

DOI: 10.13718/j.cnki.xdzk.2025.10.019

刘满强, 张宏安. 一种混合灰狼结构的麻雀搜索算法的收敛性分析及应用 [J]. 西南大学学报(自然科学版), 2025, 47(10): 221-233.

# 一种混合灰狼结构的麻雀搜索算法的收敛性分析及应用

刘满强, 张宏安

兰州理工大学 自动化与电气工程学院, 兰州 730050

**摘要:** 针对麻雀搜索算法易陷入局部最优、收敛速度慢, 对初始解的依赖性等问题, 提出了一种混合灰狼等级制度的自适应麻雀搜索算法。首先, 采用佳点集策略对麻雀种群初始化, 增加种群多样性, 提高算法收敛速度和精度; 其次, 采用动态惯性权重优化发现者位置更新过程, 平衡算法的全局探索和局部搜索能力; 接着, 利用 Levy 飞行策略优化跟随者位置更新过程, 扩大其搜索空间, 降低陷入局部最优的可能性; 最后, 引入灰狼优化算法中的等级制度策略更新警戒者位置, 降低麻雀搜索算法陷入局部最优的可能性, 并对算法进行收敛性分析。为验证算法性能, 与其他 5 种种群智能优化算法进行基准函数测试, 与二维静态栅格地图路径规划进行对比实验, 进一步证明了改进后算法的有效性和实用性。

**关键词:** 麻雀搜索算法; Levy 飞行; 动态惯性权重; 灰狼等级制度; 路径规划

中图分类号: TP301.6

文献标识码: A

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



文章编号: 1673-9868(2025)10-0221-13

## Convergence Analysis and Application of a Hybrid Sparrow Search Algorithm Incorporating with GWO Framework

LIU Manqiang, ZHANG Hongan

School of Automation and Electrical Engineering, School of Electrical Engineering and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China

**Abstract:** To address the issues of the sparrow search algorithm, including its propensity for local optima trapping, slow convergence rate, and reliance on the initial solution, this study introduces an enhanced sparrow search algorithm incorporating with an adaptive mixed gray wolf hierarchy. Initially, the algo-

收稿日期: 2025-02-10

基金项目: 国家自然科学基金青年项目(62203196)。

作者简介: 刘满强, 硕士, 高级工程师, 硕士研究生导师, 主要从事有色冶金装备自动控制与计算机视觉方面的研究。

通信作者: 张宏安, 硕士研究生。

rithm employed the Jiadian set strategy for population initialization, enhancing diversity and boosting the algorithm's convergence speed and precision. Subsequently, a dynamic inertia weight was applied to refine the seekers' position update mechanism, achieving a better balance between global exploration and local exploitation. Moreover, the Levy flight strategy was utilized to optimize the position update process of the followers, broadening their search scope and mitigating the risk of getting stuck in local optima. Lastly, a hierarchical approach from the gray wolf optimization algorithm was integrated into the alert sparrow's position update, the possibility of sparrow search algorithm falling into the local optimal was reduced, and an analysis of the convergence of the algorithm was made. To validate the algorithm's performance, benchmark tests were conducted against five swarm intelligence optimization algorithms, along with comparative experiments on 2D static grid map path planning, further demonstrating the improved algorithm's effectiveness and practicality.

**Key words:** sparrow search algorithm; Levy flight; dynamic inertia weights; grey wolf hierarchy; path planning

随着我国工业转型升级,在大规模设备更新和技术改造等背景下,移动机器人的应用愈加广泛,而机器人路径规划则是实际应用中的重要环节。

在解决路径规划问题时,经典的算法有 A\* 算法、人工势场法、快速搜索随机树法等,但这类算法有一定的局限性。A\* 算法进行路径规划时,生成路径的拐点较多且搜索效率低;用人工势场法进行路径规划时,容易出现目标点不可达,陷入局部极值等问题;快速搜索随机树法所需搜索时间长、迭代次数多,结果通常不是最优。近年来随着智能优化算法的发展,在面对各类复杂问题和优化任务时效果显著。这些算法的求解效率和灵活度很高,因此被广泛应用在各个领域当中。但是这些算法普遍存在的一类缺点是容易陷入局部最优,导致结果不能收敛。因此,文献[1]使用余弦衰减策略的自适应惯性权重、个体学习因子、社会学习因子代替原参数,提高算法寻优能力,降低了粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)算法陷入局部最优的可能性。文献[2]设计了一种双重信息引导的蚁群优化算法,有效引导全局搜索到优质解汇集的区域,提高了算法的收敛性。

麻雀搜索算法(Sparrow Search Algorithm, SSA)<sup>[3]</sup>是受麻雀觅食和逃避捕食者行为启发而提出的一种新算法,该算法具有收敛精度高、收敛速度快、鲁棒性强等优点,常用于函数优化问题。文献[4]将 SSA 算法用于优化网络参数来估计锂离子电池的健康状态。文献[5]将 SSA 算法用于脑驱动双足轮式移动机器人(WMR)的事件触发抗扰控制方案。该算法局部搜索能力很强,但全局搜索能力较差,容易陷入局部最优。在觅食阶段,发现者会向最优解移动,使得麻雀种群对搜索空间的开发陷入局部最优。在警戒阶段,麻雀个体逃生方式单一,导致全部个体收敛于当前最优个体,结果容易陷入局部最优。

基于以上问题,文献[6]提出一种黄金正弦策略改进发现者的麻雀搜索算法,兼顾了算法的全局开发和局部搜索能力,但同时黄金正弦因子的方向引导性会使算法陷入局部最优。文献[7]利用变异算子改进了麻雀搜索算法中的跟随者,可以避免算法陷入局部极值;文献[8]提出了一种基于精英反向学习策略的萤火虫麻雀搜索算法,加快算法收敛,但是算法容易出现早熟的情况。文献[9]采用佳点集初始化种群,结合 4 种算子和局部变异操作来提高算法求解能力,一定程度上加快了算法的收敛速度,但未对全局探索能力做出有效改变。

为了避免陷入局部最优和全局搜索能力不足等问题,提出了一种混合灰狼结构的麻雀搜索算法:① 用佳点集策略对麻雀种群初始化,增加种群多样性;② 提出发现者-跟随者自适应调整策略;③ 采用动态惯性权重优化发现者位置更新过程;④ 采用 Levy 飞行策略优化跟随者位置更新过程,降低陷入局部最优的可能;⑤ 引入灰狼优化算法(Grey Wolf Optimization Algorithm, GWO)中的等级制度策略更新警戒

者位置, 降低了 SSA 陷入局部最优的可能性。

## 1 麻雀搜索算法

### 1.1 SSA 简介

SSA 是一种基于群体智能的优化算法, 其灵感来自麻雀在自然界中的觅食习惯和逃避天敌的行为。在这个算法框架下, 部分麻雀扮演“发现者”的角色, 专注于寻找资源, 而其余麻雀则作为“跟随者”进行行动。此外, 群体中还专门有一部分麻雀担任“警戒者”, 它们负责监测潜在威胁并及时发出警报, 确保群体在追求食物的同时能够保持警惕, 避免陷入危险。

### 1.2 算法流程

在  $D$  维解空间中, 麻雀个体的位置表示为  $X = (x_1, x_2 \cdots x_D)$ , 适应度值  $f_i = f(x_1, x_2 \cdots x_D)$ 。麻雀种群的数量为  $N$ , 每一代都会从种群中挑选出位置最优的  $P$  只麻雀作为发现者, 其余的  $M$  只麻雀则成为跟随者, 同时它们中的部分会作为警戒者。三者位置更新公式如下:

$$X_{i,d}^{t+1} = \begin{cases} X_{i,d}^t \cdot \exp\left(\frac{-i}{\zeta \cdot T_{\max}}\right) & R_2 < W \\ X_{i,d}^t + Q \cdot L & R_2 \geq W \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $X_{i,d}^{t+1}$  表示第  $t$  代中第  $i$  个个体的位置;  $\zeta$  为  $(0, 1]$  上均匀分布的随机数;  $Q$  是服从标准正态分布的一个随机数;  $R_2$  为  $[0, 1]$  中的均匀分布的随机数;  $W$  表示安全阈值, 取值范围是  $[0.5, 1.0]$ ;  $T_{\max}$  是最大迭代次数;  $L$  是一个一行多维的全 1 矩阵。

$$X_{i,d}^{t+1} = \begin{cases} Q \cdot \exp\left(\frac{X_{\text{worst}}^t - X_{i,d}^t}{t^2}\right) & i > \frac{N}{2} \\ X_p^{t+1} + |X_{i,d}^t - X_p^{t+1}| \cdot A^+ \cdot L & i \leq \frac{N}{2} \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $X_p$  代表麻雀的最优位置;  $X_{\text{worst}}$  代表麻雀的最差位置;  $A^+$  是一个由 1 或 -1 组成的一行多维矩阵。

$$X_{i,d}^{t+1} = \begin{cases} X_{\text{best}}^t + \rho_1 |X_{i,d}^t - X_{\text{best}}^t| & f_i \neq f_g \\ X_{i,d}^t + \rho_2 \left(\frac{|X_{i,d}^t - X_{\text{worst}}^t|}{|f_i - f_w| + \epsilon}\right) & f_i = f_g \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $\rho_1$  为服从均值为 0, 方差为 1 的正态分布随机数;  $\rho_2$  为  $[-1, 1]$  上的随机数;  $\epsilon$  为一个较小的数防止分母为零;  $f_i$  是当前麻雀的适应度值;  $f_g$  和  $f_w$  是当前最佳适应度值和最差适应度值。

## 2 改进麻雀搜索算法

### 2.1 佳点集初始化种群

群体算法的初始化会影响其搜索性能。由于没有先验信息, SSA 中的麻雀通常是由随机初始化产生的。但是, 有时候麻雀在搜索域中的分布并不均匀, 这会使麻雀远离全局最优解, 导致收敛速度较低。本文采用佳点集策略对麻雀种群进行初始化, 确保初始种群在目标函数定义域内均匀分布, 从而有效提升了算法的精确度、收敛速率以及全局寻优能力<sup>[10]</sup>。佳点集理论源自我国著名数学家华罗庚, 假设  $H_m$  是  $m$  维欧氏空间的单位立方体, 其中存在点集  $G_n(k) = \{(\{r_1^n \cdot k\}, \{r_2^n \cdot k\}, \dots, \{r_m^n \cdot k\}), 1 \leq k \leq n\}$ , 它的偏差满足  $\varphi(n) = C(r, \vartheta)n^{-1+\vartheta}$ , 其中  $C(r, \vartheta)$  是常数, 只与  $r\vartheta$  ( $\vartheta > 0$ ) 有关。那么  $G_n(k)$  称为佳点集,  $r$  称为佳点,  $n$  为点数。佳点集  $C(r, \vartheta)$  的值为:  $r_i = 2\cos\left(\frac{2\pi i}{g}\right)$ ,  $1 \leq i \leq m$ , 其中,  $g$  是满足  $\frac{(g-3)}{2} \geq m$  的最小素数。

为了验证佳点集初始化的有效性, 设置初始种群数量为 100, 在二维空间中初始化麻雀种群, 与 Logis-

tic 混沌映射和 Tent 映射进行对比, 对比结果见图 1。从图 1 中可以直观看出, 佳点集策略初始化的麻雀种群分布更为均匀, 能进一步优化算法收敛速度, 避免陷入局部最优。

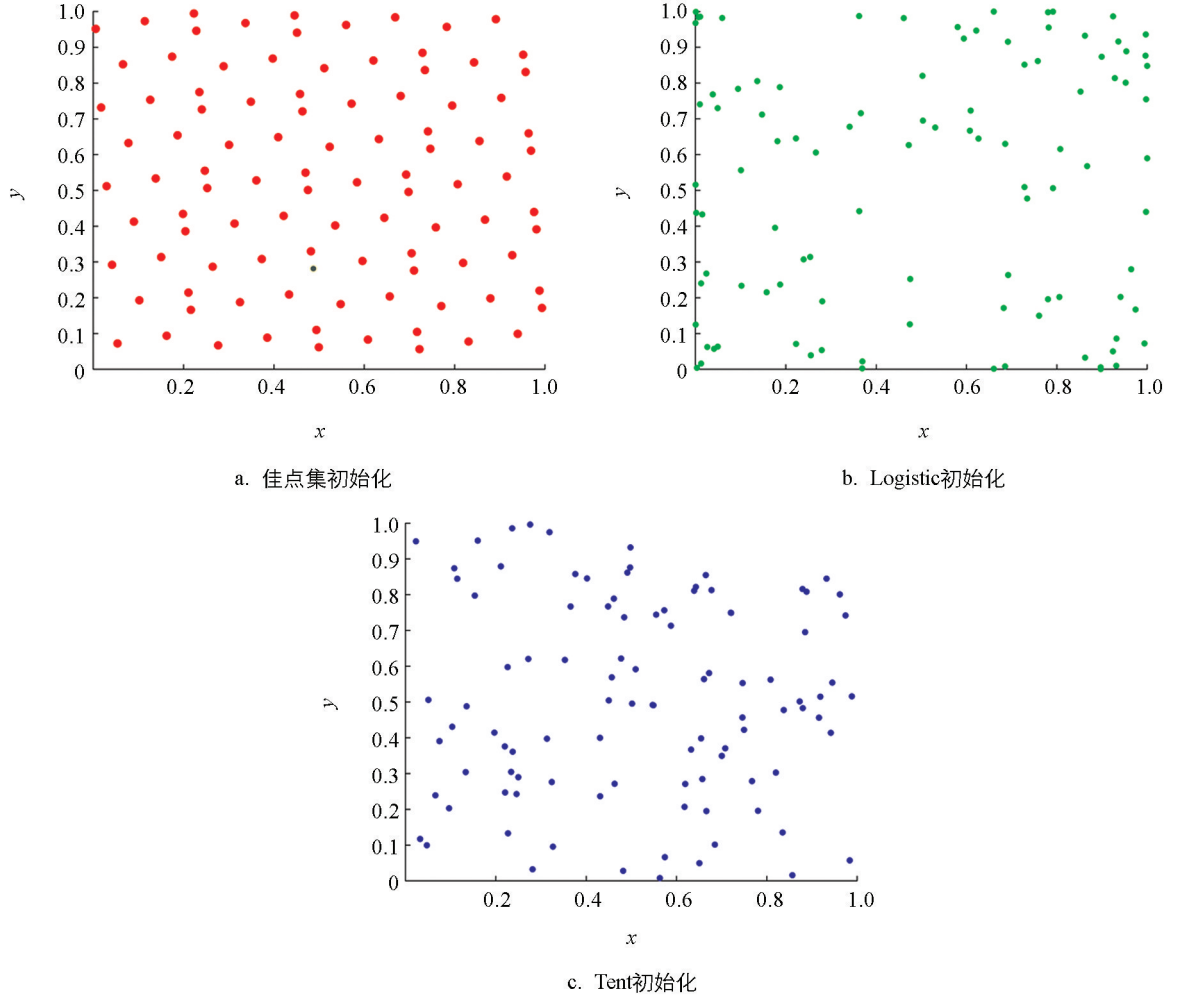


图 1 3 种初始化方式对比

## 2.2 比例自适应变化

在 SSA 中, 发现者和跟随者的数量保持不变。这样的设置在算法初期可能导致发现者数量不足, 不足以进行充分的全局搜索。而在算法后期, 当发现者数量较多时, 全局搜索的需求减少, 反而需要增加跟随者的比例以进行更精确的局部搜索<sup>[11]</sup>。为优化这一过程, 本文提出了发现者-跟随者自适应调整机制。在算法早期, 发现者比例较高以加强全局搜索, 随后随着迭代进行, 发现者数量逐渐减少, 而跟随者数量相应增加, 使得搜索过程逐渐由全局转向局部, 从而提升算法的整体收敛精度<sup>[12]</sup>。发现者和跟随者数目调整公式为:

$$\varphi = 0.15 \cdot \left( \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{2t}{T_{\max}} - 3\right)} - 0.05k^2 \right) + 0.1 \quad (4)$$

$$P = \varphi N$$

$$M = (1 - \varphi)N \quad (5)$$

式中:  $P$  为发现者数目;  $M$  为跟随者数目;  $b$  为比例系数, 本文取 0.15, 用于控制发现者和加入者之间的数目(在算法执行方面, 前期需要更多的发现者进行全局搜索, 经过反复实验取 0.15, 同时 0.1 对发现者比例起到下限支撑作用, 确保算法在后期仍有一定全局搜索能力, 避免过早收敛);  $k$  为扰动偏离因子, 对非线性递减值  $\varphi$  进行扰动。

### 2.3 动态惯性权重改进发现者

SSA 中, 发现者在迭代时采取的跳跃式移动可加速收敛, 但易导致种群快速集中, 减少搜索多样性, 并可能因忽视搜索盲区或范围限制而陷入局部最优。此外, 发现者在位置更新时对当前位置的利用程度不变。借鉴 PSO 算法, 本文通过引入惯性权重扰动策略来优化 SSA 中发现者的位置更新, 以增强其全局搜索能力<sup>[13]</sup>。其中, 三角函数具有周期性和波动性, 在迭代过程中, 这种波动使得惯性权重不会单调增加或减少, 而是呈现出一定的波动变化。该方法使得种群中适应度较高的个体在其原始位置附近进行扰动, 从而促进了麻雀种群内的信息交互。改进的发现者位置更新公式如下:

$$\psi_t = \left[ \psi_{\max} \cdot \left( 1 - \exp(-\tau t) \cdot \sin\left(\frac{\pi t}{2T_{\max}}\right) \right) + \psi_{\min} \cdot \exp(-\tau t) \cdot \cos\left(\frac{\pi t}{2T_{\max}}\right) \right] \cdot \left( 1 - \frac{t}{T_{\max}} \right) \quad (6)$$

$$X_{i,d}^{t+1} = \begin{cases} X_{i,d}^t \cdot \psi_t (1 + Q) & R_2 < W \\ X_{i,d}^t + Q & R_2 \geq W \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $X_{i,d}^{t+1}$  表示基于 Levy 飞行的跟随者改进策略  $t$  代中第  $i$  个个体的位置;  $Q$  为一个标准正态分布随机数;  $R_2$  为  $[0, 1]$  上均匀分布的随机数;  $W$  为安全阈值, 取值范围为  $[0.5, 1.0]$ ;  $\tau$  是一个控制指数衰减速度的参数, 用于调整衰减速度, 取 0.1。

### 2.4 Levy 飞行策略改进跟随者

当跟随者了解到发现者寻找到更好食源时会大量聚集, 这会使发现者密度过大, 从而导致陷入局部最优。在 Levy 飞行<sup>[14]</sup>策略中, 步长是根据 Levy 分布生成的。Levy 飞行策略通过引入 Levy 分布, 使得步长可以具有更大的幅度变化, 从而更好地模拟真实世界中的飞行情况。本文通过 Levy 飞行策略优化跟随者位置, 扩大其搜索空间, 改善易陷入局部最优的问题。改进的跟随者位置更新公式为:

$$X_{i,d}^{t+1} = \begin{cases} Q \cdot \exp\left(\frac{X_{\text{worst}}^t - X_{i,d}^t}{t^2}\right) & i > \frac{N}{2} \\ X_p^{t+1} + |X_{i,d}^t - X_p^{t+1}| \cdot S & i \leq \frac{N}{2} \end{cases} \quad (8)$$

式中:  $S = \frac{\theta}{|h|^{1/\lambda}}$ ;  $\theta \sim N(0, \sigma_\mu^2)$ ;  $h \sim N(0, \sigma_\nu^2)$ ;  $\sigma_\nu = 1$ ;  $\sigma_\mu = \left\{ \frac{\Gamma(1+\lambda) \sin\left(\frac{\pi\lambda}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\lambda+1}{2}\right) \lambda 2^{\frac{\lambda-1}{2}}}\right\}^{\frac{1}{\lambda}}$ , 通常  $\lambda$  取 1.5;  $X_{\text{worst}}$

为全局最差位置;  $X_p$  为发现者最优位置。

### 2.5 灰狼等级制度改进警戒者

在种群遇到危险时, 麻雀个体逃生方式单一, 并在更新位置时只考虑当前状态的最优解, 没有考虑到剩余次优解, 这会导致全部个体收敛于当前最优个体, 如果当前最优个体非全局极值点, 那么结果容易陷入局部解, 所以引入 GWO 中的等级制度策略, 选取前 3 个历史最优位置  $\{X_\alpha, X_\beta, X_\delta\}$  以得到潜在的最优解<sup>[15]</sup>。改进后的警戒者位置更新公式为:

$$\begin{cases} X_{1,d} = X_{\alpha,d}^t + \gamma |X_{i,d}^t - X_{\alpha,d}^t| \\ X_{2,d} = X_{\beta,d}^t + \gamma |X_{i,d}^t - X_{\beta,d}^t| \\ X_{3,d} = X_{\delta,d}^t + \gamma |X_{i,d}^t - X_{\delta,d}^t| \end{cases} \quad (9)$$

$$X_{i,d}^{t+1} = \begin{cases} Z_\alpha * X_{1,d} + Z_\beta * X_{2,d} + Z_\delta * X_{3,d} \\ f_i > (f_\alpha \text{ 或 } f_\beta \text{ 或 } f_\delta) \\ X_{i,d}^t + \rho_2 (X_{\text{worst},i,d}^t - X_{\text{best},i,d}^t) \\ f_i = (f_\alpha \text{ 或 } f_\beta \text{ 或 } f_\delta) \end{cases} \quad (10)$$

式中:  $\gamma$  是标准正态分布的随机数。

各头狼对应权重  $Z_i$  计算公式为:

$$\omega_i = \frac{(3f_\delta - f_i) \times f_i}{(3f_\delta - f_\alpha)^2} \quad Z_i = \frac{\omega_i}{\sum_{j=\alpha, \beta, \delta} \omega_j} \quad i = \alpha, \beta, \delta \quad (11)$$

采用灰狼等级体系后, SSA 算法的搜索范围得到了扩展。然而, 在个体向最佳解移动的过程中, 其位置的更新依赖于当前最优解、次优解和第三优解的加权平均, 这导致了更新结果的不确定性。为了确保算法能够有效收敛至最优解, 借鉴了差分进化算法中的“贪婪”选择原则, 仅使用当前具有最低代价的解来更新个体位置<sup>[16]</sup>。当得到的更新位置  $X_{\text{new}}^{t+1}$  的适应度优于当前的位置, 即  $f_{\text{new}} \leq f_{\text{current}}$  时, 新个体位置才被接受, 否则个体的位置保持当前最优而不进行更新。位置更新函数为:

$$X_{i,d}^{t+1} = \begin{cases} X_{\text{current}}^t & f_{\text{new}} > f_{\text{current}} \\ X_{\text{new}}^{t+1} & f_{\text{new}} \leq f_{\text{current}} \end{cases} \quad (12)$$

## 2.6 合理性理论分析

### 2.6.1 优化搜索导向

引入灰狼等级制度后, 警戒者凭借类似  $\alpha$  狼的主导地位, 可利用其对全局最优解的较强感知能力, 快速引导搜索向更有希望的区域靠近。 $\beta$  警戒者和  $\delta$  警戒者依据与高等级警戒者的相对关系更新位置, 能逐步细化搜索范围, 避免盲目随机搜索。

### 2.6.2 收敛速度提升

以经典函数优化问题为例, 如 Rosenbrock 函数、Rastrigin 函数等, 在相同初始条件下, 引入灰狼等级制度的 SSA 更有可能在更少的迭代次数内接近全局最优值。

### 2.6.3 跳出局部最优能力增强

由于不同等级警戒者位置更新公式中的随机系数会导致种群聚集, 所以引入动态随机因素避免算法过早收敛。当算法陷入局部最优“陷阱”时, 这种随机变化促使警戒者打破现有束缚, 探索新区域。

### 2.6.4 收敛性证明

1) 设优化问题为求函数  $f_x$  的最小值, 其中  $x \in \Omega \subseteq \mathbb{R}^d$ ,  $\Omega$  为  $d$  维搜索空间, 函数  $f_x$  存在全局最优解  $x^*$ 。用  $X_n = \{x_n^1, x_n^2, \dots, x_n^N\}$  表示算法在第  $n$  次迭代时的种群状态, 其中  $N$  为种群规模,  $x_n^i \in \Omega$  为第  $n$  次迭代时第  $i$  个个体的位置。定义改进的麻雀算法中, 受灰狼结构影响的警戒者引导下的个体位置更新公式为:

$$x_{n+1}^i = x_n^i + o_n \cdot \Delta x_n^i(\xi_n) \quad (13)$$

式中:  $o_n$  是与迭代次数相关的步长因子, 由警戒者根据当前搜索情况调整, 用于控制个体移动步长;  $\Delta x_n^i(\xi_n)$  是基于警戒者收集的环境信息  $\xi_n$  所确定的个体位置调整量, 它反映了警戒者引导个体移动的方向和幅度, 且  $\xi_n$  包含如当前搜索区域的适应度均值、方差, 以及与历史最优区域的对比信息等, 用于判断是否接近局部最优或全局最优趋势。

### 2) Lyapunov 函数的选取

设计 Lyapunov 函数  $V_{X_n}$  为:

$$V_{X_n} = \sum_{i=1}^N \|x_n^i - x^*\|^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^d (x_{n,j}^i - x_j^*)^2 \quad (14)$$

式中:  $\|x_n^i - x^*\|^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^d (x_{n,j}^i - x_j^*)^2$  表示第  $n$  次迭代时第  $i$  个个体与全局最优解的距离平方。显然,  $V_{X_n} \geq 0$  并且当且仅当所有个体位置都与全局最优解重合, 即  $x_n^i = x^*$  对所有  $i = 1, 2, \dots, N$  成立

时,  $V_{X_n} = 0$ 。

3) 计算  $V_{X_{n+1}} - V_{X_n}$

首先将  $V_{X_{n+1}}$  展开:

$$V_{X_{n+1}} = \sum_{i=1}^N \|x_{n+1}^i - x^*\|^2 = \sum_{i=1}^N \|x_n^i + o_n \cdot \Delta x_n^i(\xi_n) - x^*\|^2 \quad (15)$$

$$V_{X_{n+1}} - V_{X_n} = \sum_{i=1}^N (\|x_n^i + o_n \cdot \Delta x_n^i(\xi_n) - x^*\|^2 - \|x_n^i - x^*\|^2) \quad (16)$$

利用模的平方展开公式  $\|a + b\|^2 = \|a\|^2 + 2a^T b + \|b\|^2$  (这里  $a = x_n^i - x^*$ ,  $b = o_n \cdot \Delta x_n^i(\xi_n)$ ), 将上式进一步化简:

$$V_{X_{n+1}} - V_{X_n} = \sum_{i=1}^N (\|x_n^i - x^*\|^2 + 2(x_n^i - x^*)^T \cdot o_n \cdot \Delta x_n^i(\xi_n) + \|o_n \cdot \Delta x_n^i(\xi_n)\|^2 - \|x_n^i - x^*\|^2) = \sum_{i=1}^N (2(x_n^i - x^*)^T \cdot o_n \cdot \Delta x_n^i(\xi_n) + \|o_n \cdot \Delta x_n^i(\xi_n)\|^2) \quad (17)$$

4) 基于警戒者行为的不等式推导

由于警戒者在算法中的作用是引导种群向全局最优解靠近并避免陷入局部最优, 当警戒者正常发挥作用时: 对于任意个体  $i$ , 存在一个与警戒者决策相关的常数  $c_1 \geq 0$  使得:

$$\|o_n \cdot \Delta x_n^i(\xi_n)\| \leq c_1 \quad (18)$$

又因为警戒者引导个体趋向全局最优解, 所以存在常数  $c_2 \geq 0$  使得:

$$\|(x_n^i - x^*)^T \cdot o_n \cdot \Delta x_n^i(\xi_n)\| \leq c_2 \cdot \|o_n \cdot \Delta x_n^i(\xi_n)\| \quad (19)$$

结合上述两个不等式对  $V_{X_{n+1}} - V_{X_n}$  进行缩放:

$$\begin{aligned} V_{X_{n+1}} - V_{X_n} &= \sum_{i=1}^N (2(x_n^i - x^*)^T \cdot o_n \cdot \Delta x_n^i(\xi_n) + \|o_n \cdot \Delta x_n^i(\xi_n)\|^2) \leq \\ &\sum_{i=1}^N (2c_2 \cdot \|o_n \cdot \Delta x_n^i(\xi_n)\| + \|o_n \cdot \Delta x_n^i(\xi_n)\|^2) \leq \\ &\sum_{i=1}^N (2c_2 \cdot c_1 + c_1^2) = \\ &N(2c_2 \cdot c_1 + c_1^2) \end{aligned} \quad (20)$$

令  $C = N(2c_2 \cdot c_1 + c_1^2)$ , 则有:

$$V_{X_{n+1}} - V_{X_n} \leq C \quad (21)$$

随着迭代次数的增加, 通过调整警戒者的相关参数, 使得常数  $C$  逐渐减小趋近于零, 那么根据 Lyapunov 稳定性理论, 就有当  $n \rightarrow \infty$  时,  $V_{X_n} \rightarrow 0$ , 即种群中的个体越来越接近全局最优解, 从而证明算法收敛。

### 3 算法性能测试

为了验证混合灰狼结构的麻雀搜索算法(GWO Hang and SSA, GWHASSA)的收敛精度, 本文将对改进麻雀搜索算法(Improved Sparrow Search Algorithm, ISSA)<sup>[17]</sup>、GWO<sup>[18]</sup>、鲸鱼算法(Whale Optimization Algorithm, WOA)<sup>[19]</sup>、PSO<sup>[20]</sup>和鹦鹉优化算法(Parrot Optimization, PO)<sup>[21]</sup>进行基准函数的测试, 各个测试函数的维度如表 1 所示。

将这 6 种群优化算法进行极值寻优测试。为了保证实验的客观性,设置所有算法种群个数均为 30,迭代次数为 1 000 次,试验在同一环境下独立运行 30 次。得到的均值、标准差和最优值如表 2 所示。

表 1 测试函数

表达式	范围	最优值
$F_1(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$	$[-100, 100]$	0
$F_2(x) = \sum_{i=1}^n  x_i  + \prod_{i=1}^n  x_i $	$[-10, 10]$	0
$F_3(x) = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^i  x_j )^2$	$[-100, 100]$	0
$F_4(x) = \max_i \{ x_i , -1 \leq i \leq n\}$	$[-100, 100]$	0
$F_5(x) = \sum_{i=1}^n [100(x_i + 1 - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2]$	$[-30, 30]$	0
$F_6(x) = \sum_{i=1}^n (x_i + 0.5)^2$	$[-100, 100]$	0
$F_7(x) = \sum_{i=1}^n ix_i^4 + \text{random}[0, 1)$	$[-1.28, 1.28]$	0
$F_8(x) = \sum_{i=1}^n -x_i \sin(\sqrt{ x_i })$	$[-100, 100]$	$-418.9 \times d$
$F_9(x) = \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10\cos(2\pi x) + 10]$	$[-5.12, 5.12]$	0
$F_{10}(x) = -20\exp\left(-0.2\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i)\right) + 20 + e$	$[-32, 32]$	0
$F_{11}(x) = \frac{1}{4\,000}\sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$	$[-600, 600]$	0

注:函数  $F_1 - F_7$  是单峰测试函数,可以用来测试算法的全局搜索能力; $F_8 - F_{11}$  为多模态的基准测试函数,主要用于测试算法的局部探索能力。

表 2 算法测试结果统计

测试函数	统计值	WOA	PSO	GWO	ISSA	PO	GWHASSA
$F_1$	均值	7.81E-59	1.31E+04	7.58E-59	1.97E-154	7.38E-92	0.00E+00
	标准差	3.09E-58	1.23E+03	1.51E-58	1.08E-153	4.04E-91	0.00E+00
	最优解	8.06E-64	1.08E+04	2.74E-61	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
$F_2$	均值	3.48E-38	3.29E+01	9.69E-35	5.94E-78	2.85E-45	3.77E-171
	标准差	1.01E-37	1.04E+01	7.91E-35	3.25E-77	1.56E-44	0.00E+00
	最优解	6.27E-41	1.30E+00	1.69E-35	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
$F_3$	均值	8.29E+01	1.32E+01	3.47E-12	3.74E-98	4.97E-86	3.30E-254
	标准差	2.77E+02	5.93E+00	1.89E-11	2.04E-97	2.72E-85	0.00E+00
	最优解	6.00E-03	5.60E+00	2.09E-19	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
$F_4$	均值	1.36E-04	2.88E+01	3.19E-14	2.08E-93	3.58E-29	4.21E-162
	标准差	2.80E-04	1.16E+01	6.13E-14	1.13E-92	1.96E-28	2.29E-161
	最优解	6.15E-08	9.94E-01	7.33E-16	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
$F_5$	均值	2.57E+01	1.02E+02	2.67E+01	1.81E-05	1.36E-05	4.33E-06
	标准差	1.43E+00	8.80E+01	6.93E-01	2.49E-05	4.67E-05	5.91E-06
	最优解	2.41E+01	3.50E+01	2.53E+01	5.20E-09	6.39E-09	6.26E-12

续表 2

测试函数	统计值	WOA	PSO	GWO	ISSA	PO	GWHASSA
$F_6$	均值	8.59E-01	1.38E+04	1.09E+00	2.25E-06	6.41E-06	4.34E-08
	标准差	2.91E-01	1.29E+03	6.26E-01	3.41E-06	2.05E-06	7.92E-08
	最优解	3.59E-01	1.01E+04	5.05E-04	4.83E-10	1.75E-12	9.88E-12
$F_7$	均值	2.32E-03	1.57E-01	9.17E-04	3.26E-04	2.44E-04	1.96E-04
	标准差	1.54E-03	6.52E-02	5.90E-04	2.84E-04	2.04E-04	1.59E-04
	最优解	2.01E-04	3.47E-02	1.95E-04	4.15E-05	6.66E-06	8.03E-06
$F_8$	均值	-7.68E+03	-3.28E+03	-5.88E+03	-8.11E+03	-4.06E+04	-1.43E+04
	标准差	4.26E+02	5.32E+02	7.80E+02	6.97E+02	1.16E+04	4.52E+04
	最优解	-8.53E+03	-4.51E+03	-7.39E+03	-9.28E+03	-4.82E+04	-2.39E+04
$F_9$	均值	3.88E+01	4.04E+01	2.53E-01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	标准差	4.32E+01	1.04E+01	9.79E-01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	最优解	0.00E+00	2.16E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
$F_{10}$	均值	6.60E-15	5.10E+00	1.54E-14	4.44E-16	4.44E-16	4.44E-16
	标准差	1.59E-15	8.56E-01	3.04E-15	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	最优解	3.99E-15	3.58E+01	7.55E-15	4.44E-16	4.44E-16	4.44E-16
$F_{11}$	均值	5.43E-03	2.59E+01	2.67E-03	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	标准差	1.27E-02	5.74E+00	6.12E-03	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	最优解	0.00E+00	1.58E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

在表 1 的 11 组测试函数中,  $F_1 - F_7$  是单峰测试函数, 可以用来测试算法的全局搜索能力。对于  $F_6$  的求解, 虽然 GWHASSA 在求解最优值时不能稳定收敛, 但收敛效果和收敛精度都优于其他对比算法。其中  $F_5$  函数的全局最优解较难求解, 大部分优化算法很难找到全局最优解, 而 GWHASSA 在求解时明显优于其他算法。相较于 ISSA, GWHASSA 在寻优效果和全局寻优能力方面均有所提高。

$F_8 - F_{11}$  为多模态的基准测试函数, 多峰测试函数主要用于测试算法的探索能力。从表 2 中的测试结果可以分析得出。在求解  $F_8$  时, 由于该函数是一个多峰、连续、可导(除了零点外)、非线性、无约束的多维函数, 求解难度较高, 存在许多局部最优解, PO 能够在搜索空间中更均匀地分布个体, 从而增加了找到全局最优解的可能性。ISSA 的位置更新方式相对简单, 在局部搜索阶段, 算法在局部最优解附近徘徊, 难以进一步逼近全局最优解, 改进后的 GWHASSA 算法在很大程度上弥补了该缺陷, 在实际应用时影响较小。6 种算法对于该测试函数寻优时均未达到理想效果, 统计结果表明, GWHASSA 整体寻优能力优于 WOA、PSO、GWO、ISSA 及 PO。

为了比较 6 种算法的收敛效果和稳定性, 本文还对 6 种算法进行了仿真对比, 列出了  $F_1$ 、 $F_3$ 、 $F_5$ 、 $F_8$ 、 $F_{10}$ 、 $F_{11}$  6 个测试函数的迭代收敛曲线, 结果如图 2 所示。

图 2 为各算法收敛曲线图, GWHASSA 的收敛速度和精度整体上优于 WOA、PSO、GWO、ISSA 及 PO 5 种算法。相较于之前改进的 ISSA 算法, 本文改进过的 GWHASSA 算法在寻优能力和全局搜索方面都有所提高。

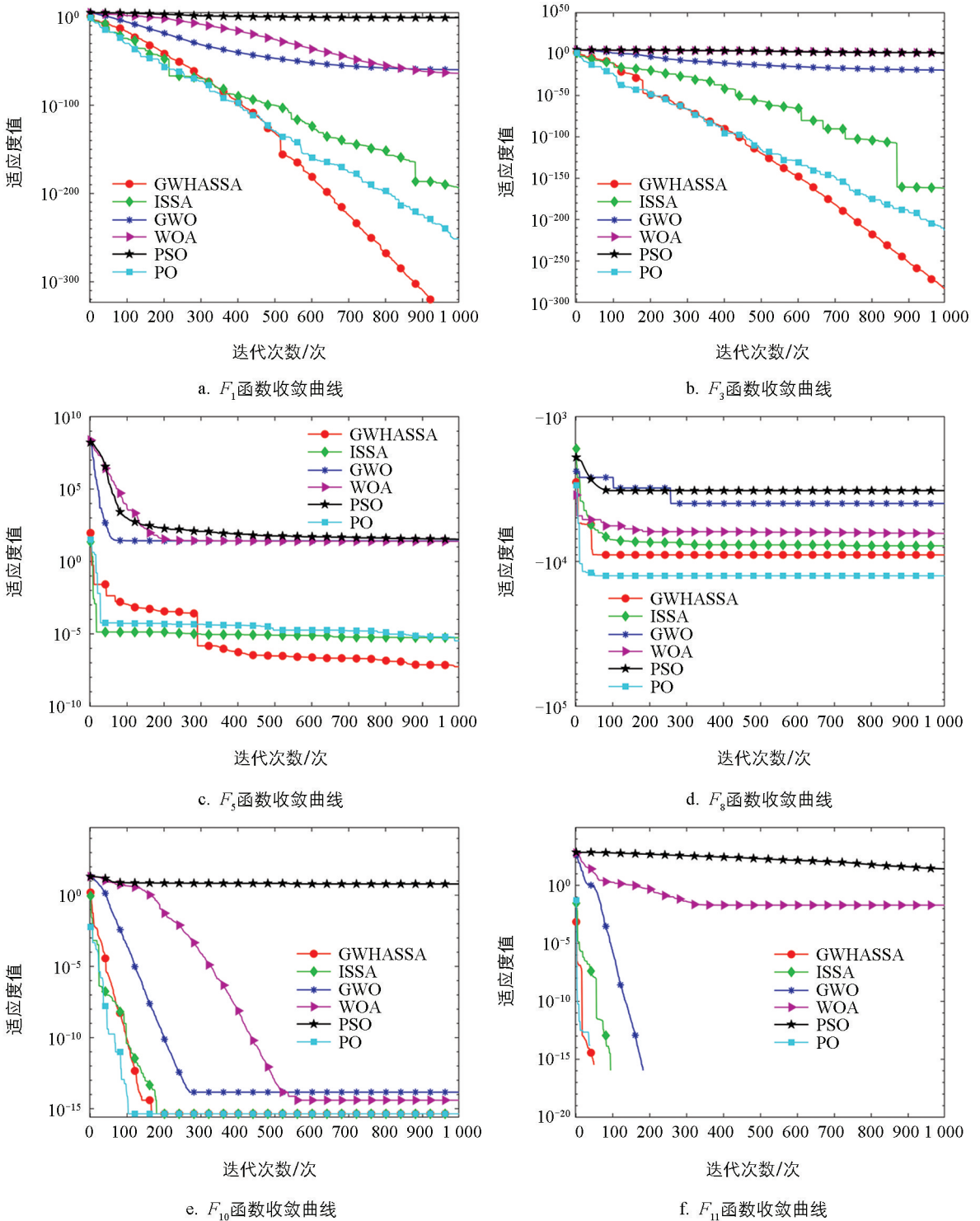


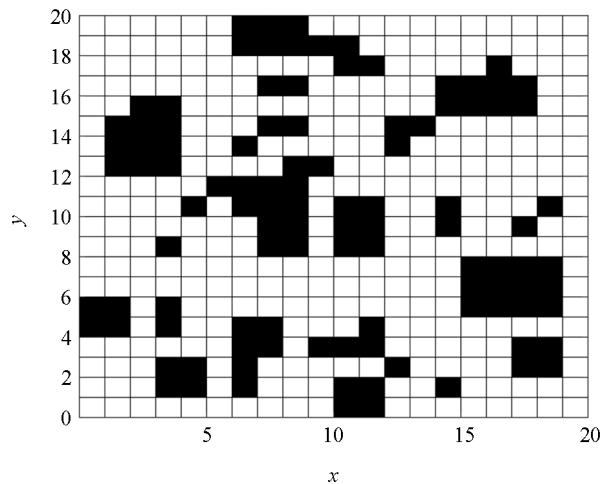
图 2 各算法收敛曲线

### 4 在机器人路径规划中的应用

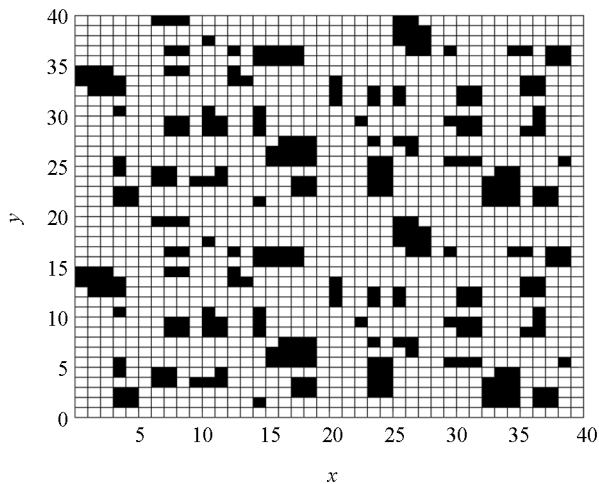
路径规划问题是机器人领域目前比较受关注的一类研究问题，其目的是找到一条有效又简单的路径。随着近年来越来越多的群智能优化算法的提出和改进，研究者们将群智能优化算法应用到路径规划问题当中，并且取得了一定的效果。为了验证 GWHASSA 在实际工程问题时的能力，本文将 GWHASSA、WOA、PSO、GWO、ISSA 及 PO 6 种群智能优化算法应用到机器人路径规划的问题当中。

#### 4.1 机器人路径规划环境设置

首先, 将机器人的活动范围设置在二维平面空间内, 然后使用栅格法来构建地图模型。其中, 黑色的栅格表示空间中存在的障碍物, 而白色的栅格则表示无障碍物可顺利通过的路径, 路径规划问题的目的便是找到一条安全无碰撞并且高效的路径。为了仿真实验的顺利进行, 把现实问题中不规则的障碍物全部填满栅格。图 3 便是栅格法生成的二维平面地图, 其中包括障碍物较少的简单环境地图和障碍物较多的复杂环境地图。



a. 20×20栅格地图



b. 40×40栅格地图

图 3 不同栅格地图

#### 4.2 仿真实验

在本次实验中, 算法的种群数量均设置为 30, 迭代次数为 100 次, 试验在同一环境下独立运行 30 次。实验统计结果如表 3 所示。

表 3 多算法路径统计值表

地图大小	算法	最短路径	平均值	标准差	拐点个数/个
20×20	GWHASSA	20.666 2	21.084 2	0.862 8	9
	WOA	20.666 2	23.112 6	2.150 1	13
	PSO	22.533 9	23.724 1	1.976 3	12
	GWO	22.533 9	23.919 3	1.889 3	15
	ISSA	20.666 2	22.651 2	1.512 5	14
	PO	20.803 3	22.063 2	1.339 1	12
40×40	GWHASSA	47.073 2	49.817 3	2.1089	12
	WOA	48.298 8	54.024 1	4.892 7	15
	PSO	50.539 5	54.773 7	3.216 5	16
	GWO	48.067 3	54.453 7	5.145 6	17
	ISSA	48.033 8	52.700 6	5.854 7	19
	PO	47.962 5	51.556 5	2.988 5	18

如图 4 所示, 红色路径为 GWHASSA 生成的路径, 可以看出, 无论是在简单地图还是复杂地图, 本文算法所生成的路径比其他 5 种算法更短, 且路径的拐点相对较少, 生成的路径也更加平滑, 说明本文算法有效提高了原算法的全局搜索能力, 能够在各种环境中寻找到更优的路径。

从表 3 的实验数据能够得出 GWHASSA 在简单地图中与 WOA 和 ISSA 算法具有相同的最短路径,

且小于 GWO、PSO 和 PO 算法的最短路径。但是就平均值而言，在 30 次实验中 GWHASSA 的平均路径长度为 21.084 2，小于其他算法，在标准差方面也优于其他 5 种算法。而在复杂地图中 GWHASSA 生成的最短路径为 47.073 2，平均路径长度为 49.817 3，相比其他 5 种算法，GWHASSA 都表现出一定的优势，且标准差也明显优于其他算法。实验表明，本文提出的 GWHASSA 有较好的稳定性和鲁棒性。

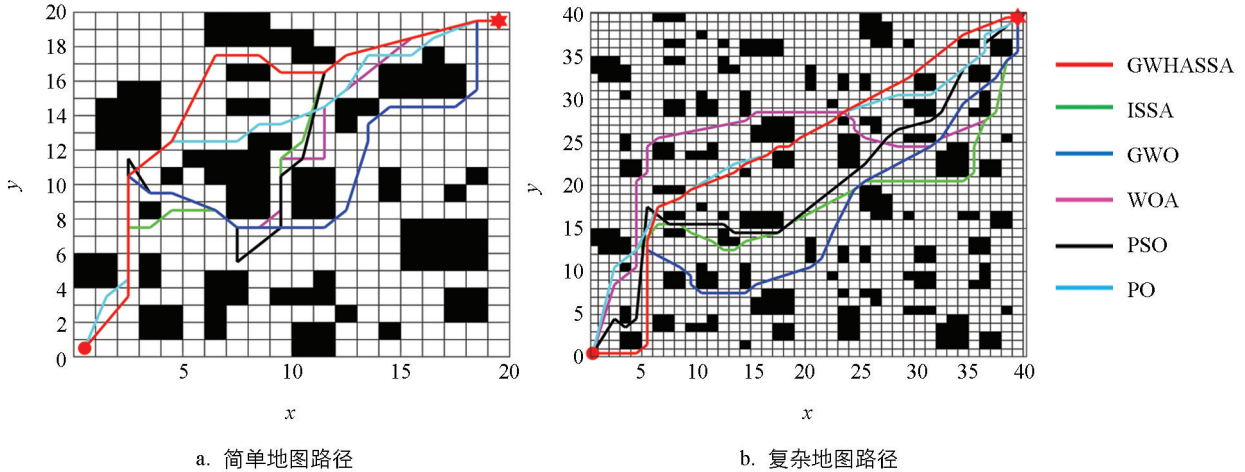


图 4 多算法简单与复杂地图路径对比图

GWHASSA 良好的性能来自本文所提出的 5 种改进策略，其中包括佳点集初始化种群、比例自适应变化、通过动态惯性权重改进发现者、通过 Levy 飞行策略改进跟随者和通过灰狼等级制度改进警戒者。图 4 和图 5 也验证了改进的有效性和 GWHASSA 算法的良好性能。总之，相比于其他几种群智能优化算法，GWHASSA 在寻优效果上效果显著，且表现出良好的收敛性和稳定性。

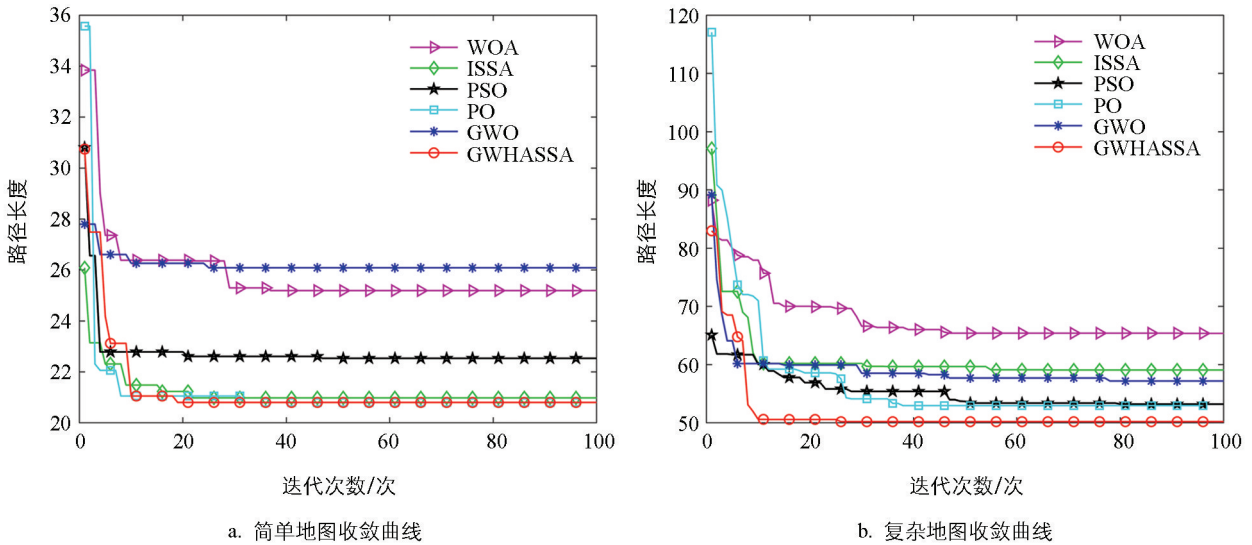


图 5 各算法路径收敛曲线

## 5 结论

针对 SSA 的缺陷，进行了多重算法的融合，并且分析了算法的收敛性。对改进算法进行了函数测试，收敛曲线和平均值、标准差分析结果均表明 GWHASSA 在稳定性和精度上有了很大提升。在后续的机器人路径规划问题中 GWHASSA 的优势得到进一步体现，但目前只在静态环境中进行了测试，还无法适应复杂的动态环境。

## 参考文献:

- [1] 赖春红, 陈先勤, 姜小明, 等. 改进粒子群优化算法和双分支网络的耦合效率预测 [J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版), 2025, 37(1): 76-84.
- [2] 郭宁, 申秋义, 钱斌, 等. 双重信息引导的蚁群算法求解绿色多舱车辆路径问题 [J]. 控制理论与应用, 2024, 41(6): 1067-1078.
- [3] XUE J K, SHEN B. A Novel Swarm Intelligence Optimization Approach: Sparrow Search Algorithm [J]. Systems Science & Control Engineering, 2020, 8(1): 22-34.
- [4] GUO Y, YANG D F, ZHANG Y, et al. Online Estimation of SOH for Lithium-Ion Battery Based on SSA-Elman Neural Network [J]. Protection and Control of Modern Power Systems, 2022, 7(1): 40.
- [5] ZHU Z M, SONG J, HE S P, et al. Event-Triggered Disturbance Rejection Control for Brain-Actuated Mobile Robot: an SSA-Optimized Sliding Mode Approach [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2024, 30(1): 482-493.
- [6] 郭庆辉, 李媛, 杨东升. 一种改进麻雀搜索算法的收敛性分析及应用 [J]. 控制与决策, 2024, 39(8): 2502-2510.
- [7] 段锦, 姚安妮, 王震, 等. 改进的麻雀搜索算法优化无线传感器网络覆盖 [J]. 吉林大学学报(工学版), 2024, 54(3): 761-770.
- [8] 顾清华, 姜秉佼, 常朝朝, 等. 求解大规模优化问题的改进麻雀搜索算法 [J]. 控制与决策, 2023, 38(7): 1960-1968.
- [9] 张则强, 王灿, 刘俊琦, 等. 基于改进麻雀搜索算法的平行行排序问题 [J]. 吉林大学学报(工学版), 2024, 54(7): 1851-1861.
- [10] 王雨虹, 王志中. 基于 RFRFE 与 ISSA-XGBoost 的变压器故障辨识方法 [J]. 电子测量与仪器学报, 2021, 35(12): 142-150.
- [11] 段中兴, 刘瑞兴, 刘冲. 多策略改进麻雀搜索算法优化三维 DV-Hop 节点定位 [J]. 吉林大学学报(工学版), 2024, 54(3): 771-784.
- [12] 刘睿, 莫愿斌. 增强型麻雀搜索算法及其工程优化应用 [J]. 小型微型计算机系统, 2023, 44(3): 497-505.
- [13] 王永利, 赵中华, 张一诺, 等. 基于改进粒子群算法和极限学习机模型的配电网物资需求预测 [J]. 科学技术与工程, 2025, 25(15): 6410-6418.
- [14] JOSHI S K. Levy Flight Incorporated Hybrid Learning Model for Gravitational Search Algorithm [J]. Knowledge-Based Systems, 2023, 265: 110374.
- [15] 刘云川. 基于麻雀搜索算法的路径规划问题研究 [D]. 西安: 西安电子科技大学, 2024.
- [16] 吴坤, 谭劭昌. 基于改进鲸鱼优化算法的无人机航路规划 [J]. 航空学报, 2020, 41(S2): 107-114.
- [17] 张迎春, 姜岚, 唐波, 等. 基于改进麻雀搜索算法的变电构架优化方法 [J]. 振动与冲击, 2024, 43(07): 94-101.
- [18] 崔靖凯, 王凯, 范正奇, 等. 基于改进灰狼算法的冗余机械臂最优轨迹规划 [J]. 控制与决策, 2025, 40(5): 1457-1466.
- [19] 陆志国, 王道. 基于 B 样条与鲸鱼优化算法的机械臂轨迹规划 [J]. 东北大学学报(自然科学版), 2024, 45(5): 683-689.
- [20] 吴鹏, 叶宝林, 吴维敏, 等. 基于改进混沌粒子群算法的交通信号控制 [J]. 计量学报, 2024, 45(12): 1876-1884.
- [21] MERCYI, NAINWAL A, R B, et al. Autonomous Vehicle Communication with Parrot-Optimized Orientation-Aware Graph Neural Network for Next-Generation IoT Connectivity [C] // 2024 4th International Conference on Sustainable Expert Systems (ICSSES). New York: IEEE, 2024: 332-338.

责任编辑 张枸  
柳剑