

DOI:10.13718/j.cnki.xsxb.2015.01.018

基于 SSR 子带信息融合的波达方向宽带估计算法^①

夏天维

遵义师范学院 计算机与信息科学学院, 贵州 遵义 563002

摘要: 针对 SIF 方法在进行带宽 DOA 估计时, 共同利用所有频点信息来弥补单个稀疏信号表示向量(SIV)的问题, 基于多个频率测量向量的单稀疏表示信号, 提出了一种新的子带信息融合算法(SIF). SIF 方法属于稀疏信号表示域, 它会受到代数混淆和空间混淆 2 个模糊性因素的影响. 组合所有频率成分可以减小这 2 个模糊性因素的影响, 通过 SIV 对 SIF 算法进行了弥补. 通过大量的模拟仿真结果表明, 与 W-CMSR 算法相比, 基于稀疏信号 SIF 方法的波达方向宽带估计算法具有更加优越的性能.

关键词: 波达方向估计; 稀疏信号; 子带信息融合; 宽带源; 无约束最优化

中图分类号: TP393

文献标志码: A

文章编号: 1000-5471(2015)1-0102-05

目前, 已有大量有关带宽波达方向估计(DOA)的算法, 其在雷达、声纳、无线电通信和无线电天文学等领域有着广泛的应用^[1-2]. 常见的带宽阵列处理算法有非相干信号子空间法(ISSM)^[3]和相干信号子空间法(CSSM)^[4]等, 其是基于滤波器或离散傅立叶变换(DFT)将宽带信号分解成多个窄带信号来实现的. 其中, ISSM 可以独立地完成对波达方向的估计, 然后对其求平均值. 然而, 低信号噪声比(SNR)频率和相干源会严重影响 ISSM 的性能. 每个子空间的所有观测矢量通过 CSSM 进行转化处理, 得到的聚焦子空间对准信号子空间, 并通过对子空间对齐的协方差矩阵进行求平均值来对相干源处理. 与 ISSM 相比, 在低信噪比时, CSSM 可以增强 DOA 分辨率并提高 DOA 估计精度. 然而, CSSM 需要对 DOA 估计进行初始化, DOA 预估计精度极大地影响 DOA 估计精度.

近年来, 一类稀疏信号表示(SSR)方法为宽带 DOA 估计提供了新的思路. DOA 估计可归结为在残留最小约束下, 对空间稀疏向量或矩阵进行弥补的一个过程^[5-6]. 对于 DOA 估计, 其中 l_1 -SVD(奇异值分解)是基于 l_1 范数 SSR 算法中最有效的算法之一, 其降低了计算复杂度. Hyder 等^[7]提出了一个联合 $l_{2,0}$ 范数逼近(JLZA)算法, 并将其扩展到带宽 DOA 估计. 由于 l_1 -SVD 和 JLZA 算法不能利用所有子带信息来进行 DOA 估计, 因此严重影响到其性能.

本文提出了一种新的子带信息融合方法(SIF)宽带 DOA 估计, 该方法通过对所有频率点整合来对用于源位置指示的稀疏表示向量进行估计. 与经典波束形成技术相比, SIF 算法对空间非模糊条件的要求不是很高. 与 W-CMSR 算法相比, 仿真结果表明该算法具有更好的性能.

1 建立统计模型

在噪声存在时, 均匀线性阵列(ULA) P 的全方位传感器暴露于由 Q 远场带宽信号产生的波场中. 对于带宽处理, 典型的方法是将每个传感器的采样分成 N 段, 其中对于每个段, 窄带信号 K 可以通过窄带滤波器或离散傅立叶变换(DFT)得到. 假设所有相干源频率属于 $\left[\omega_0 - \frac{B}{2}, \omega_0 + \frac{B}{2}\right]$, 其中 ω_0 表示中心频率, B

① 收稿日期: 2014-03-10

作者简介: 夏天维(1976-), 女, 贵州遵义人, 硕士, 讲师, 主要从事计算机应用技术研究.

表示某些频段带宽, 所有源频带相交. 线阵输出固定频率 $\omega_k \in \left[\omega_0 - \frac{B}{2}, \omega_0 + \frac{B}{2} \right]$, $k = 1, \dots, K$. 其可以用式(1)描述.

$$x_{k,n} = A_k(\theta)s_{k,n} + w_{k,n} \quad (1)$$

$x_{k,n}$ 表示矩阵 $P \times 1$ 测量向量, 在频率为 ω_k 时, $s_{k,n}$ 表示 $Q \times 1$ 矩阵源信号向量, $w_{k,n}$ 表示矩阵 $P \times 1$ 噪声向量. 在频率 ω_k 时, $A_k(\theta)$ 表示复合矩阵.

$$A_k(\theta) = [a_k(\theta_1), \dots, a_k(\theta_Q)] \quad (2)$$

向导向量 $a_k(\theta_q)$ 可表示为式(3)

$$a_k(\theta_q) = [1, e^{-j\omega_k \frac{d}{c} \sin\theta_q}, \dots, e^{-j\omega_k(P-1) \frac{d}{c} \sin\theta_q}]^T \quad (3)$$

上式中, θ_q , $q = 1, \dots, Q$, 表示 DOA 第 q 个源, d 表示相邻传感器之间的距离, c 表示信号传播速度.

式(1)中的 DOA 估计参数为非线性, $\theta = [\theta_1, \dots, \theta_Q]^T$, 需要对其进行建模. 稀疏模型将参数估计问题转化为稀疏谱估计. 本文将 $\Theta = \{\theta_l\}_{l=1}^L$ 设为所有源位置的采样网格, $L \gg Q$. 假设网格足够细, 其可以代表精确或紧密源位置. 然后, 将矩阵模型(1)输出转化为式(4)

$$X_{k,n} = \sum_{l=1}^L a_k(\theta_l) v_{k,l(n)} + W_{k,n} \quad (4)$$

上式中, $v_{k,l(n)}, a_k(\theta_l)$ 表示与第 l 个网格一致的可视源和向导向量. 引入 $A_k = [a_k(\theta_1), \dots, a_k(\theta_L)]$, 稀疏模型(4) 可以用压缩模型来代替, 如式(5) 所示.

$$X_{k,n} = A_k V_{k,n} + W_{k,n} \quad (5)$$

$V_{k,n} = [v_{k,1}(n), \dots, v_{k,L}(n)]^T$ 表示稀疏模型的源向量. 另外, $v_{k,n}$ 非零项表示真正源或零项. 假设 $v_{k,n}$ 的非零指数属于 $\tau := \{l_1, \dots, l_Q\}$. 显然, $v_{k,l_q}(n) = s_{k,q}(n)$, 这里在第 n 个映射, $s_{k,q}(n)$ 表示从第 q 个对象映射的第 k 个子带信号.

2 基于 SSR 子带信息融合的 DOA 估计方法

2.1 SIF 算法的改进

由稀疏模型(5)可知, 矩阵 $V_1, \dots, V_n$ 具有相同的稀疏模型, 这里 $V_n = [V_{1,n}, \dots, V_{K,n}]$, $n = 1, \dots, N$, 其中 $V = V_1, \dots, V_n$. 非零行矩阵 V 指示源位置, 在带宽处理过程中, 稀疏矢量不仅可以应用于窄带 DOA 估计, 也可以应用于 V 型稀疏结构中, 因而能够避免估计整个矩阵 V . 为改进 SIF 算法, 引入式(6).

$$\Psi_{k,n} = [a_k(\theta_1) \hat{v}_{k,1}(n) \dots a_k(\theta_L) \hat{v}_{k,L}(n)] \quad (6)$$

其中

$$\hat{v}_{k,1}(n) = (a_k^H(\theta_l))^{-1} a_k^H(\theta_l) X_{k,n} \quad (7)$$

将 $D \in C^{L \times L}$ 来代替 $D^H D = \Phi$, 这里

$$\Phi = \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \Psi_{k,n}^H \Psi_{k,n} \quad (8)$$

D 是由埃尔米特矩阵^[8] 特征值解(EVD) 求出. 假设 Φ 可以写成 $\Phi = U \Lambda U^H$, 其中 U 为酉矩阵, 其列由 L 正交特征向量组成, Λ 为本征值的对角矩阵, 这样 D 就可写为 $D = U \Lambda^{\frac{1}{2}}$. M 表示 Φ 的范围, 可以得出 $(D) = \text{rank}(\Phi) = M$.

SIV g 具有与 V 型相同的结构. 最小化 $\|y - Dg\|^2$ 和 $\iota_p(0 \leq p \leq 1)$ 稀疏范数来对 g 进行补偿, 引入改进 SIF 算法

$$\min_g f(g): f(g) = \|y - Dg\|^2 + \lambda \|g\|_p \quad (9)$$

λ 表示正定参数, y 表示由 $D^H y = h$ 定义的新向量.

$$h = \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \Psi_{k,n}^H X_{k,n} \quad (10)$$

在 N 映射中源的数量是固定的, g 表示稀疏向量 Q , $\|g\|_0 = Q$. g 稀疏模型中非零元素指数属于源位

置集合 L . 在 D 的基础上, g 可以捕获稀疏模型 y . 最小化 $\|y - D_g\|^2$ 弥补 g . DOA 估计难题在于解决弥补 g , 而不是 V 估计.

式(9) 可以通过下式求导

$$\operatorname{argmin}_g f(g) \equiv \operatorname{argmin}_g \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \|X_{k,n} - \Psi_{k,n} g\|^2 + \lambda \|g\|_p \quad (11)$$

由公式(11)可知, g 由所有频率和映射来进行估计. 然而, $\Psi_{k,n}$ 只能应用于特定频率和映射, 其中 $x_{k,n}$ 表示稀疏信号. 由于 D 包括所有频率和映射测量信息, 因此式(9)实际上是一种信息融合配方带宽 DOA 估计问题.

2.2 非模糊 SIF 算法

由参考文献[9]可知, 通常状况下稀疏信号(SSR)受到两种模糊因素的影响: 代数混淆和空间混叠. 代数混淆源于完备向导, 而空间混叠与经典波束极其相似, 假如阵列间距 d 明显小于波长的一半, 那么其就有可能找到 2 个角度 θ_l 和 θ_l' , 在向量 A_k 中, 其相应的列将是相同的.

对于代数无混叠问题, 其成立的充要条件为无噪声方程 $y = Dg$ 具有特征解. 当源数量满足一定条件时, 通过以下定理可证明代数非模糊.

定理 1^[10] 考虑方程 $y = Dg$, 其中 D 为 $aL \times L$ 导向, y 为 $aL \times 1$ 向量, g 为稀疏向量, 其非零元素表示源位置, D 和 y 分别由 $D^H D = \Phi$ 和 $D^H y = h$ 定义, Φ 和 h 分别由式(8)和式(10)得出. 假设不存在空间非模糊, 如果 $NK < P$, $Q \leq \min(\lceil (M+1)/2 \rceil - 1, \lceil (P+NK)/2 - 1 \rceil)$, $NK \geq P$, $Q \leq \min(\lceil (M+1)/2 \rceil - 1, \lceil P - 1 \rceil)$; 其中 $\lceil \dots \rceil$ 内元素表示运行单元, 稀疏信号向量 g 有特解.

证明见文献[10]. 在 2.1 节中, 将多个测量向量(MMV)问题转化为解单一测量矢量(SMV)的问题. SMV 问题可使用唯一解条件(见文献[11], 定理 2.4)来解决, 定理 1 得到证明. 同时, 对于 MMV 问题, $y = Dg$ 具有唯一解.

对于空间混叠问题, 假设角度 θ_l 和 θ_l' 满足下式

$$\omega_{k^d} \sin \frac{\theta_{l_1}}{c} = \omega_{k^d} \sin \frac{\theta_{l_2}}{c + 2\pi I} \quad (12)$$

其中 I 为任意整数. 在向导 D 中, 我们用 θ_{l_1} 和 θ_{l_2} 生成对应的列, 如果这两列是相同的, 空间出现混叠. 与窄带 DOA 估计不同, 宽带 DOA 估计对模糊条件的要求不是很高. 对于 SIF 算法, 所有频率信息可以被组合以减少空间模糊性, 如定理 2 所示.

定理 2^[10] 假设源数量满足定理 1 提出的唯一解条件, 使 $\Delta\omega = \omega_k - \omega_{k-1}$. 单位距离 d 将 ULA 空间化, 如果 $d < \frac{\pi c}{\Delta\omega}$, 空间非模糊可以得到保证, 其中 c 是源信号的传播速度.

证明见文献[10]. 定理 2 的证明与定理 1 的证明类似, 详见参考文献[9]. 首先假设 θ_{l_1} 是目标角之一, θ_{l_2} 是空间混叠角. 在埃尔米特矩阵 Φ 中, θ_{l_1} 作为相同列, 在 $d < \frac{\pi c}{\Delta\omega}$ 时, 则 $\theta_{l_1} = \theta_{l_2}$, 空间非模糊就得到保证.

考虑下面的无约束问题

$$\min_g \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \|X_{k,n} - \Psi_{k,n} g\|^2 + \lambda \|g\|_p \quad (13)$$

问题(13)通过连续迭代 $\{g_0, g_1, \dots\}$ 解决. 对于每一次迭代, 问题(13)的最优解可以由下式得到

$$g_{t+1} = 2\Pi(g_t)H^{-1}(g_t)h \quad (14)$$

其中

$$H(g) = 2\Phi\Pi(g) + p\lambda I \quad (15)$$

$$\Pi g = \begin{bmatrix} (g_1^2 + \epsilon)^{1-P/2} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & (g_L^2 + \epsilon)^{1-P/2} \end{bmatrix} \quad (16)$$

I 是 $aL \times L$ 单位矩阵, ϵ 是一个非常小的参数. Φ 和 h 通过式(8)和式(10)给出. 通过共轭梯度(CG)技术可以简化式(14)复杂性. $H^{-1}(g)h$ 可以用 $cg(H(g), h)$ 来代替, 其中 $cg(H(g), h)$ 可以由 CG 线性方程 $H(g)b = h$ 的反变换 $H^{-1}(g)h$ 解决.

3 实验与分析

本文通过数值模拟来说明所提出的 SIF 算法性能. 为便于比较, 采用了与参考文献[12]相同的数值, 将本文 SIF 算法与文献[12]中的 W-CMSR 算法进行对比实验.

假设 2 个具有 70 MHz 中心频率的 BPSK 信号 40% 带宽冲击具有 7 个传感器的 ULA. 图 1 和图 2 显示了分别从 -10° 和 10° 两个方向由 W-CMSR 和 SIF 中获得的 DOA 估计结果. 取 $K = 256$, $N = 1$, $\text{SNR} = 0$ dB. 对于 SIF 算法, 参数 $p = 0.1$, $\lambda = 0.2 \times \|2h\|_\infty$ 和 $\epsilon = 10^{-18}$.

图 1 中, ULA 空间 d 满足 $d = \pi c / (\omega_0 + \frac{B}{2})$. 图 2 中, 将 d 扩大 100 倍. 从图 1 可以看出 W-CMSR 和 SIF 性能良好. 然而在图 2 中, W-CMSR 算法失效, SIF 算法依然有效. 从图 2 可以看出, 在 SIF 算法下, 空间模糊性得到减小.

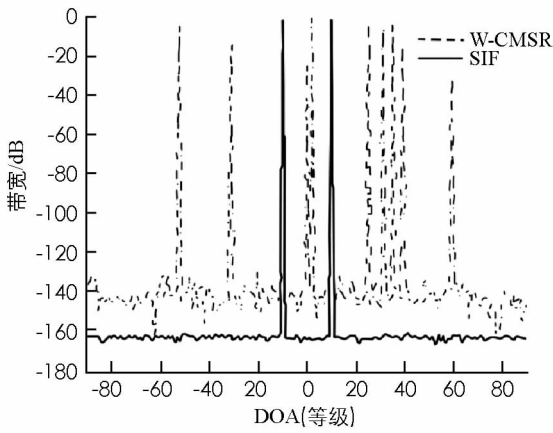


图 1 W-CMSR 和 SIF 算法
空间谱模拟($d=1.948$)

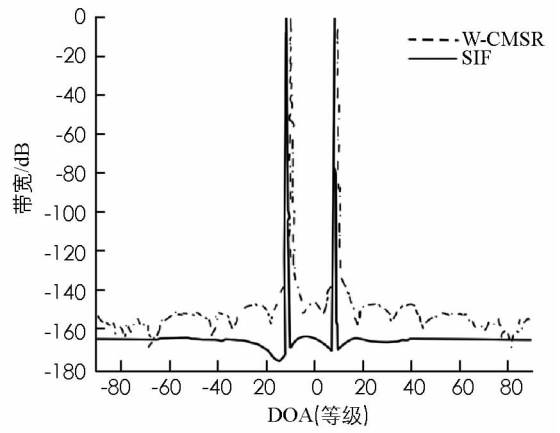


图 2 W-CMSR 和 SIF 算法
空间谱模拟($d=194.8$)

在进行模拟时, 相邻 2 个频率间隔为 $\Delta\omega = 2\pi$. 由定理 2 可知, 如果 $d < \frac{c}{2}$, 空间非模糊性可以得到保证, $c = 3 \times 10^8$ 是信号传播速度. 随着 d 值增大, SIF 算法得到式(13)的唯一解. 此外, d 值的增加会使导向 D 的列更不相关. 如图 3 所示, 当 2 个源接近 4° 和 10° 时, 虚线表示 DOA 估计的“不匹配”. 当 $d=1.948$ 时, 图 3 虚线表示在 2° 和 12° 时的结果. 如果间隙 d 增大 100 倍, DOA 估计结果完全匹配源方向, 如图 3 所示.

4 结 论

本文提出了一种基于稀疏信号的新子带信息融合算法(SIF)来解决宽带 DOA 估计问题. SIF 算法利用所有频点信息来弥补迭代稀疏矢量(SIV). 结果表明, 代数模糊可以通过多个测量向量得到缓解. 由空间混叠造成的空间模糊性可以通过采用所有频率信息进行减小, 通过使用 CG 算法, 减小了 SIF 算法的复杂阶 $O(L^2)$. 通过数值模拟, 证明本文提出的算法性能良好, 具有重要的应用价值.

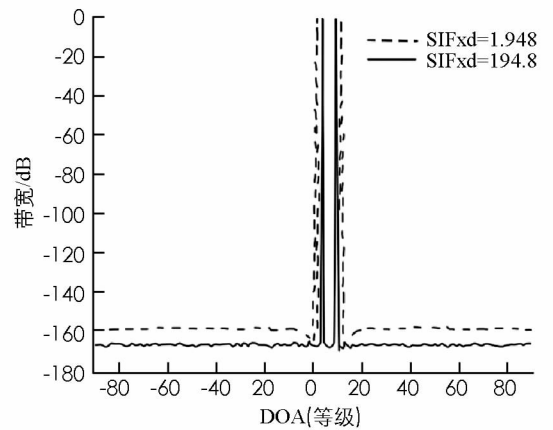


图 3 SIF 算法空间谱模拟结果

参考文献:

- [1] 于红旗, 刘 剑, 黄知涛, 等. 传播算子方法在宽带 DOA 估计中的应用 [J]. 计算机学报, 2012, 24(2): 43—46.
- [2] ZHANG Shu-yin, GUO Ying, QI Zi-sen. Joint Estimation Algorithm of 2D DOA and Polarization Based on Cylindrical Conformal Array Antenna [J]. Journal of Radio Science, 2013, 26(6): 1118—1124.
- [3] 齐子森, 郭 英, 王布宏, 等. 共形阵列天线信源方位与极化状态的联合估计算法 [J]. 电子学报, 2013, 40(12): 2562—2566.
- [4] HYDER M M, Mahata K An Improved Smoothed Approximation Algorithm for Sparse Representation [J]. IEEE Trans on Signal Process, 2012, 58(4): 2194—2205.
- [5] WANG D, FATTOUCHE M. OFDM Transmission for Time Based Range Estimation [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2011, 17(6): 571—574.
- [6] 季 飞, 余 华, 谢泽明, 等. 基于 DOA 矩阵法的矢量传感器阵列二维波达方向估计 [J]. 电子与信息学报, 2012, 30(8): 1886—1889.
- [7] HYDER M M, MAHATA K. Direction-of-Arrival Estimation Using a Mixed $2, 0$ norm Approximation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(9): 4646—4655.
- [8] SAMADI S, ETIN M. Sparse Representation Based Synthetic Aperture Radar Imaging [J]. IE Radar, Sonar & Navigation, 2012, 5(2): 182—193.
- [9] TANG Z, BLACQUIERE G, LEUS G. Aliasing-free Wideband Beamforming Using Sparse Signal Representation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(7): 3464—3469.
- [10] LUO J A, ZHANG X P, WANG Z. A New Subband Information Fusion Method for Wideband DOA Estimation Using Sparse Signal Representation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(5): 3016—3020.
- [11] CHEN J, HUO X. Theoretical Results on Sparse Representations of Multiple-Measurement Vectors [J]. IEEE Transactions on, Signal Processing, 2006, 54(12): 4634—4643.
- [12] LIU Z M, HUANG Z T, ZHOU Y Y. Direction of Arrival Estimation of Wideband Signals Via Covariance Matrix Sparse Representation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(9): 4256—4270.

On DOA Estimation Algorithm of Information Fusion Bandwidth Based on SSR

XIA Tian-wei

School of Computer and Information Science, Zunyi Normal College, Zunyi Guizhou 563002, China

Abstract: The problem of wideband DOA estimation has been studied by means of SIF, with jointly utilization of all the frequency bin information to recover a single sparse indicative vector(SIV), based on single sparse signal representation of multiple frequency-based measurement vectors, a new subband information fusion (SIF) method has been proposed. SIF method belongs to sparse signal representation domain, and it will be affected by the two vague factors of algebra confusion and spatial aliasing. Combination of all frequency components can reduce the impact of the two vague factors, compensating for the SIF algorithm by SIV. Compared with W-CMSR algorithm, a large number of simulation results show that the method based on sparse signal SIF of broadband doa estimation algorithm has superior performance.

Key words: direction-of-arrival estimation; sparse signal representation; subband information fusion; wideband source; unconstrained optimization