

DOI:10.13718/j.cnki.xsxb.2017.05.004

# 基于复杂网络的公交-地铁复合网络鲁棒性分析<sup>①</sup>

鲍 登, 高超, 张自力

西南大学 计算机与信息科学学院, 重庆 400715

**摘要:** 采用复杂网络理论, 对中国西部某市公交-地铁复合网络的鲁棒性进行了分析. 分析结果表明: 复合网络在随机攻击模式下的鲁棒性较强, 然而在目标攻击模式下较弱. 本研究对提升公交与地铁系统之间的配合效率以及城市公共交通的综合运输能力具有重要的现实意义.

**关键词:** 公交网络; 地铁网络; 复合网络; 鲁棒性; 复杂网络

**中图分类号:** TP311

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1000-5471(2017)05-0022-06

近年来, 对于公共交通鲁棒性研究已取得很好的进展. Albert 和 Barabasi 等<sup>[1]</sup>通过利用最大簇大小、平均路径长度等指标来度量网络受到攻击后的破坏程度. Ren 等<sup>[2]</sup>通过建立站点-线路网络以及线路-换乘网络等多层网络, 对城市公交网络进行鲁棒性分析, 发现线路网络、站点网络以及换乘网络三者相互影响, 同时给出了适当增加线路容量、减少站点间部分有争议的线路等建议来降低级联破坏带来的不良影响. Su 等<sup>[3]</sup>研究由依赖链和连接链路组成的关联网在不同攻击策略下的级联影响, 并以北京市的公交网络、地铁网络为例, 发现在网络容量较小时城市公共交通效率存在非平衡相变的现象. Pang 等<sup>[4]</sup>对曼哈顿、苏丹、北京以及开罗这 4 个城市的运输网络效率及鲁棒性进行对比分析, 发现随机网络和双斑点网络比单斑点和网格网络更有效, 并从技术的角度对城市交通网络优化设计给出了参考建议.

虽然国内外在研究公共交通网络鲁棒性方面已取得不少成果, 但现有研究都是针对单一公交网络或地铁网络, 鲜有将公交网络及地铁网络作为一个整体来研究城市公共交通网络的鲁棒性. 鉴于此, 本文以某市公交和地铁网络数据为基础, 建立公交-地铁复合网络, 利用复杂网络理论解析该网络鲁棒性.

## 1 公交-地铁复合网络的构建

一般而言, 公交网络和地铁网络是由站点和线路构成. 对于这类网络, 有 Space L 和 Space P<sup>[6-7]</sup>两种常用的方法来构建网络. 采用 Space L 方式, 能构建出站点网络; 采用 Space P 方式, 能构建出换乘网络. 以地铁网络为例, 采用 Space L 方式构建网络时, 将地铁站作为网络节点, 若两个站地理位置相邻且在同一条地铁线上, 那么这两个站之间存在一条网络边, 从而构成地铁站点网络. 当采用 Space P 方式构建网络时, 仍将地铁站视为网络节点, 若两个地铁站具备直达的地铁线路, 那么这两个站之间就存在一条网络边, 从而构成地铁换乘网络. 明显地, Space L 方式构建的网络是 Space P 方式构建网络的一个子图. Space

① 收稿日期: 2017-01-16

基金项目: 国家自然科学基金项目(61403315, 61402379); 中央高校基本业务费专项资金项目(XDJK2016E066).

作者简介: 鲍 登(1991-), 男, 湖北荆门人, 硕士研究生, 主要从事复杂网络研究.

通信作者: 张自力, 教授.

L 方式构建的网络体现了原网络的拓扑性质, 较好地保留了站点之间的地理特征. 因此, 本文采用 Space L 方式来构建复合网络, 并对这类网络的鲁棒性进行研究.

构建公交-地铁复合网络的方法, 分为 4 个步骤, 如图 1 所示, 具体过程如下描述:

#### 1) 构建原始子网络:

根据具有专业网络地图搜索功能的百度地图网站(<http://map.baidu.com>) 所提供的中国西部某市公交网络及地铁网络数据, 采用 Space L 方式构建公交网络  $N_B$  和地铁网络  $N_S$ . 为了描述简洁方便, 用  $N_B \langle V_B, E_B \rangle$  表示公交网络, 其中  $V_B$  表示公交网络中的站点集合,  $E_B$  表示公交网络中的线路集合; 用  $N_S \langle V_S, E_S \rangle$  表示同一种构建方法的地铁网络, 其中  $V_S$  表示地铁网络中的站点集合,  $E_S$  表示地铁网络中的线路集合.

如图 1(a) 所示, 其中绿色圆点表示公交站点, 黑色方框表示地铁站点, 红色空心圆点表示公交复合站点, 红色空心方框表示地铁复合站点; 绿色边表示公交网络线路, 黑色边表示地铁线路, 红色虚线表示建立地铁复合站点与公交复合站点的对应关系, 蓝色边表示复合边. 上层绿色网络表示公交网络  $N_B$ , 结点集合  $V_B = \{B_1, B_2, \dots, B_5\}$  表示公交站点集合, 绿色实线表示公交线路集合  $E_B$ ; 下层黑色网络表示地铁网络  $N_S$ , 结点集合  $V_S = \{S_1, S_2, S_3\}$  表示地铁站点集合, 黑色实线表示地铁线路集合  $E_S$ . 其中  $V_B$  中的结点  $\{B_3, B_5\}$  与  $V_S$  中的结点  $\{S_2\}$  表示复合站点, 用红色空心点标记.

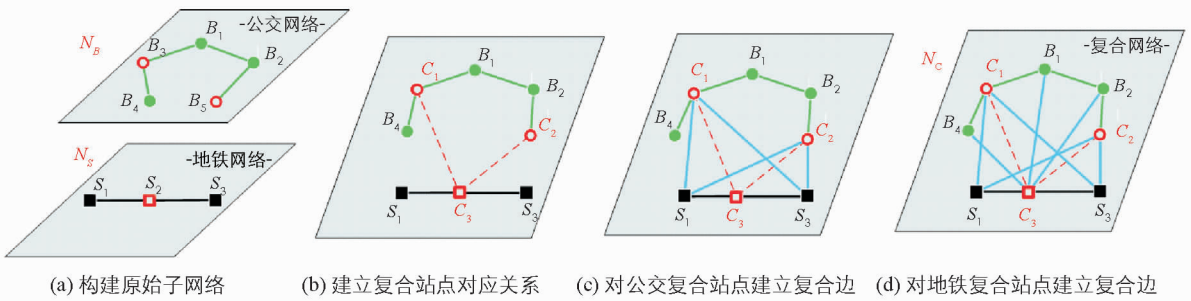


图 1 公交-地铁复合网络构建过程

#### 2) 建立公交-地铁复合站点对应关系:

建立公交-地铁复合网络时, 在某一个地铁站点周围往往可能存在多个对应的公交换站点, 如国博中心地铁站与国博中心北公交站、博览中心广场公交站, 将这类有对应关系的地铁站点和公交站点进行联系, 建立相应的复合站点.

如图 1(a) 中, 地铁复合站点  $S_2$  与公交复合站点  $B_3, B_5$  相对应. 为了与普通站点区分, 在图 1(b) 中将复合站点  $B_3, B_5, S_2$  用  $C_1, C_2, C_3$  表示, 然后将地铁站点  $C_3$  分别与其对应的公交站点  $C_1, C_2$  进行关联对应, 建立红色虚线边, 该虚线仅表示 3 个复合站点在一定程度上(即计算邻居节点和与其他节点的距离)是等效的, 可以视为一个站点, 故  $C_3$  与  $C_1, C_2$  之间的距离视为 0.

#### 3) 对公交复合站点建立复合边:

如图 1(c) 所示, 对于公交子网络的复合站点  $C_1, C_2$  而言, 它们与地铁子网络中的  $C_3$  相邻, 可步行换乘. 故在建立公交网络与地铁网络联系时, 公交节点  $C_1, C_2$  将继承地铁节点  $C_3$  在地铁网络中的邻居节点  $S_1, S_3$ , 并建立复合边集合  $E_{CB}$ , 即图 1(c) 在图 1(b) 的基础上添加了 4 条蓝色复合边.

#### 4) 对地铁复合站点建立复合边:

同理可知, 如图 1(d) 所示, 对于地铁子网络中的复合站点  $C_3$ , 由于与  $C_1, C_2$  相邻, 可步行换乘, 故在建立地铁网络与公交网络联系时, 地铁节点  $C_3$  将继承公交节点  $C_1, C_2$  的邻居节点  $B_1, B_2, B_4$ , 并建立复合边集合  $E_{CS}$ , 即图 1(d) 在图 1(c) 的基础上添加了 3 条蓝色复合边, 从而构成完整的复合网络  $N_C \langle V_B \cup V_S, E_B \cup E_S \cup E_{CB} \cup E_{CS} \rangle$ .

## 2 网络鲁棒性分析

在本节中采用经典的随机攻击和目标攻击这 2 种方式来分析已构建的公交子网络、地铁子网络以及公交-地铁复合网络这 3 种网络的鲁棒性。

### 2.1 网络的攻击策略与鲁棒性评价指标

对于随机攻击策略,以某一随机概率删除网络中的部分节点;对于目标攻击而言,按照网络中度最大的节点开始,依次删除网络中度最高的节点.子网络和复合网络在节点被攻击后重新构成新网络的过程各有不同.其中对于子网络,节点被删除后,其相应的边也被删除;而复合网络则需先在各自的子网络中进行破坏,从而形成单一的公交网络和地铁网络,然后再根据复合网络的构建规则,找出当前存在的复合节点,建立复合边,重新构建出被攻击后的公交-地铁复合网络.

当网络受到不同攻击后,本文采用如下 4 个指标来评价网络的鲁棒性<sup>[1,3]</sup>,即最大连通子图的相对大小  $S$ (也叫连通概率)、网络的平均路径长度  $L$ 、网络直径  $D$  和网络性能参数  $E$ .

### 2.2 公交-地铁复合网络鲁棒性分析

#### 2.2.1 公交网络鲁棒性分析

本节以该市公交网络数据为基础,利用 Space L 方式构建公交网络,并对该网络中的结点进行攻击,攻击结果如图 2 所示.其中横轴  $f$  表示被攻击破坏的站点比例,纵轴表示最大连通子图的相对大小  $S$ 、平均路径长度  $L$ 、网络直径  $D$ 、网络性能参数  $E$ .如图 2(a) 所示,公交网络的初始最大连通子图大小为 1,两种攻击模式下, $S$  都随着  $f$  的增加而不断下降,但是对目标攻击模式的下降速度明显快于随机攻击.当  $f = 0.197\ 28$ ,随机攻击 580 个节点时, $S$  下降为 0.621 1,网络中仍有 1 826 个节点相互连通;当目标攻击 580 个节点时, $S$  骤然下降为 0.007 2,即网络中只有 21 个节点保持连通.这说明公交网络在目标攻击模式下鲁棒性较差,而在随机攻击模式下鲁棒性及容错性较强.

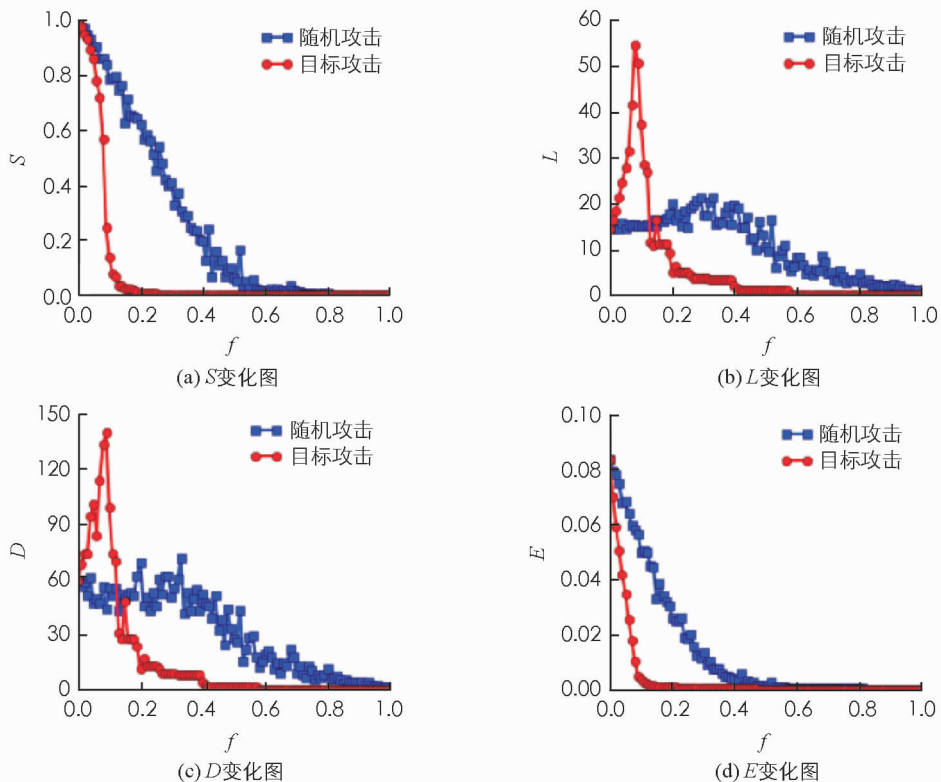


图 2 公交网络的攻击结果

从图 2(b) 和图 2(c) 可知, 对于目标攻击, 随着网络中被破坏的节点不断增加, 最大连通子图的  $D$  和  $L$  都是先增加然后迅速减少. 这是由于公交网络逐渐被分割为若干个小区域块, 从而导致了最大连通子图的规模不断减少. 对于随机攻击, 网络直径  $D$  和平均路径长度  $L$  的变化相对缓和.

从图 2(d) 可知, 公交网络的初始值为 0.083 4. 该市公交网络的网络性能效率, 略强于沈阳(0.062 7)、北京(0.071 1)、首尔(0.81), 弱于南京(0.167) 和东京(0.128)<sup>[2,8]</sup>. 在目标攻击模式下, 当网络中 9.86% 的公交站点被攻击破坏时,  $E = 0.003 495$ (性能已下降一半以下). 这表明此时网络受损很严重.

### 2.2.2 地铁网络鲁棒性分析

本节以该市地铁网络数据为基础, 利用 Space L 方式构建地铁网络, 并对该网络中的结点进行攻击, 攻击后的结果如图 3 所示. 从图 3(a) 中, 可以看出地铁网络的初始最大连通子图大小为 1, 两种攻击模式下,  $S$  都随着  $f$  的增加而不断下降, 目标攻击的下降速度略快于随机攻击. 当  $f = 0.09$ , 随机攻击 10 个节点时,  $S$  下降为 0.351 3, 网络中仍有 39 个节点相互连通; 当目标攻击 10 个节点时,  $S$  骤然下降为 0.288 3, 即网络中只有 28 个节点保持连通. 这说明该市地铁网络在目标攻击模式下鲁棒性稍强于随机攻击模式.

从图 3(b) 和图 3(c) 中可知, 平均路径的初始值  $L$  为 15.52, 当目标攻击 1 个节点时,  $L$  变为 19.74. 可以看出, 随着被攻击节点的增加,  $L$  便开始减少. 对于网络直径  $D$  也遵循着同样的规律. 对于随机攻击模式也能得到相似的结论, 同时还可以看出目标攻击的结果变化稍快.

从图 3(d) 中可知, 该市地铁网络的网络性能随着被攻击节点数量的增加不断降低. 同时也可以看出, 较目标攻击模式, 地铁网络在随机攻击模式下的变化稍缓和.

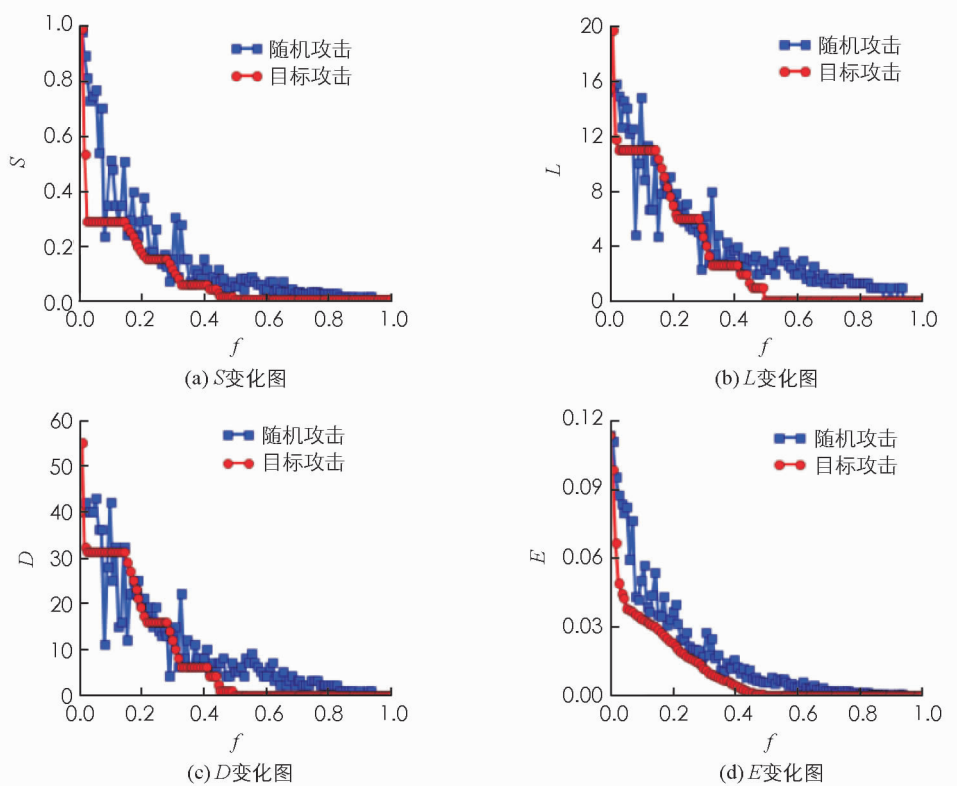


图 3 地铁网络的攻击结果

### 2.2.3 复合网络鲁棒性分析

本节以该市公交网络及地铁网络数据为基础, 基于 Space L 方式构建了公交-地铁复合网络, 并对该网络中的结点进行攻击, 攻击后的结果如图 4 所示. 从图 4(a) 可知复合网络的初始最大连通子图大小为 1. 在目标攻击及随机攻击两种攻击模式下,  $S$  都随着  $f$  增加而不断下降, 但是目标攻击的下降速度明显快于随

机攻击. 当  $f = 0.177 0$ , 随机攻击 540 个节点时,  $S$  下降为  $0.675 2$ , 网络中仍有 1 696 个节点相互连通; 当目标攻击 540 个节点时,  $S$  骤然下降为  $0.010 82$ , 即网络中只有 27 个节点保持连通. 这说明公交-地铁复合网络在目标攻击模式下鲁棒性较差, 而在随机攻击模式下鲁棒性及容错性较强.

从图 4(b) 和图 4(c) 中可知, 对于目标攻击, 可以看出随着网络中被破坏的节点的不断增加, 最大连通子图的  $D$  和  $L$  都是前期先增加, 然后迅速减少. 这是由于公交网络逐渐被分割为若干个小区域块, 从而导致了最大连通子图的规模不断减少. 对于随机攻击, 网络直径  $D$  和平均路径长度  $L$  的变化相对缓和.

从图 4(d) 中可知, 复合网络的初始值为  $0.091 6$ . 当  $f = 0.078 7$ , 即目标攻击 240 个节点时, 复合网络的性能效率  $E$  变为  $0.023 5$ , 整体网络的连通性较差. 而随机攻击 240 个节点, 网络性能效率  $E$  为  $0.066 7$ , 变化较小. 当目标攻击 510 个节点时, 网络基本完全瘫痪, 而随机攻击 1 500 个节点时才使得复合网络瘫痪.

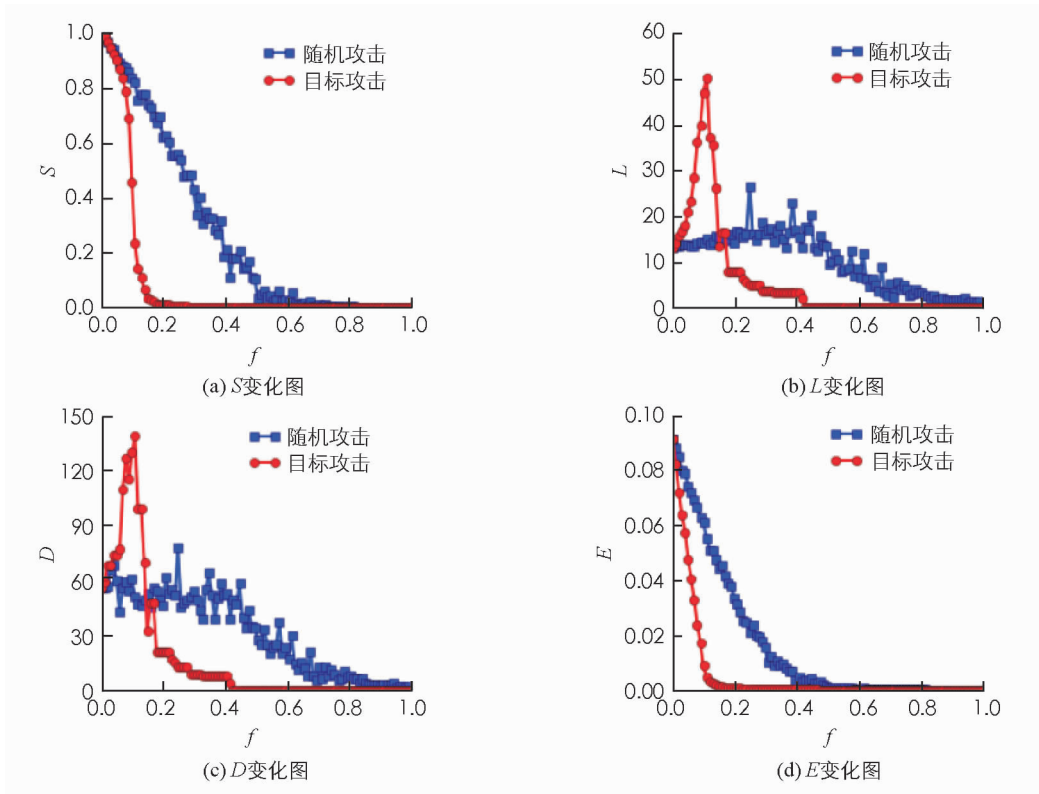


图 4 公交-地铁复合网络的攻击结果

### 3 结 论

本文运用复杂网络分析方法, 对中国西部某市的公共交通网络进行网络鲁棒性分析. 鲁棒性分析结果表明: 公交子网络、地铁子网络以及公交-地铁复合网络的鲁棒性在随机攻击模式下强于目标攻击模式. 随着该市地铁线路及站点的不断增加, 更多的站点将会并入复合网络中, 后续研究将进一步对公交-地铁复合网络的演化规律、公交-地铁联运网络如何优化设计等问题进行研究.

#### 参考文献:

- [1] ALBERT R, JEONG H, BARABÁSI A L. Error and Attack Tolerance of Complex Networks [J]. Nature, 2000, 406(6794): 378-382.
- [2] 任 涛, 王一帆, 刘苗苗, 等. Analysis of Robustness of Urban Bus Network [J]. Chinese Physics B, 2016, 25(2): 020101.
- [3] SU Z, LI L X, PENG H P, et al. Robustness of Interrelated Traffic Networks to Cascading Failures [J]. Scientific re-

ports, 2014, 4: 5413–5413.

- [4] PANG J Z F, BIN O N, NG K M, et al. Efficiency and Robustness of Different Bus Network Designs [J]. International Journal of Modern Physics C, 2015, 26(03): 1550024.
- [5] 丁益民, 丁 卓, 杨昌平. 基于社团结构的城市地铁网络模型研究 [J]. 物理学报, 2013, 62(9): 98901.
- [6] SEATON K A, HACKETT L M. Stations, Trains and Small-World Networks [J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2004, 339(3): 635–644.
- [7] 罗 艺, 钱大琳. 公交-地铁复合网络构建及网络特性分析[J]. 交通运输系统工程与信息, 2015, 15(5): 39–44.

## Analysis of Robustness of Bus and Subway Interdependent Network Based on the Complex Network Theory

BAO-Deng, GAO-Chao, ZHANG Zi-li

*School of Computer and Information Science, Southwest University, Chongqing 400715, China*

**Abstract:** Robustness of urban transport network plays a key role in guiding the urban transport planning and development. In this paper, the robustness of the bus and subway interdependent network of a South-west city of China has been studied. The results show that the robustness of such interdependent network is strong under the random attack, but weak under the targeted attack mode. The research is of great practical significance to enhance the efficient cooperation between bus and subway system as well as the comprehensive transport capability of the urban public traffic.

**Key words:** bus network; subway network; interdependent network; robustness; complex network

责任编辑 张 枸