第 40 卷 第 1 期 西南师范大学学报(自然科学版) 2015 年 1 月
Vol. 40 No. 1 Journal of Southwest China Normal University (Natural Science Edition) Jan. 2015

DOI:10.13718/j.cnki.xsxb.2015.01.003

左截断右删失数据下指数分布参数多变点的贝叶斯估计①

何朝兵[1], 刘跃军[2], 刘华文[3]

1. 安阳师范学院 数学与统计学院,河南 安阳 455000;2. 安阳师范学院 软件学院,河南 安阳 455000;
3. 山东大学 数学学院,济南 250100

摘要: 主要利用 MCMC 方法研究了左截断右删失数据下指数分布多变点模型的参数估计问题. 通过筛选法和逆变换法得到了指数分布的完全数据,在获得各参数的满条件分布后,利用 MCMC 方法得到了 Gibbs 样本,把 Gibbs 样本的均值作为各参数的估计. 随机模拟的结果表明各参数估计的精度都较高.

关 键 词: 完全数据似然函数;满条件分布;MCMC 方法;Gibbs 抽样;Metropolis-Hastings 算法

中图分类号:O213.2;O212.8 **文献标志码:A** **文章编号:** 1000-5471(2015)1-0012-06

变点模型是统计学中比较重要的统计模型,它广泛应用于水文统计、经济、网络安全等领域. 对变点模型的研究已有大量文献[1-5]. 贝叶斯计算方法中的 MCMC 方法,使变点的检测变得非常方便[6-8]. 指数分布是一种很重要的连续型寿命分布,在许多场合都假定产品的失效分布为指数分布,特别在对产品进行早期筛选后进入偶然失效期都可认为产品失效分布为指数分布. 指数分布是最简单的失效分布,其失效率为常数,又与平均寿命互为倒数. 指数分布在可靠性与排队论中有着广泛的应用. 当进行寿命试验时,经常会出现左截断右删失数据[9-11]. 对截断或删失数据下变点模型的研究可参看文献[12-15]. 但对数据是既左截断又右删失的情形下变点模型的研究还不多见. 本文主要利用 MCMC 方法研究了左截断右删失数据下指数分布多变点模型的参数估计问题. 通过筛选法和逆变换法得到了产品寿命的完全数据,把通过 MCMC 方法得到的 Gibbs 样本的均值作为各参数的估计,随机模拟的结果表明各参数估计的精度都较高.

1 左截断右删失模型

设(X, Y, T)是一连续型随机变量,寿命变量 X 的分布函数为 $F(x;\lambda)=P(X\leqslant x)$,概率密度为 $f(x;\lambda)$;Y 的分布函数为 $G(y)$,概率密度为 $g(y)$;T 的分布函数为 $H(t)$,概率密度为 $h(t)$,且 Y,T 的分布与 λ 无关. 假设 X,Y,T 相互独立,且取值非负. 对于 n 个受试产品,左截断右删失模型只有当 $Z_i\geqslant T_i$ 时可得到数据(Z_i, T_i, δ_i),而在 $Z_i<T_i$ 下无法得到任何观察值,其中

$$Z_i=X_i\wedge Y_i=\min(X_i, Y_i),\ \delta_i=I(X_i\leqslant Y_i),\ i=1,2,\cdots,n$$

下面求样本的似然函数.

$$P(\text{无样本观察值})=P(Z_i<T_i)=1-P(X_i\geqslant T_i, Y_i\geqslant T_i)=$$
$$1-\int_0^{\infty}h(x)\bar{F}(x)\bar{G}(x)\mathrm{d}x\triangleq u(\lambda)$$

其中:$\bar{F}=1-F$, $\bar{G}=1-G$.

---

① 收稿日期:2014-01-16
基金项目:国家自然科学基金项目(61174099);河南省教育厅科学技术研究重点项目(12A520001).
作者简介:何朝兵(1975-),男,河南周口人,讲师,理学硕士,主要从事概率统计研究.

为了研究方便，引入示性变量

$$\nu_i = I(\min(X_i, Y_i) \geqslant T_i),\ i = 1,2,\cdots,n$$

则基于观察数据$\{(z_i, t_i, \delta_i): \nu_i = 1,\ 1 \leqslant i \leqslant n\}$的似然函数为

$$L(\lambda) = \prod_{i=1}^{n} \{[f(z_i;\lambda)\bar{G}(z_i)h(t_i)]^{\nu_i\delta_i}[g(z_i)\bar{F}(z_i;\lambda)h(t_i)]^{\nu_i(1-\delta_i)}[u(\lambda)]^{1-\nu_i}\} =$$

$$A\prod_{i=1}^{n}\{[f(z_i;\lambda)]^{\nu_i\delta_i}[\bar{F}(z_i;\lambda)]^{\nu_i(1-\delta_i)}[u(\lambda)]^{1-\nu_i}\} \tag{1}$$

其中 $A = [h(t_i)]^{\sum_{i=1}^{n}\nu_i}\prod_{i=1}^{n}\{[\bar{G}(z_i)]^{\nu_i\delta_i}[g(z_i)]^{\nu_i(1-\delta_i)}\}$，且 A 与 λ 无关.

2　指数分布的完全数据似然函数

若 X 的概率密度为 $f(x;\lambda) = \lambda e^{-\lambda x}$，$x \geqslant 0$，则称 X 服从指数分布，记为 $X \sim \mathrm{Exp}(\lambda)$.

假设左截断右删失模型中，产品寿命 $X \sim \mathrm{Exp}(\lambda)$.

由(1)式知，不完全数据下指数分布的似然函数比较复杂.

下面添加缺损的寿命变量数据：

当 $\nu_i = 1$，$\delta_i = 0$ 时，添加数据 $Z_{1i} = X_i = z_{1i}$.

Z_{1i} 的概率密度为 $\Psi_1(x;\lambda, z_i) = \dfrac{f(x;\lambda)}{1 - F(z_i;\lambda)}$，$x > z_i$，$Z_{1i}$ 的取值可表示为

$$z_{1i} = F^{-1}\{F(z_i) + U[1 - F(z_i)]\}$$

其中：F 是 $\mathrm{Exp}(\lambda)$ 的分布函数，F^{-1} 为其反函数，U 为由均匀分布 $U(0, 1)$ 产生的随机数. 利用 R 软件编程时，F 与 F^{-1} 可以分别利用函数 pexp( ) 和 qexp( ) 进行计算.

当 $\nu_i = 0$ 时，添加数据 $Z_{2i} = X_i = z_{2i}$.

在 $\nu_i = 0$，即 $\min(X_i, Y_i) < T_i$ 的条件下，Z_{2i} 的条件概率密度为

$$\Psi_2(x;\lambda) = [u(\lambda)]^{-1}f(x;\lambda)P(\{Y > x, T > x\} \cup \{Y \leqslant x, T > Y\}) =$$

$$[u(\lambda)]^{-1}f(x;\lambda)[\bar{G}(x)\bar{H}(x) + \int_0^x g(x)\bar{H}(x)\mathrm{d}x] \leqslant [u(\lambda)]^{-1}f(x;\lambda)$$

由于 $f(x;\lambda)$ 是 X_i 的概率密度，且 X_i 与 Z_{2i} 的取值范围相同，所以可以利用筛选法抽取 Z_{2i} 的值 z_{2i}. 具体抽样如下：

1) 产生均匀分布 $U(0, 1)$ 的随机数 u，由 $f(x;\lambda)$ 抽取 x；

2) 如果 $u \leqslant \bar{G}(x)\bar{H}(x) + \int_0^x g(x)\bar{H}(x)\mathrm{d}x$，则 $z_{2i} = x$，停止，否则回到步骤 1).

令 $\boldsymbol{z}, \boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{\delta}$ 分别表示由 $z_i, z_{1i}, z_{2i}, \nu_i, \delta_i$ 组成的向量，则完全数据似然函数为

$$L(\boldsymbol{z}, \boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{\delta} \mid \lambda) \propto \prod_{i=1}^{n}\{[f(z_i;\lambda)]^{\nu_i\delta_i}[f(z_{1i};\lambda)]^{\nu_i(1-\delta_i)}[f(z_{2i};\lambda)]^{1-\nu_i}\} = \lambda^n e^{-\lambda s} \tag{2}$$

其中 $s = \sum_{i=1}^{n}[\nu_i\delta_i z_i + \nu_i(1-\delta_i)z_{1i} + (1-\nu_i)z_{2i}]$.

3　参数的贝叶斯估计

如果寿命变量 X_i 满足：

$$X_i \sim \begin{cases} \mathrm{Exp}(\lambda_1),\ i = 1,\cdots,k_1; \\ \mathrm{Exp}(\lambda_2),\ i = k_1 + 1,\cdots,k_2; \\ \mathrm{Exp}(\lambda_3),\ i = k_2 + 1,\cdots,n. \end{cases} \tag{3}$$

其中 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 两两不相等，$1 \leqslant k_1 < k_2 \leqslant n - 1$，则称此模型为指数分布多变点模型.

下面利用贝叶斯方法对变点位置 k_1, k_2 及参数 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 进行估计.

令 $D_1 = \{1,2,\cdots,k_1\}$，$D_2 = \{k_1 + 1,\cdots,k_2\}$，$D_3 = \{k_2 + 1,\cdots,n\}$. 记 $\boldsymbol{\theta} = (k_1, k_2, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$. 由(2)式和(3)式可得此变点问题的似然函数为

$$L(\boldsymbol{z},\boldsymbol{u}_1,\boldsymbol{u}_2,\boldsymbol{v},\boldsymbol{\delta}\mid\boldsymbol{\theta})\propto(\lambda_1^{k_1}\mathrm{e}^{-\lambda_1 s_1})(\lambda_2^{k_2-k_1}\mathrm{e}^{-\lambda_2 s_2})(\lambda_3^{n-k_2}\mathrm{e}^{-\lambda_3 s_3})$$

其中：$s_m=\sum_{i\in D_m}[\nu_i\delta_i z_i+\nu_i(1-\delta_i)z_{1i}+(1-\nu_i)z_{2i}]$，$m=1,2,3$.

下面确定各参数的先验分布.

1）对于(k_1,k_2)取无信息先验分布：

$$\pi(k_1,k_2)=\frac{1}{C_{n-1}^2}=\frac{2}{(n-1)(n-2)}\qquad 1\leqslant k_1<k_2\leqslant n-1$$

2）对于λ_i取共轭先验分布伽玛分布$Ga(b_i,c_i)$，b_i,c_i已知，即

$$\pi(\lambda_i)=\frac{c_i^{b_i}}{\Gamma(b_i)}\lambda_i^{b_i-1}\mathrm{e}^{-c_i\lambda_i},\ \lambda_i>0,\ b_i>0,\ c_i>0\qquad i=1,2,3$$

假设$(k_1,k_2),\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$相互独立，则

$$L(\boldsymbol{\theta}\mid\boldsymbol{z},\boldsymbol{u}_1,\boldsymbol{u}_2,\boldsymbol{v},\boldsymbol{\delta})\propto\pi(k_1,k_2)\pi(\lambda_1)\pi(\lambda_2)\pi(\lambda_3)L(\boldsymbol{z},\boldsymbol{u}_1,\boldsymbol{u}_2,\boldsymbol{v},\boldsymbol{\delta}\mid\boldsymbol{\theta})\propto$$
$$[\lambda_1^{k_1+b_1-1}\mathrm{e}^{-\lambda_1(s_1+c_1)}][\lambda_2^{k_2-k_1+b_2-1}\mathrm{e}^{-\lambda_2(s_2+c_2)}][\lambda_3^{n-k_2+b_3-1}\mathrm{e}^{-\lambda_3(s_3+c_3)}]$$

当$\nu_i=1$，$\delta_i=0$时，

$$\pi(z_{1i}\mid\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{z},\boldsymbol{z}_{-1i},\boldsymbol{u}_2,\boldsymbol{v},\boldsymbol{\delta})\propto\varphi_1(z_{1i};\boldsymbol{\theta},z_i)=\begin{cases}\Psi_1(z_{1i};\lambda_1,z_i),\ i=1,2,\cdots,k_1;\\ \Psi_1(z_{1i};\lambda_2,z_i),\ i=k_1+1,\cdots,k_2;\\ \Psi_1(z_{1i};\lambda_3,z_i),\ i=k_2+1,\cdots,n.\end{cases}$$

其中$\boldsymbol{z}_{-1i}=\{z_{1j}:j\neq i\}$.

当$\nu_i=0$时，

$$\pi(z_{2i}\mid\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{z},\boldsymbol{u}_1,\boldsymbol{z}_{-2i},\boldsymbol{v},\boldsymbol{\delta})\propto\varphi_2(z_{2i};\boldsymbol{\theta})=\begin{cases}\Psi_2(z_{2i};\lambda_1),\ i=1,2,\cdots,k_1;\\ \Psi_2(z_{2i};\lambda_2),\ i=k_1+1,\cdots,k_2;\\ \Psi_2(z_{2i};\lambda_3),\ i=k_2+1,\cdots,n.\end{cases}$$

其中$\boldsymbol{z}_{-2i}=\{z_{2j}:j\neq i\}$.

为了书写方便，把满条件分布中的“条件”用“•”代替，例如$\pi(\lambda_1\mid k_1,k_2,\lambda_2,\lambda_3,\boldsymbol{z},\boldsymbol{u}_1,\boldsymbol{u}_2,\boldsymbol{v},\boldsymbol{\delta})$简记为$\pi(\lambda_1\mid\bullet)$.

各参数的满条件分布为

$$\pi(\lambda_1\mid\bullet)\propto\lambda_1^{k_1+b_1-1}\mathrm{e}^{-\lambda_1(s_1+c_1)}\propto Ga(k_1+b_1,s_1+c_1)$$
$$\pi(\lambda_2\mid\bullet)\propto Ga(k_2-k_1+b_2,s_2+c_2)$$
$$\pi(\lambda_3\mid\bullet)\propto Ga(n-k_2+b_3,s_3+c_3)$$
$$\pi(k_1\mid\bullet)\propto(\lambda_1\lambda_2^{-1})^{k_1}\mathrm{e}^{-(\lambda_1 s_1+\lambda_2 s_2)}\qquad 1\leqslant k_1<k_2$$
$$\pi(k_2\mid\bullet)\propto(\lambda_2\lambda_3^{-1})^{k_2}\mathrm{e}^{-(\lambda_2 s_2+\lambda_3 s_3)}\qquad k_1<k_2\leqslant n-1$$

利用逆变换法产生z_{1i}，利用筛选法产生z_{2i}，由于$\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$的满条件分布是伽玛分布，所以$z_{1i},z_{2i},\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$都可以直接进行Gibbs抽样. 但是$k_1,k_2$的满条件分布比较复杂，很难直接进行Gibbs抽样，不妨利用Metropolis-Hastings算法进行抽样，选取离散型均匀分布作为建议分布.

MCMC方法的具体实现如下：

假设起始点为$\boldsymbol{\theta}^{(0)}=(k_1^{(0)},k_2^{(0)},\lambda_1^{(0)},\lambda_2^{(0)},\lambda_3^{(0)})$，第$t$次迭代开始时的估计值为$\boldsymbol{\theta}^{(t-1)}$，则第$t$次迭代分为如下几步：

1）当$\nu_i=1$，$\delta_i=0$时，由分布$\varphi_1(z_{1i};\boldsymbol{\theta}^{(t-1)},z_i)$抽取$z_{1i}^{(t)}$，令$\boldsymbol{u}_1^{(t)}$表示$z_{1i}^{(t)}$组成的向量；

2）当$\nu_i=0$时，由分布$\varphi_2(z_{2i};\boldsymbol{\theta}^{(t-1)})$抽取$z_{2i}^{(t)}$，令$\boldsymbol{u}_2^{(t)}$表示$z_{2i}^{(t)}$组成的向量；

3）由$\pi(\lambda_1\mid k_1^{(t-1)},k_2^{(t-1)},\lambda_2^{(t-1)},\lambda_3^{(t-1)},\boldsymbol{z},\boldsymbol{u}_1^{(t)},\boldsymbol{u}_2^{(t)},\boldsymbol{v},\boldsymbol{\delta})$抽取$\lambda_1^{(t)}$；

4）由$\pi(\lambda_2\mid k_1^{(t-1)},k_2^{(t-1)},\lambda_1^{(t)},\lambda_3^{(t-1)},\boldsymbol{z},\boldsymbol{u}_1^{(t)},\boldsymbol{u}_2^{(t)},\boldsymbol{v},\boldsymbol{\delta})$抽取$\lambda_2^{(t)}$；

5）由$\pi(\lambda_3\mid k_1^{(t-1)},k_2^{(t-1)},\lambda_1^{(t)},\lambda_2^{(t)},\boldsymbol{z},\boldsymbol{u}_1^{(t)},\boldsymbol{u}_2^{(t)},\boldsymbol{v},\boldsymbol{\delta})$抽取$\lambda_3^{(t)}$；

6）$k_1^{(t)}\sim\pi(k_1\mid k_2^{(t-1)},\lambda_1^{(t)},\lambda_2^{(t)},\lambda_3^{(t)},\boldsymbol{z},\boldsymbol{u}_1^{(t)},\boldsymbol{u}_2^{(t)},\boldsymbol{v},\boldsymbol{\delta})\triangleq\pi(k_1\mid\bullet)$，选建议分布$q(k_1^{(t-1)},k'_1)$为取值$1,2,\cdots,k_2^{(t-1)}-1$的离散型均匀分布，即$q(k_1^{(t-1)},k'_1)=(k_2^{(t-1)}-1)^{-1}$，令

$$\alpha(k_1^{(t-1)},k'_1)=\min\left\{\frac{\pi(k'_1\mid\bullet)}{\pi(k_1^{(t-1)}\mid\bullet)},1\right\}$$

从 $1,2,\cdots,k_2^{(t-1)}-1$ 中任意抽取一个 k'_1，然后产生一个随机数 u，若 $u \leqslant \alpha(k_1^{(t-1)}, k'_1)$，则 $k_1^{(t)}=k'_1$，否则 $k_1^{(t)}=k_1^{(t-1)}$；

7) $k_2^{(t)} \sim \pi(k_2 \mid k_1^{(t)}, \lambda_1^{(t)}, \lambda_2^{(t)}, \lambda_3^{(t)}, \boldsymbol{z}, \boldsymbol{u}_1^{(t)}, \boldsymbol{u}_2^{(t)}, \boldsymbol{v}, \boldsymbol{\delta}) \triangleq \pi(k_2 \mid \cdot)$，选建议分布 $q(k_2^{(t-1)}, k'_2)$ 为取值 $k_1^{(t)}+1,\cdots,n-1$ 的离散型均匀分布，即 $q(k_2^{(t-1)}, k'_2)=(n-1-k_1^{(t)})^{-1}$，

$$\alpha(k_2^{(t-1)}, k'_2)=\min\left\{\frac{\pi(k'_2 \mid \cdot)}{\pi(k_2^{(t-1)} \mid \cdot)}, 1\right\}$$

从 $k_1^{(t)}+1,\cdots,n-1$ 中任意抽取一个 k'_2，然后产生一个随机数 u，若 $u \leqslant \alpha(k_2^{(t-1)}, k'_2)$，则 $k_2^{(t)}=k'_2$，否则 $k_2^{(t)}=k_2^{(t-1)}$. 这样就得到了 $k_1,k_2,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$ 的一个 Gibbs 样本$(k_1^{(t)}, k_2^{(t)}, \lambda_1^{(t)}, \lambda_2^{(t)}, \lambda_3^{(t)})$. 重复这样的 t 步迭代 M 次，便可得到 M 个独立同分布的 5 维随机样本.

假设迭代 M 次得到的 Gibbs 样本为$(k_1^{(j)}, k_2^{(j)}, \lambda_1^{(j)}, \lambda_2^{(j)}, \lambda_3^{(j)})$，$j=1,2,\cdots,B,\cdots,M$，第 B 次以后的 Gibbs 抽样收敛. 利用抽样收敛后的 $M-B$ 个迭代值的均值作为各参数的估计，即

$$\hat{k}_m=\frac{1}{M-B}\sum_{j=B+1}^{M} k_m^{(j)} \qquad \hat{\lambda}_i=\frac{1}{M-B}\sum_{j=B+1}^{M} \lambda_i^{(j)} \tag{4}$$

其中：$m=1,2$；$i=1,2,3$.

4　随机模拟

随机模拟时取受试样品的个数 $n=200$，

$$X_i \sim \begin{cases} \mathrm{Exp}(2),\ i=1,\cdots,60. \\ \mathrm{Exp}(10),\ i=61,\cdots,150. \\ \mathrm{Exp}(6),\ i=151,\cdots,200. \end{cases}$$

取 $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$ 的先验分布分别为 $Ga(2.5, 6)$，$Ga(0.6, 7)$，$Ga(2, 10)$，右删失变量 $Y_i \sim \mathrm{Exp}(5)$，左截断变量 $T_i \sim \mathrm{Exp}(8)$. 则$(k_1,k_2,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3)$ 的真实值为(60,150,2,10,6).

下面使用 R 软件进行随机模拟，主要对变点位置参数 k_1,k_2 进行估计. 取式(4)中的 $B=10\ 000$，$M=20\ 000$，各参数的贝叶斯估计见表 1.

表 1　参数的贝叶斯估计结果

参数	真值	均值	相对误差	MC 误差	2.5% 分位数	中位数	97.5% 分位数	Gibbs 样本
k_1	60	58.825 20	0.019 58	0.176 86	30	59	90	10 000
k_2	150	143.480 20	0.043 47	0.081 05	124	146	153	10 000
λ_1	2	2.111 29	0.055 64	0.001 22	1.911 34	2.113 00	2.312 00	10 000
λ_2	10	10.257 81	0.025 78	0.005 90	9.289 34	10.255 88	11.235 50	10 000
λ_3	6	6.054 92	0.009 15	0.003 52	5.476 95	6.055 49	6.627 57	10 000

图 1 和图 2 分别为变点位置参数 k_1,k_2 的 Gibbs 抽样迭代图.

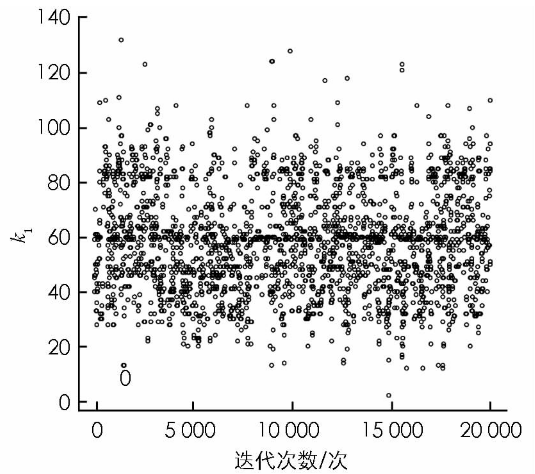

图 1　k_1 的 Gibbs 抽样迭代

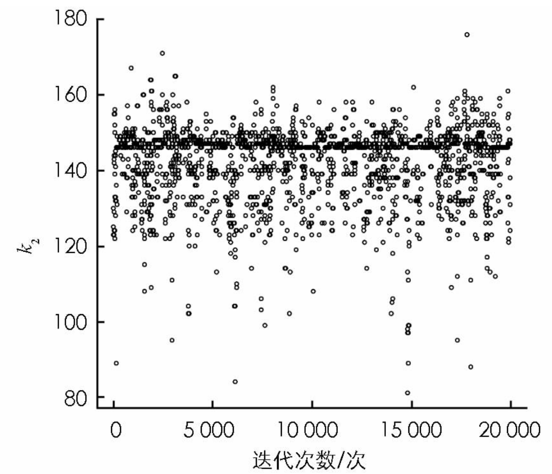

图 2　k_2 的 Gibbs 抽样迭代

在运用 MCMC 方法时，关于抽样收敛性的判断很重要．MCMC 收敛性判断的最常用方法是抽样时输入多组初始值产生多条迭代链，当抽样收敛时迭代链重合．在模拟过程中，输入两组初始值分别进行 10 000 次迭代，k_1，k_2 的两条迭代链见图 3 和图 4．

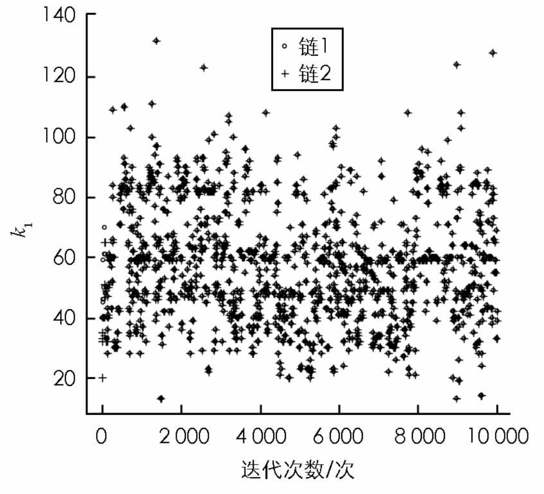

图 3　k_1 的多层迭代链

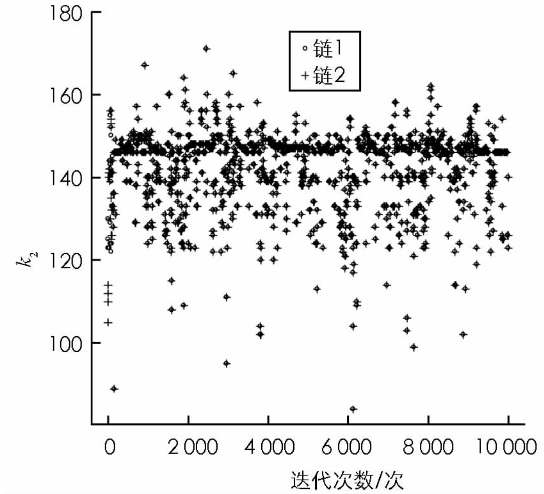

图 4　k_2 的多层迭代链

由表 1 可得各参数估计的相对误差不超过 6%，MC 误差也较小，所以整体上各参数估计的精度较高，Gibbs 抽样迭代值波动较小，估计效果较好．由图 3 和图 4 可以看出，k_1，k_2 的两条迭代链都分别趋于重合，这说明由 MCMC 算法产生的马尔科夫链收敛．综上所述，通过 MCMC 方法进行的随机模拟效果较好．

注　利用 R 软件编程时主要用到以下函数：gamma( )，min( )，runif( )，apply( )，sum( )，mean( )，sd( )，quantile( )，plot( )，points( )，legend( )．

参考文献：

[1] PAGE E S. Continuous Inspection Schemes [J]. Biometrika, 1954, 41(1): 100－115.

[2] HINKLEY D V. Inference about the Change-Point in a Sequence of Random Variables [J]. Biometrika, 1970, 57(1): 1－17.

[3] CHERNOFF H, ZACKS S. Estimating the Current Mean of a Normal Distribution Which Is Subjected to Changes in Time [J]. The Annals of Mathematical Statistics, 1964, 35(3): 999－1018.

[4] FEARNHEAD P. Exact and Efficient Bayesian Inference for Multiple Changepoint Problems [J]. Statistics and Computing, 2006, 16(2): 203－213.

[5] PERREAULT L, BERNIER J, BOBÉE B, et al. Bayesian Change-Point Analysis in Hydrometeorological Time Series. Part 1. The Normal Model Revisited [J]. Journal of Hydrology, 2000, 235(3): 221－241.

[6] LAVIELLE M, LEBARBIER E. An Application of MCMC Methods for the Multiple Change-Points Problem [J]. Signal Processing, 2001, 81(1): 39－53.

[7] YUAN T, KUO Y. Bayesian Analysis of Hazard Rate, Change Point, and Cost-Optimal Burn-in Time for Electronic Devices [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2010, 59(1): 132－138.

[8] KIM J, CHEON S. Bayesian Multiple Change-Point Estimation with Annealing Stochastic Approximation Monte Carlo [J]. Computational Statistics, 2010, 25(2): 215－239.

[9] BALAKRISHNAN N, MITRA D. Likelihood Inference for Lognormal Data with Left Truncation and Right Censoring with an Illustration [J]. Journal of Statistical Planning and Inference, 2011, 141(11): 3536－3553.

[10] COSSLETT S R. Efficient Semiparametric Estimation of Censored and Truncated Regressions via a Smoothed Self-Consistency Equation [J]. Econometrica, 2004, 72(4): 1277－1293.

[11] GROSS S T, LAI T L. Nonparametric Estimation and Regression Analysis with Left-truncated and Right-Censored Data [J]. Journal of the American Statistical Association, 1996, 91(435): 1166－1180.

[12] ANTONIADIS A, GRÉGOIRE G. Nonparametric Estimation in Change Point Hazard Rate Models for Censored Data: a Counting Process Approach [J]. Journal of Nonparametric Statistics, 1993, 3(2): 135－154.

[13] HUŠKOVÁ M, NEUHAUS G. Change Point Analysis for Censored Data [J]. Journal of Statistical Planning and Inference, 2004, 126(1): 207−223.

[14] LIM H, SUN J, MATTEWS D E. Maximum Likelihood Estimation of a Survival Function with a Change Point for Truncated and Interval-Censored Data [J]. Statistics in Medicine, 2002, 21(5): 743−752.

[15] 何朝兵，刘华文. IIRCT 下几何分布参数多变点的贝叶斯估计 [J]. 西南师范大学学报：自然科学版，2014，39(1)：1−6.

On Bayesian Estimation of Parameter of Exponential Distribution with Multiple Change Points for Randomly Truncated and Censored Data

HE Chao-bing[1], LIU Yue-jun[2], LIU Hua-wen[3]

1. School of Mathematics and Statistics, Anyang Normal University, Anyang Henan 455000, China;
2. School of Software Engineering, Anyang Normal University, Anyang Henan 455000, China;
3. School of Mathematics, Shandong University, Jinan 250100, China

Abstract: Parameter estimation in exponential distribution multiple change points model for randomly truncated and censored data has been studied in this paper. The complete data of exponential distribution has been obtained by screening method and inverse transformation method. After the full conditional distributions of all parameters have been obtained, Gibbs samples have been obtained in MCMC method, and the means of Gibbs samples has been taken as Bayesian estimations of the parameters. Random simulation results show that Bayesian estimations of the parameters are fairly accurate.

Key words: complete-data likelihood function; full conditional distribution; MCMC method; Gibbs sampling; Metropolis-Hastings algorithm

责任编辑　张　栒