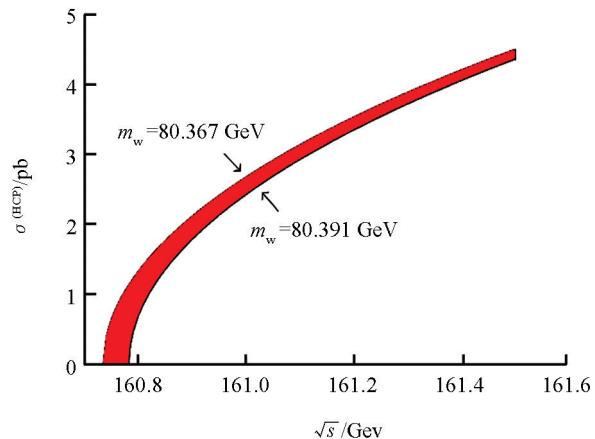


图 8 能量阈值附近  $m_W$  对  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  总截面的影响

从(15)和(18)式可以看出, 当质心能量达到产生  $W$  玻色子对阈值时, 随着质心能量的增加, 总截面会相应增加; 由于总截面与质心能量平方成反比, 因而当总截面达到峰值后又随着质心能量的增加而减小。图 9 给出了树图阶、传播子圈图修正和混合链图传播子修正下的总截面随质心能量的变化。从图 9 中可以看出: ① 在  $2m_W$  到 250 GeV 质心能量范围内, 混合链图传播子修正下的总截面  $\sigma^{(HCP)}$  对树图阶总截面  $\sigma^0$  约有 1% 到 2% 的压低效应, 而  $\sigma^{(HCP)}$  与圈图修正下的总截面  $\sigma^{(loop)}$  结果很接近; ② 在质心能量为 195 GeV 时, 总截面最大, 之后总截面随质心能量的增加缓慢减小; ③ 在对撞能量为 240 GeV 处, 总截面与峰值相比减小 12.75%, 因而 CEPC 无需将对撞能量调到 195 GeV, 可直接在 240 GeV 对撞能区对  $W$  玻色子进行精确测量。

CEPC 将作为 Z-工厂(质心能量  $\sim 91.2$  GeV)运行 2 年; 在  $W^+W^-$  阈值附近( $158 \sim 172$  GeV)运行 1 年, 设计对撞亮度为  $10 \times 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-2}$ ; 作为 Higgs 工厂(240 GeV)运行 7 年, 设计对撞亮度为  $3 \times$

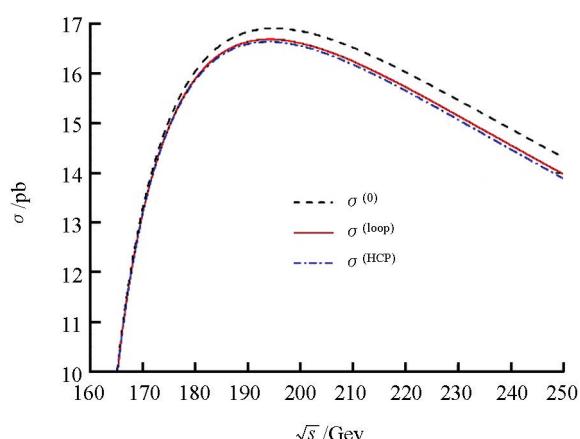


图 9  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  总截面随质心能量的变化

$10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-2}$ <sup>[18]</sup>. 表 1 给出了在不同质心能量下的总截面. 在  $\text{W}^+ \text{W}^-$  能量阈值附近, 若取 161 GeV 作为参考, 总截面约为 2.6 pb, 则在 CEPC 上  $\text{W}^+ \text{W}^-$  产生阈值附近运行一年可产生  $\sim 8 \times 10^7$  个事例数; 而在 240 GeV 对撞能区可产生  $\sim 10^8$  个事例数. 这可为精确测量 W 玻色子的质量提供数据保障.

表 1 不同质心能量下  $e^+ e^- \rightarrow \text{W}^+ \text{W}^-$  反应总截面

$\sqrt{s}$ / GeV	161	195	240	500
$\sigma^0$ / pb	2.575 4	16.905 6	14.883 1	6.227 7
$\sigma^{(\text{loop})}$ / pb	2.562 0	16.683 0	14.555 4	6.796 8
$\sigma^{(\text{HCP})}$ / pb	2.561 9	16.633 4	14.471 7	6.055 8

## 4 结 论

本研究首先在标准模型理论框架下讨论了  $\gamma, Z, \nu_e$  混合链图传播子的构架方式, 并获得了相应的重整化混合链图传播子的严格解析结果. 进而, 采用“混合链图传播子修正下的反应截面”这种计算模式, 讨论了混合链图传播子修正下的  $e^+ e^- \rightarrow \text{W}^+ \text{W}^-$  反应截面, 获得了相应的解析结果和数值结果. 最后, 结合 CEPC 对撞亮度和运行时间, 讨论了 CEPC 在  $\text{W}^+ \text{W}^-$  阈值附近和 240 GeV 两个对撞能区可产生  $\text{W}^+ \text{W}^-$  的事例数.

## 参 考 文 献:

- [1] LEMOINE M, VELTMAN M. Radiative Corrections to  $e^+ e^- \rightarrow \text{W}^+ \text{W}^-$  in the Weinberg Model [J]. Nuclear Physics B, 1980, 164: 445-483.
- [2] PHILIPPE R. W-Pair Productionin Electron-Positron Annihilation [J]. Physical Review D, 1982, 26(7): 1588-1599.
- [3] BÖHM M, DENNER A, SACK T, et al. Electroweak Radiative Corrections to  $e^+ e^- \rightarrow \text{W}^+ \text{W}^-$  [J]. Nuclear Physics B, 1988, 304: 463-499.
- [4] FLEISCHER J, JEGERLEHNER F, ZRALEK M. Radiative Corrections to Helicity Amplitudes ForW-Pair Production In  $e^+ e^-$ -Annihilation [J]. Zeitschrift Für Physik C Particles and Fields, 1989, 42(3): 409-423.
- [5] BEENAKKER W, KOŁODZIEJ K, SACK T. The Total Cross Section  $e^+ e^- \rightarrow \text{W}^+ \text{W}^-$  [J]. Physics Letters B, 1991, 258(3-4): 469-474.
- [6] BEENAKKER W, BERENDS F A, SACK T. The Radiative Process  $e^+ e^- \rightarrow \text{W}^+ \text{W}^- \Gamma$  [J]. Nuclear Physics B, 1991, 367(2): 287-312.
- [7] KOŁODZIEJ K, ZRALEK M. HelicityAmplitudes for Spin-0 or Spin-1 Boson Production in  $e^+ e^-$  Annihilation [J]. Physical Review D, Particles and Fields, 1991, 43(11): 3619-3625.
- [8] TANAKA H, KANEKO T, SHIMIZU Y. Numerical Calculation of Feynman Amplitudes for Electroweak Theories and an Application to  $e^+ e^- \rightarrow \text{W}^+ \text{W}^- \Gamma$  [J]. Computer Physics Communications, 1991, 64(1): 149-166.
- [9] HAGIWARA K, KANEMURA S, KLASSEN M, et al. One-Loop Contributions of Charginos and Neutralinos ToW-Pair Production In  $e^+ e^-$  Collisions [J]. Physical Review D, 2003, 68(11): 113011-1-113011-20.
- [10] HAHN T. Complete One-Loop Corrections to  $E^+ e^- \rightarrow \text{W}^+ \text{W}^-$  in the MSSM [J]. Nuclear Physics B, 2001, 609(3): 344-358.
- [11] AEPPLI A, WYLER D. HardBremsstrahlung Processes at LEP II [J]. Physics Letters B, 1991, 262(1): 125-134.
- [12] The ALEPH Collaboration, The DELPHI Collaboration, The L3 Collaboration, et al. Electroweak Measurements in E-Electron-Positron Collisions at W-Boson-Pair Energies at LEP [J]. Physics Reports, 2013, 532(4): 119-244.
- [13] PARTICLE DATA GROUP. Review of Particle Physics [J]. Phys Rev D, 2018, 98: 030001-1-030001-5.
- [14] DYSON F J. Divergence of Perturbation Theory in Quantum Electrodynamics [J]. Phys Rev, 1952, 85(4): 631-632.
- [15] 陈学文, 张家伟, 陈震亚. BES-Ⅲ 和 ILC 上  $e^+ e^-$  湮灭产生  $\tau^+ \tau^-$  对 [J]. 西南大学学报(自然科学版), 2017, 39(5): 150-155.

- [16] BÖHM M, SPIESBERGER H, HOLLIK W. On the 1-Loop Renormalization of the Electroweak Standard Model and Its Application to Leptonic Processes [J]. Fortschritte Der Physik, 1986, 34(11): 687-751.
- [17] PESKIN M E, SCHROEDER D V. An Introduction to Quantum Field Theory [M]. 北京: 世界图书出版公司, 2006.
- [18] CEPC-SPPC Study Group. CEPC-SPPC Preliminary Conceptual Design Report 1 [Z]. Physics and Detector, 2015.

## Analytical Calculation of Reaction Cross Section of $e^+ e^- \rightarrow W^+ W^-$ with Correction of Hybrid Chain Propagators

CHEN Xue-wen<sup>1</sup>, ZHANG Jia-wei<sup>1</sup>, FANG Zhen-yun<sup>2</sup>

1. School of Mathematics, Physics and Data Science, Chongqing University of Science and

Technology, Chongqing 401331, China;

2. School of Physics, Chongqing University, Chongqing 400030, China

**Abstract:** The framework of  $\gamma$  and  $Z$  hybrid chain propagators which are formed by photon and intermediate boson, respectively, is analyzed in the electroweak standard model (SM). The corresponding series expressions of the hybrid chain propagators are obtained by re-classifying and combining the propagators of each loop propagator, and analytical results of renormalized chain propagators are obtained through the introduction of the counter terms in the on-shell renormalization scheme. Based on the same treatment, the renormalized electron neutrino chain propagator is obtained. Furthermore, this result is applied to the particle reaction of  $e^+ e^- \rightarrow W^+ W^-$ , and the reaction cross section is obtained under the hybrid chain propagators' correction. The numerical results show that the reaction cross section of hybrid chain propagators has a suppression effect on the tree-level cross section. Finally, the effect of  $W$  boson's mass near the  $W^+ W^-$  threshold on the total cross section is discussed. Combined with the Circular Electron Positron Collider (CEPC) experiment, the numbers of  $W^+ W^-$  that can be generated near the  $W^+ W^-$  threshold and in the region of 240 GeV collision energy are discussed, respectively.

**Key words:** standard model; hybrid chain propagator; radiation correction; reaction cross section

责任编辑 潘春燕