

DOI:10.13718/j.cnki.xsxb.2015.01.006

# 一个超混沌四翼系统的电路实现及其异结构同步<sup>①</sup>

杨志宏, 屈双惠, 容旭巍, 张彩霞

石家庄学院 物理与电气信息工程学院, 石家庄 050035

**摘要:** 提出了一个新的具有真正四翼混沌吸引子的超混沌系统, 通过频谱分析发现, 该四翼混沌吸引子的系统信号具有较宽的带宽, 这在保密通信领域具有重要的价值. 利用 Multisim 设计了该系统的模拟电路, 其结果与 Matlab 数值仿真结论相一致. 利用主动控制同步法设计控制器, 实现了该四翼超混沌系统和超混沌 Chen 系统的异结构同步, 数值仿真结果验证了该方法的有效性.

**关键词:** 四翼混沌吸引子; 主动控制同步; 模拟电路; 异结构

**中图分类号:** O415

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1000-5471(2015)1-0028-06

信息加密技术是信息安全的核心问题. 随着科学技术的发展, 传统的加密密钥被攻击者破译的风险越来越大. 混沌保密通信方案的核心是混沌同步理论, 与一般混沌相比, 利用超混沌控制与同步对信息进行加密, 具有更好的保密性、更强的鲁棒性, 因此研究超混沌现象及其同步在保密通信、信号处理等领域有着广阔的应用前景. 而异结构系统在保密通信领域更具有普遍性, 因此, 研究异结构超混沌系统的同步问题具有更为重要的理论意义和实用价值<sup>[1-5]</sup>.

本文提出了一个新的四翼超混沌系统, 通过分析系统的相图及 Poincaré 映射图, 发现该系统能够产生穿越上下吸引域界限的对角混沌吸引子, 具有真正的四翼混沌吸引子. 对比该系统与 Chen 系统、Lü 系统的频谱图, 发现四翼混沌吸引子的系统信号具有较宽的频谱带宽, 这在信息加密技术中具有重要价值. 结合主动控制实现混沌同步的方法, 讨论了该四翼超混沌系统和超混沌 Chen 系统的异结构同步问题, 设计控制器实现了驱动系统与响应系统的同步, 通过数值仿真验证了该方法的可行性.

## 1 系统模型

新构建的四翼超混沌系统, 其形式为

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y-x) - dz + yzw \\ \dot{y} = b(x+y) - dz - xzw \\ \dot{z} = -cz + ey + xyw \\ \dot{w} = -dw + xyz \end{cases} \quad (1)$$

当参数  $a = 50$ ,  $b = 7$ ,  $c = 13$ ,  $d = 12$ ,  $e = 12$  时, 系统的 Lyapunov 指数分别为:  $L_{E_1} = 3.3835$ ,  $L_{E_2} = 0.5735$ ,  $L_{E_3} = -19.9810$ ,  $L_{E_4} = -51.9760$ , 该系统的两个 Lyapunov 指数为正, 系统具有超混沌的特征<sup>[6]</sup>. 图 1 为四翼超混沌系统的混沌吸引子, 可以看到, 该系统产生了对角混沌吸引子, 上下混沌吸引子与穿越上下吸引域界限的对角混沌吸引子融合成一个真正的四翼混沌吸引子.

① 收稿日期: 2014-04-25

基金项目: 河北省自然科学基金项目(F2013106079); 河北省教育厅科学研究计划项目(Z2010167); 石家庄学院校级科研平台建设成果(XJPT002).

作者简介: 杨志宏(1978-), 男, 河北唐山人, 硕士, 讲师, 主要从事非线性系统研究.

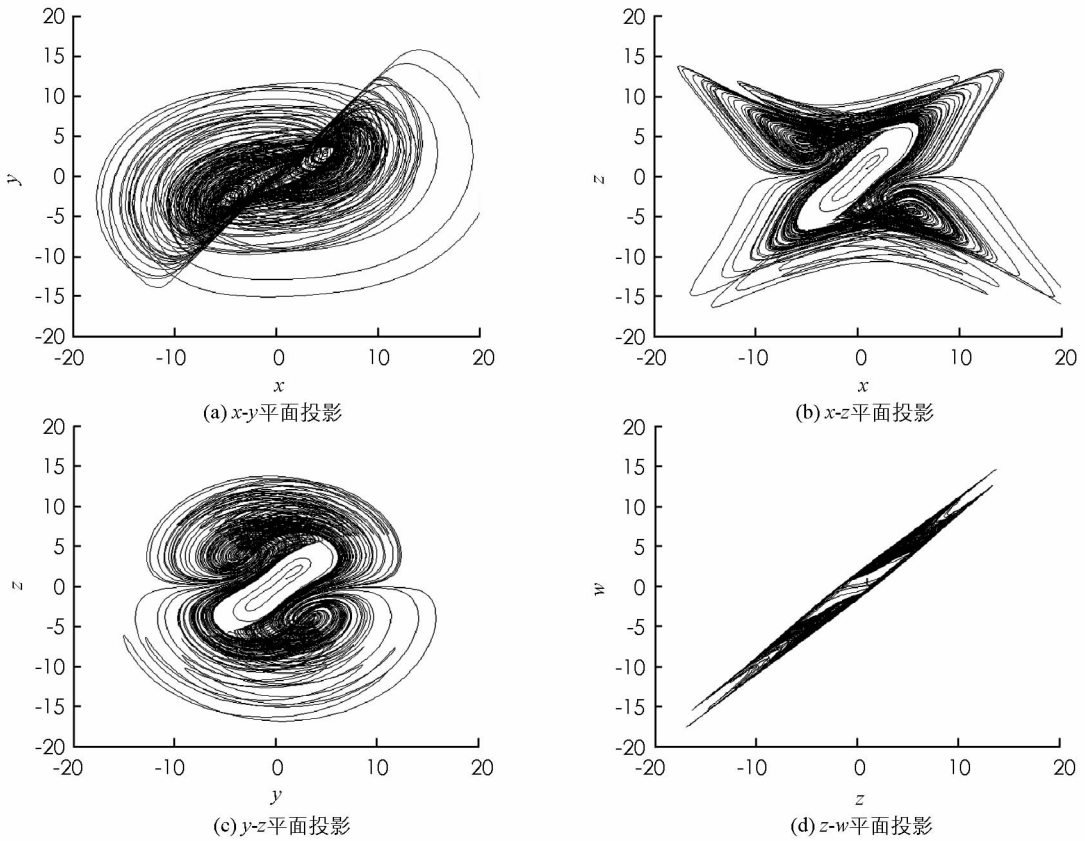


图 1 四翼混沌吸引子

图 2 给出了当  $y = 0$  时系统(1)的 Poincaré 截面图, 从图 2 可以看到, 具有一定分形结构的叶片穿越了上下吸引域界限, 这进一步说明, 该四翼超混沌系统能够产生穿越吸引域界限的真正的四翼混沌吸引子。

## 2 频谱分析

为了研究四翼超混沌系统的信号特点, 将系统(1)的频谱图与 Chen 系统、Lü 系统的进行比较. 图 3(a)、(b) 分别给出了三维 Lü 系统和四维 Chen 系统的  $x$  分量频谱图, 图 3(c) 给出了系统(1)的  $x$  分量频谱图. 图 3 中, 横轴代表频率, 纵轴代表功率谱密度 (power spectral density, PSD). 可以看出, 系统(1)即四翼超混沌系统的频谱带宽比 Lü 系统和 Chen 系统的频谱带宽大很多, 这在信息加密技术中具有非常重要的价值<sup>[7-8]</sup>.

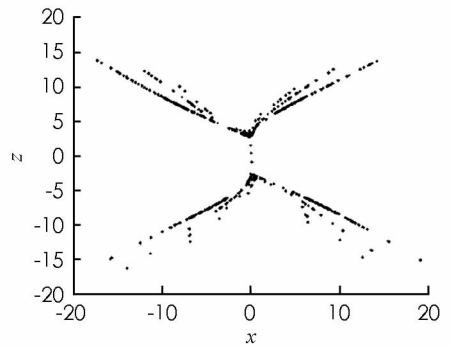
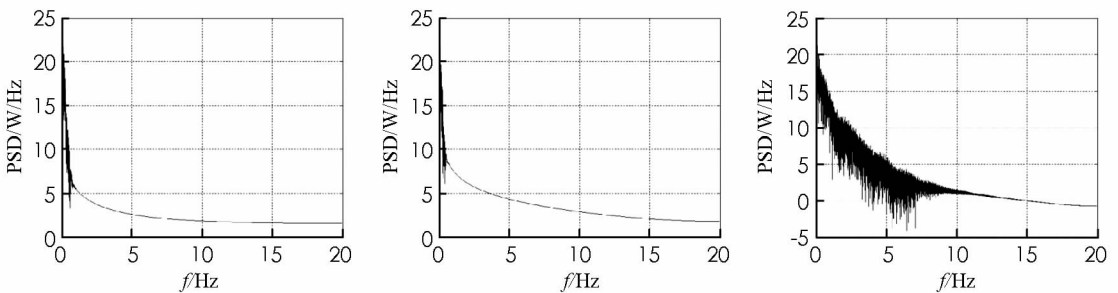


图 2  $y = 0$  时的 Poincaré 映射图



(a) 三维 Lü 系统

(b) 四维 Chen 系统

(c) 四翼混沌系统

图 3 系统功率谱

### 3 四翼系统的电路实现

图 4 为该四翼系统的模拟电路, 每一路使用 2 个 AD633 模拟乘法器来实现 3 个非线性项的交叉乘积, 采用 LF353D 运算放大器和积分电容器实现积分运算, 其他电路用以实现加减和反相运算. 由于乘法器的容许电压为  $\pm 10\text{V}$ , 运算放大器的容许电压为  $\pm 12\text{V}$ , 为了能够有效地进行模拟实验, 将信号的输出电平降为原来的  $1/10$ . 将模拟信号所产生的状态变量接入模拟示波器, 在示波器上便可以观察到清晰的混沌吸引子. 如图 5 所示, 其结果与数值仿真得到的相一致.

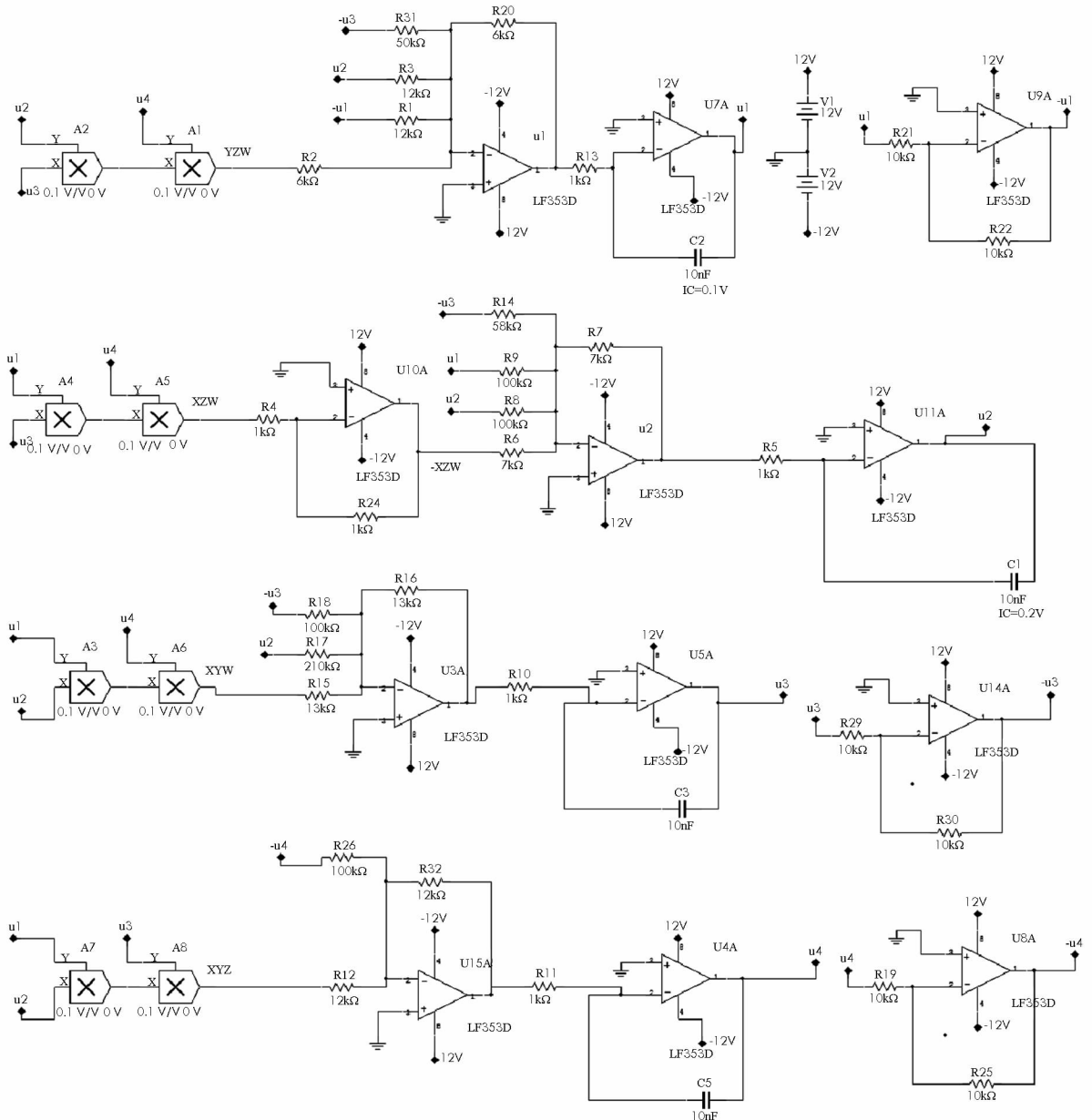


图 4 四翼混沌系统的电路原理图

## 4 系统的异结构同步

### 4.1 理论分析

有关混沌同步控制的方法很多, 以下利用主动控制法实现该四翼超混沌系统和超混沌 Chen 系统的异结构同步<sup>[9-13]</sup>.

超混沌 Chen 系统为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_1(y_1 - x_1) + w_1 \\ \dot{y}_1 = d_1 x_1 - x_1 z_1 + c_1 y_1 \\ \dot{z}_1 = x_1 y_1 - b_1 z_1 \\ \dot{w}_1 = y_1 z_1 + r_1 w_1 \end{cases} \quad (2)$$

当系统参数  $a_1 = 35$ ,  $b_1 = 3$ ,  $c_1 = 12$ ,  $d_1 = 7$ ,  $r_1 = 0.5$  时, 系统的 Lyapunov 指数分别为:  $L_{E_1} = 0.762\ 0$ ,  $L_{E_2} = 0.233\ 7$ ,  $L_{E_3} = -0.395\ 7$ ,  $L_{E_4} = -26.100\ 0$ , 该系统也有两个 Lyapunov 指数为正, 为超混沌系统.

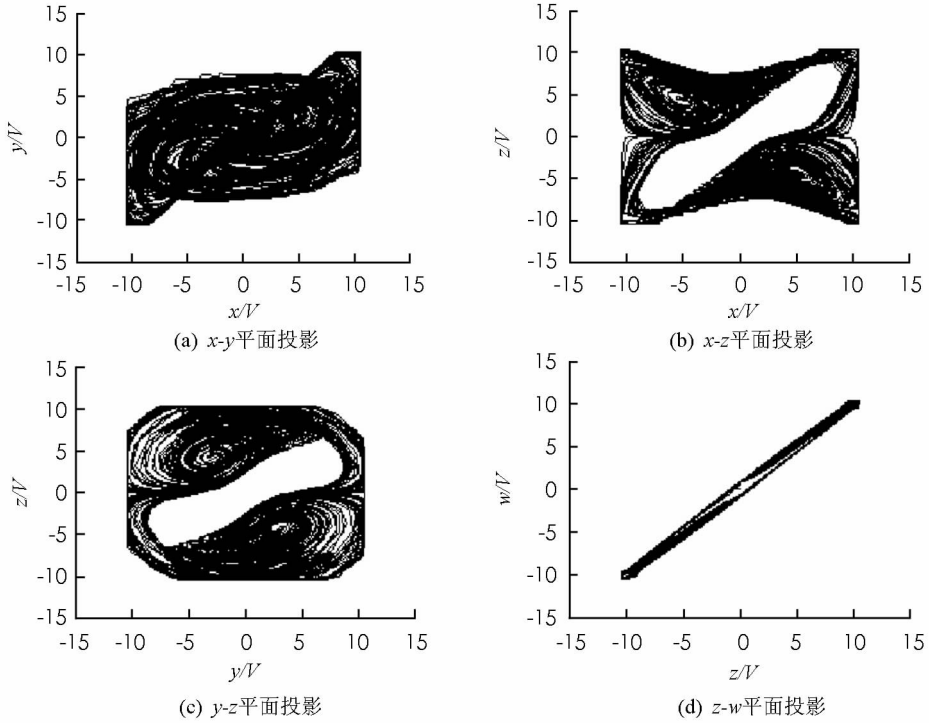


图 5 模拟示波器中观察到的四翼系统的混沌吸引子

将四翼系统(1)作为驱动系统, 超混沌 Chen 系统作为响应系统, 将控制函数  $u_i(t)$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) 引入系统(2), 则有

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_1(y_1 - x_1) + w_1 + u_1(t) \\ \dot{y}_1 = d_1 x_1 - x_1 z_1 + c_1 y_1 + u_2(t) \\ \dot{z}_1 = x_1 y_1 - b_1 z_1 + u_3(t) \\ \dot{w}_1 = y_1 z_1 + r_1 w_1 + u_4(t) \end{cases} \quad (3)$$

为了确定控制函数, 使驱动系统(1)与响应系统(3)实现异结构同步, 令两系统的误差变量为  $e_1 = x_1 - x$ ,  $e_2 = y_1 - y$ ,  $e_3 = z_1 - z$ ,  $e_4 = w_1 - w$ , (3)式减(1)式可得到误差系统

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -a_1 e_1 + a_1 e_2 + e_4 + (a_1 - a)(y - x) - yz w + dz + w + u_1 \\ \dot{e}_2 = d_1 e_1 + c_1 e_2 - x_1 z_1 - (b - d_1)x - (b - c_1)y + xz w + dz + u_2 \\ \dot{e}_3 = -b_1 e_3 + x_1 y_1 + (c - b_1)z - ey - xyw + u_3 \\ \dot{e}_4 = r_1 e_4 + y_1 z_1 + (d + r_1)w - xyz + u_4 \end{cases} \quad (4)$$

选择控制函数为

$$\begin{cases} u_1(t) = -(a_1 - a)(y - x) + yz w - dz - w + V_1(t) \\ u_2(t) = x_1 z_1 + (b - d_1)x + (b - c_1)y - xz w - dz + V_2(t) \\ u_3(t) = -x_1 y_1 - (c - b_1)z + ey + xyw + V_3(t) \\ u_4(t) = -y_1 z_1 - (d + r_1)w + xyz + V_4(t) \end{cases} \quad (5)$$

将(5)式代入(4)式, 误差系统变为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -a_1 e_1 + a_1 e_2 + e_4 + V_1(t) \\ \dot{e}_2 = d_1 e_1 + c_1 e_2 + V_2(t) \\ \dot{e}_3 = -b_1 e_3 + V_3(t) \\ \dot{e}_4 = r_1 e_4 + V_4(t) \end{cases} \quad (6)$$

其中  $V_i(t)$  是关于误差变量函数  $e_i$  的控制输入信号, 即

$$\begin{pmatrix} V_1(t) \\ V_2(t) \\ V_3(t) \\ V_4(t) \end{pmatrix} = \mathbf{E} \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{pmatrix}$$

$\mathbf{E}$  是一个  $4 \times 4$  的实常数矩阵, 可选取

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} -1 + a_1 & -a_1 & 0 & -1 \\ -d_1 & -1 - c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 + b_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 - r_1 \end{pmatrix}$$

则方程(6)变为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -e_1 \\ \dot{e}_2 = -e_2 \\ \dot{e}_3 = -e_3 \\ \dot{e}_4 = -e_4 \end{cases}$$

这样, 系统(6)的特征值为  $-1, -1, -1, -1$ , 这将导致  $t$  趋于无穷时误差变量  $e_i$  逐渐趋近于零, 即  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e_i\| = 0$ , 实现了四翼系统与 Chen 系统的异结构同步<sup>[11-13]</sup>.

#### 4.2 数值模拟

选取 4.1 的系统参数, 通过计算机仿真, 模拟四翼系统与 Chen 系统的同步过程. 选取初始点  $x_1(0) = 1, x_2(0) = 1, x_3(0) = 1, x_4(0) = 1, y_1(0) = 2, y_2(0) = 2, y_3(0) = 2, y_4(0) = 2$ , 得到同步误差曲线如图 6 所示. 可以看到, 在控制器作用下, 误差变量  $e_1, e_2, e_3, e_4$  很快稳定在零点, 两异结构系统实现了混沌同步.

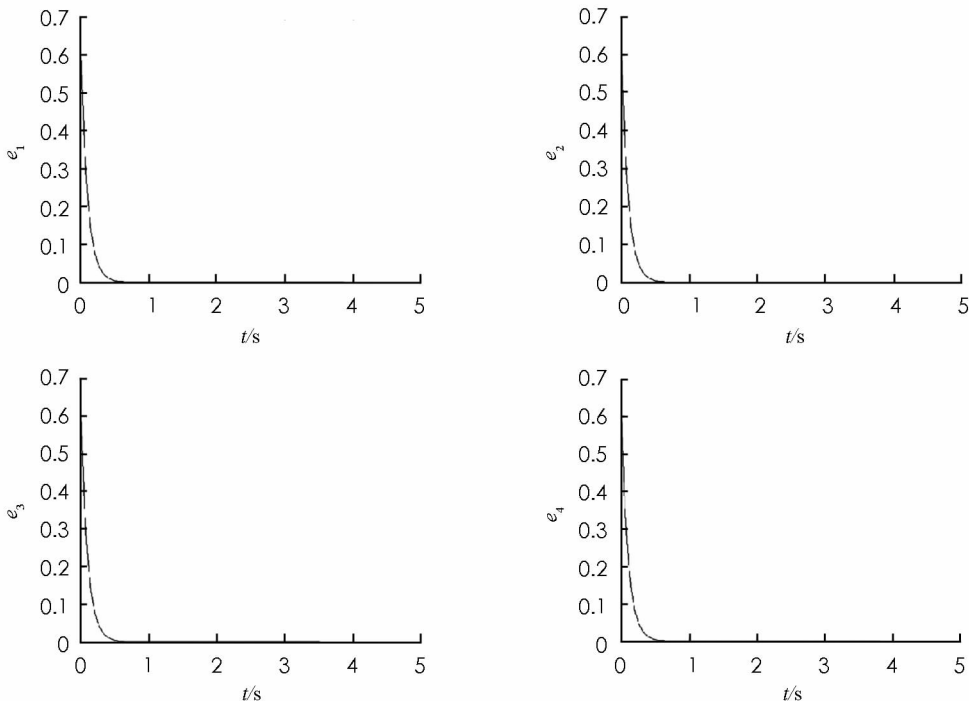


图 6 系统(1)与系统(3)的同步误差

## 5 结 论

本文构建的四翼超混沌系统, 具有较宽的频谱带宽, 且能够产生穿越上下吸引域界限的真正的四翼混沌吸引子, 系统的模拟电路实现简单, 容易调试, 与数值仿真结论符合得很好, 这在信息加密技术中具有重要的价值. 结合主动控制法设计控制器, 实现了四翼超混沌系统和超混沌 Chen 系统的异结构同步, 控制方法简单易于实现, 控制时间较短, 为信息加密技术的发展提供了有力的理论依据.

### 参考文献:

- [1] VINCENT U E. Synchronization of Rikitake Chaotic Attractor Using Active Control [J]. *Phys Lett A*, 2005, 343(1): 133–138.
- [2] ER V KAL'YANOV. Controlling Attractor Structure in Bitable Chaotic Oscillator [J]. *Technical Physics Letters*, 2011, 37(6): 568–570.
- [3] DONATO CAFAGNA, GIUSEPPE GRASSI. Observer-Based Projective Synchronization of Fractional Systems via a Scalar Signal: Application to Hyperchaotic Rossler Systems [J]. *Nonlinear Dyn*, 2011, 9(23): 1–12.
- [4] 舒永录, 张付臣, 杨洪亮. 一个新的多维超混沌系统及其性质研究 [J]. *四川大学学报: 自然科学版*, 2011, 48(4): 857–864.
- [5] 张宇辉, 齐国元, 刘文良, 等. 一个新的四维混沌系统理论分析与电路实现 [J]. *物理学报*, 2006, 55(7): 3307–3314.
- [6] 张晓丹, 李志萍, 张丽丽. 一类基于奇异值分解的 Lyapunov 指数计算方法 [J]. *北京科技大学学报*, 2005, 27(3): 371–374.
- [7] 闵富红, 马美玲, 翟 炜, 等. 基于继电特性函数的互联电力系统混沌控制 [J]. *物理学报*, 2014, 63(5): 050504–1–050504–8.
- [8] 张雪峰, 范九伦. 一种新的分段非线性混沌映射及其性能分析 [J]. *物理学报*, 2010, 59(4): 2298–2304.
- [9] 李 东, 杜永霞, 邓良明, 等. 超混沌 Chen 系统和 Rössler 系统的脉冲自适应异结构同步 [J]. *西南大学学报: 自然科学版*, 2013, 35(9): 59–67.
- [10] LI Xian-feng, LEUNG A C S, LIU Xiao-jun, et al. Adaptive Synchronization of Identical Chaotic and Hyper-chaotic Systems with Uncertain Parameters [J]. *Nonlinear Anal*, 2011(11): 2215–2223.
- [11] 蔡国梁, 黄娟娟. 超混沌 Chen 系统和超混沌 Rössler 系统的异结构同步 [J]. *物理学报*, 2006, 55(8): 3997–4004.
- [12] 杨 磊, 舒永录, 何 兴. Qi 系统的脉冲控制与同步 [J]. *西南师范大学学报: 自然科学版*, 2012, 37(7): 37–41.
- [13] 强 浩, 王洪元. 混沌系统与稳定系统的同步控制研究 [J]. *计算机仿真*, 2009, 26(6): 359–362.

## On Circuit Implementation and Synchronization with Different Structures for a Hyperchaotic Four-Winged System

YANG Zhi-hong, QU Shuang-hui, RONG Xu-wei, ZHANG Cai-xia

*Department of Physics and Electrical Information Engineering, Shijiazhuang University, Shijiazhuang Heibei 050035, China*

**Abstract:** A new hyperchaotic system with the real four-winged chaotic attractor has been reported in this paper. The four-winged chaotic system has wider frequency bandwidth, which is important in the field of secret communication. An analog circuit has been designed to implement the new system, which shows a good agreement between Matlab numerical simulation and Multisim experimental results. By means of active control synchronization, the controller has been designed for synchronizing the four-winged hyperchaotic system and the hyperchaotic Chen system with different structures. The results of numerical simulations are provided to show the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** four-winged chaotic attractor; active control synchronization; analog circuit; different structures