

DOI:10.13718/j.cnki.xsxb.2017.04.023

高等几何中启发式教学的探讨^①

徐文学, 夏云伟

西南大学 数学与统计学院, 重庆 400715

摘要: 启发式教学是一种影响广泛且历久弥新的教育理念. 针对高等几何教学过程中存在的问题, 初步探讨了如何在高等几何教学中的备课、课堂教学及课后等各个环节合理有效地应用启发式教学.

关键词: 启发式教学; 高等几何; 射影几何; 二次曲线

中图分类号: G642

文献标志码: A

文章编号: 1000-5471(2017)04-0142-04

启发式教学是教师在教学中根据学生学习过程的客观规律, 以启发学生的思维为核心, 有效地调动学生学习的主动性与积极性, 促使他们学习的一种教学指导思想. 它是一种古老的教学思想. 我国的大教育家、思想家孔子早在春秋战国时期就提出了“不愤不启, 不悱不发. 举一隅不以三隅反, 则不复也”, 言简意赅地揭示了启发式教学的观点. 而思想家苏格拉底在古希腊时期创立的“产婆术”开启了西方启发式教学的先河. 随着现代科学技术的进步和教学经验的积累, 启发式教学也不断地丰富和发展, 在当前的教学领域中仍具有极强的优越性. 这种教学模式的好处是^[1]:

(1) 有利于激发学生的学习兴趣. 兴趣是最好的老师, 当教师在教学中采用启发式教学法时, 可有意寻找一些既能结合所学知识又使学生感兴趣的问题来启发和引导学生, 从而促使学生主动学习, 积极思考.

(2) 有利于培养学生解决问题的能力. 启发式教学作为一种教学思想, 其目的是通过引导、启发学生的思维, 让他们独立运用所学的知识与方法去解决学习过程中遇到的问题, 逐步培养与提高学生分析问题和解决问题的能力.

(3) 有利于形成融洽的师生沟通氛围. 与传统的“灌输式”教学方法不同, 启发式教学法可以根据教学内容和学生的实际情况, 在教学过程中进行类比联想、比喻联想和研究争论, 教师和学生还可以进行互相启发、互相影响的良性互动.

高等几何是初等几何的进一步深化, 被各大综合高校, 尤其是师范院校的数学专业列为重要的基础课之一. 但该课程涉及的知识面较广, 内容庞杂且难懂, 因此其“难说难教”之说由来已久. 启发式教学能培养学生对高等几何的学习兴趣, 建立抽象思维模式, 提高学生学习的主动性与积极性, 进而提高学生的学习能力, 这样能使该课程易学易懂. 基于此, 本文将从高等几何目前教学中所存在的问题出发, 初步探讨在高等几何教学中的备课、课堂教学及课后等各个环节如何合理有效地应用启发式教学.

1 高等几何教学中存在的一些问题

几何是对空间进行描述的一种有效工具, 是数学中最为直观、具体且与现实生活最为贴近的一门学

① 收稿日期: 2016-01-14

基金项目: 国家自然科学基金项目(11401486); 重庆市基础科学与前沿研究计划项目(cstc2016jcyjA0465); 中央高校基本业务费专项资金(XDJK2014C164); 西南大学博士基金(SWU115053).

作者简介: 徐文学(1983-), 男, 河南驻马店人, 讲师, 主要从事积分几何与凸几何分析的研究.

科. 高等几何课程中蕴含着丰富的数学知识、思想与方法,是几何发展过程中最富特色的部分,主要内容是欧氏几何理论、仿射几何理论、射影几何理论以及非欧几何理论,且变换群观点和公理化思想纵横贯穿其中,在我国师范院校数学专业课程中处于基础地位^[2]. 掌握好高等几何的内容对培养学生的几何空间想象能力,提高学生的数学创新思维能力起着重要的作用. 但由于高等几何不同于传统的欧氏几何,具有自身的抽象性,因此不易理解. 此外,由于近年来的课程改革减少了教学课时,再加上教师和学生方面的主客观原因等让高等几何的教学面临很多问题^[3].

1.1 根深蒂固的欧氏几何思维

欧氏几何是直观的,而高等几何主要研究的射影几何理论引入了理想元素(或称无穷远元素)与复元素,使射影几何从直观进入到抽象. 如在射影几何里两条平行线相交于无穷远处(称为无穷远点),而无穷远点的轨迹是一条无穷远直线,且在射影变换下不保持线段的长度与角度的大小等度量性质,这些与传统的欧氏几何理论是非常不同的. 这对于从小学到高中都在学习欧氏几何知识,形成了较为固定的欧氏几何思维模式的学生来说一时难以适应.

1.2 教学进度快、“授之以鱼”教学法及知识结构不完整

高等几何课程内容丰富、抽象,在有限的课时限制下,多数教师为完成教学任务只有采用“满堂灌”教学法,“授之以鱼”,很少让学生在课堂上进行讨论,这样导致师生间缺少交流,学生少有时间主动思考,只能被动接受,导致教学分离. 此外,由于课时较少,教学进度很快,许多蕴含启发性思想的定理也往往一带而过,如帕斯卡定理与其对偶定理——布利安桑定理的特殊情形,它们虽易于理解却不易证明,这些特殊情形的证明不仅蕴含着射影几何的核心思想,而且有利于学生更清楚地理解二次曲线理论. 最为困扰的是高等几何中有些核心内容讲不完,甚至完全没时间讲,这使得学生对高等几何的认识理解不全面,导致知识结构不完整,这不利于学生奠定基础,形成完善的数学知识系统与建构数学思想.

1.3 忽视与中学几何的联系

高等几何与中学几何联系非常密切. 中学几何学习的内容是欧氏几何,研究的问题往往比较直观,但其是所有几何的基础. 中学几何中的概念与处理问题的技巧对高等几何的学习影响深远. 高等几何虽然比较抽象,但内容和方法往往可以从中学几何中找到根源,是中学几何的深化,如无中学几何,高等几何就是空中楼阁,无从谈起. 然而,教师在授课过程中很少由中学几何一步步引申到高等几何,以及将高等几何中的某些结论在特殊情形下导出中学几何中的经典结论. 这种只专注高等几何知识的系统性、严谨性,而忽视与中学几何联系的教学方法使得高等几何成为无水之源,无木之本,不利于学生建构数学知识体系,尤其为师范专业的学生在以后的教学过程中犯绝对化的错误埋下了隐患.

1.4 重知识,轻思想

传统的教学模式仅按照“公理、定义、定理、证明”的步骤去推理演绎,而对于概念的形成、定理的发现、公式的美妙之处以及理论的艰难发展过程往往只字不提,对课程中蕴涵的数学思想最多仅是一带而过,更不会采用启发式的方法教学,这使得课堂往往枯燥乏味,学生难于理解,只能死记硬背,慢慢地可能对这门课丧失兴趣,甚至厌恶. 同时也不利于教师在教学过程中渗透数学思想,建构有效课堂.

2 具体教学策略

针对当前高等几何教学过程中出现的问题,我们以启发式教学理念为指导,从以下教学环节提出一些改进策略,尝试以此来提高教学质量.

2.1 备课中体现启发式教学

能够有效利用启发式教学的前提之一是在备课中体现启发式教学. 故备课中不仅要求教师非常熟悉教学内容,而且还要较好地了解学生的特点. 因为每节课的教学内容是确定的,而学生基础有好坏之异,接受能力有快慢之别. 教师应掌握这些具体情况,准确预料到在授课过程中哪些知识点是学生不易理解的,才能围绕教学目的做到恰到好处地对学生激发疑问、启发诱导、促其深思,这样才能在教学过程中完美地利用启发式教学. 在此过程中学生也将感受到不同程度的学有所获,并体会到学习的乐趣.

2.2 课堂中体现启发式教学

实施启发式教学成败的关键在于课堂教学,而启发式教学成功的关键是想方设法让学生积极主动地思考学习.启发式提问是最富有成效的方法之一,它要求教师根据学生的知识贮备精心设计难度适宜的有启发性的问题,进行由浅入深、由易到难的提问,以达到让学生“乐学、会学”的目的.同时还可渗入故事启发、直观启发、类比启发等不同的启发方式进行教学.在此笔者以在高等几何教学过程中的实例来具体阐述如何在课堂中应用启发式教学方法.

(I) 为了消除学生对高等几何这门课枯燥乏味与难教难学的根深蒂固的误解,教师在课堂教学中可以多介绍一些这门学科的有趣发展历史及美之所在.如射影几何如何为绘画艺术提供理论支撑,及把对射影几何发展做出突出贡献的笛沙格、帕斯卡、彭赛列、蒙日等人物的传奇故事申讲在课堂中,这会使得课堂更加生动有趣,激发学生的学习兴趣.

(II) 一般情况下,教师在讲射影几何中著名的帕斯卡定理与其对偶定理——布利安桑定理^[4]时,先给出定理,再画出图形,然后开始证明定理,少让学生参与其中.但如果让学生自己画一些特殊的图形感受一下这两个定理的奥妙,不但让学生印象深刻,而且教学过程也会事半功倍.

(III) 二次曲线理论是高等几何中研究的重点,是中学圆锥曲线的深化.按照代数中根的判定定理容易判断非退化的二次曲线与无穷远直线有 3 种位置关系,分别称为椭圆、抛物线与双曲线,其几何图形依次分别为图 1 中的 c_1, c_2 (与无穷远直线 l_∞ 相切) 与 c_3 (与无穷远直线 l_∞ 有两个不同交点)^[5].但这种方法虽然易于解释,却不易理解图形为何如此,笔者发现众多学生仍不明白为何抛物线与双曲线会形如图 1 中的 c_2 与 c_3 ,这是因长期以来受中学几何中欧氏圆锥曲线图形的束缚,我们这里仅给出双曲线的几何解释.

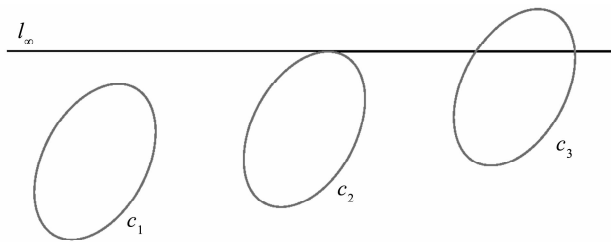


图 1 非退化二次曲线与无穷远直线的位置关系

图 2 中的(a)为我们熟知的双曲线标准图形,设直线 l_1 与 l_2 为该双曲线的两条渐近线,在拓广平面中,双曲线与其渐近线相交于无穷远点,如图 2 中的(b)所示,设双曲线的左上支与 l_1 相交于无穷远点 P_∞ ,而双曲线的右下支与 l_1 也相交于无穷远点,又因一条直线只有一个无穷远点,故以上两无穷远点实为一点,即 l_1 的无穷远点 P_∞ .这说明双曲线的左上支与右下支通过无穷远点连在一起,可以进一步形象地理解为双曲线的左上支一直向上走会碰到无穷远点 P_∞ ,通过 P_∞ 继续向前走即为双曲线的右下支.同理,双曲线的左下支也与右上支通过无穷远点 Q_∞ 连在一起.这时就可理解为何双曲线是形如图 1 中 c_3 的封闭曲线了.

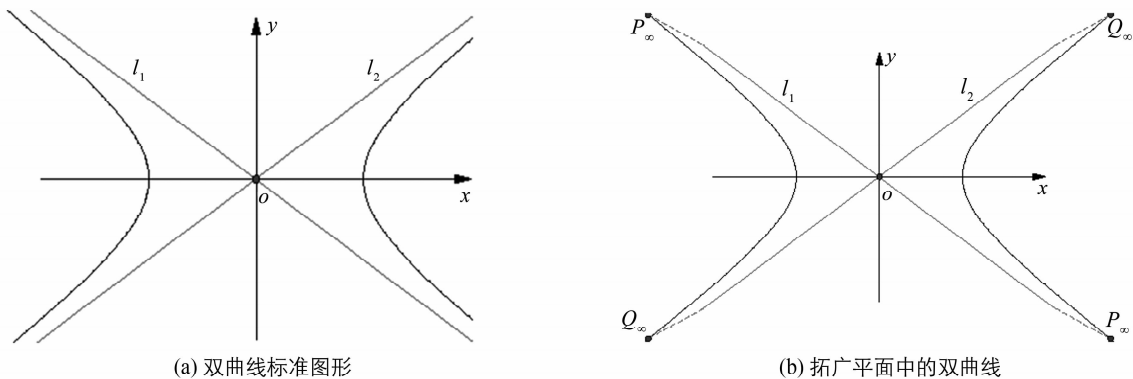


图 2 双曲线

(IV) 此外,教师还可以积极利用现代化的教学手段进行启发式教学,如利用多媒体课件给学生展示具体的图示、模型、动画演示等直感性很强的示例,给学生强烈的感官冲击,以此对学生进行直观性启发,以

便让学生能更好地理解学习材料,进而让学生感受射影几何的神奇与美妙.

2.3 课后体现启发式教学

启发式教学要求教师应该在课后精挑细选一些具有启发性的习题让学生巩固所学内容,避免对知识点机械重复.教师在批改作业时也要对学生进行正确的启发引导,借此进一步培养学生独立分析问题与解决问题的能力,最大程度地调动学生学习的积极性与主动性.

3 总 结

高等几何课程不仅仅让学生系统地学习完整的几何公理体系及处理相关问题的技巧,更为重要的是培养学生的数学思维方式及空间想象能力,逐步形成良好的数学素养.启发式教学能有效地激发学生学习的兴趣,充分调动学生的主动性与积极性,逐步提高分析与解决问题的能力,同时提高教学质量与效果.故启发式教学是一种非常值得尝试的教学方法.

参考文献:

- [1] 韩龙淑,王新兵.数学启发式教学的基本特征[J].数学教育学报,2009,18(6):6-9.
- [2] 王继顺,周明旺.基于建构主义理论的高等几何教学研究[J].中国科教创新导刊,2008(3):104-105.
- [3] 李雪珊.基于建构主义理论的教学策略初探——以《高等数学》课程教学为例[J].西南师范大学学报(自然科学版),2014,39(2):152-155.
- [4] 梅向明,刘增贤,王汇淳,等.高等几何[M].2版.北京:高等教育出版社,2000.
- [5] 朱德祥,朱维宗.高等几何[M].2版.北京:高等教育出版社,2007.

On Heuristic Teaching in Advanced Geometry

XU Wen-xue, XIA Yun-wei

School of Mathematics and Statistics, Southwest University, Chongqing 400715, China

Abstract: Heuristic teaching is a kind of educational ideas of extensive influence and lasting charms. Based on some common problems of Advanced Geometry, the reasonable and effective applications has been discussed in this paper of heuristic teaching in advanced geometric education, especially in the preparing, classroom teaching and extracurricular practices.

Key words: heuristics teaching; advanced geometry; projective geometry; quadratic curve

责任编辑 廖 坤