

一般多粒度直觉模糊粗糙集模型^①

孙文鑫¹, 刘玉锋²

1. 重庆水利电力职业技术学院 基础部, 重庆 永川 402160 2. 重庆大学城市科技学院 人文学院, 重庆 永川 402160

摘要: 直觉模糊粗糙集和多粒度粗糙集都是近几年来研究的热门课题. 首先通过定义 Pawlak 近似空间中的支撑函数给出了一般多粒度直觉模糊粗糙近似算子的定义, 并讨论了一般多粒度直觉模糊粗糙上、下近似算子的性质. 其次, 研究了一般多粒度直觉模糊粗糙集 (λ_1, λ_2) 截集的定义和性质. 此外, 还研究了一般多粒度直觉模糊集的不确定性度量以及参数 (λ_1, λ_2) 的一般多粒度直觉模糊粗糙集的不确定性度量. 最后通过淘宝信息反馈的例子验证了模型的实用性和有效性.

关键词: 直觉模糊集; 粗糙集; 多粒度; 不确定性度量

中图分类号: O159

文献标志码: A

文章编号: 1000-5471(2017)06-0008-11

模糊集理论是 Zadeh 教授在 1965 年针对生活中的模糊概念提出的^[1]. 如今, 模糊集理论已经应用到了模糊控制、系统分析、图像识别、信息复制、医学诊断等各方面.

直觉模糊集是模糊集理论的推广理论, 它最早是由 Atanassov 在他的专著《Intuitionistic Fuzzy Sets: Theory and Applications》中提出的^[2]. 自从 Atanassov 给出直觉模糊集的具体定义之后, 直觉模糊集便在众多学术研究者的心中扎下了根. 近些年来, 众多学者围绕直觉模糊集做了许多研究成果, 如: 直觉模糊集的构造、直觉模糊关系的定义、直觉模糊关系的构造、直觉模糊集熵、直觉模糊的拓扑、逻辑运算等^[3]. 除此之外, 将直觉模糊集理论与其它理论结合也是近几年研究的新方向, 特别是直觉模糊集和粗糙集理论的结合为众多研究者打开了一扇明亮的窗^[4].

粗糙集理论作为处理不确定性问题的另一理论, 不同于模糊集和直觉模糊集理论, 它是从分类的角度对生活中的不确定性问题进行精确化处理^[5]. 粒计算也是近几年来研究的热点课题. 近年来, 粒计算的研究成果因其应用性强而逐渐增多, 主要体现在文献[6-11]. 多粒度粗糙集是粗糙集理论和粒计算结合起来建立的一种新的粗糙集模型, 即多粒度粗糙集模型^[12]. 多粒度粗糙集的提出, 是粗糙集理论研究中的另一个新突破, 也吸引了众多研究者的关注, 其主要成果可参考文献[13-20].

一般多粒度粗糙集是在多粒度粗糙集模型中发现的介于乐观和悲观之间的一种多粒度粗糙集模型. 本文将直觉模糊集和多粒度粗糙集结合起来, 主要研究介于乐观和悲观多粒度粗糙集之间的一种直觉模糊粗糙集模型, 即一般多粒度直觉模糊粗糙集. 其文章的主要安排如下: 文章的第一部分主要介绍一些基本概念和定理; 第二部分通过定义多粒度直觉模糊粗糙集上的支撑函数, 给出一般多粒度直觉模糊粗糙近似算子的定义, 建立一般多粒度直觉模糊粗糙集; 第三部分探讨一般多粒度直觉模糊粗糙近似算子的性质, 给出一般多粒度直觉模糊粗糙度、精确度的定义, 以及在参数 (λ_1, λ_2) 下的一般多粒度直觉模糊精确度、粗糙度的定义性质; 为了更好地解释模型的应用价值, 第四部分用淘宝信息反馈的例子验证了文中模型的有效性; 最后对本文做了简短的总结.

① 收稿日期: 2016-06-11

作者简介: 孙文鑫(1988-), 女, 河南焦作人, 讲师, 主要从事人工智能的研究.

1 基本概念

1.1 直觉模糊集

定义 1 设论域 U 为非空集合, 如果 $A = \{\langle x, \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle \mid x \in U\}$, 则 A 为论域 U 上的直觉模糊集. 其中 $0 \leq \mu_A(x) \leq 1$, $0 \leq \nu_A(x) \leq 1$ 且 $0 \leq \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1$. 分别称 $\mu_A(x)$ 和 $\nu_A(x)$ 为直觉模糊集 A 的隶属度和非隶属度. 论域 U 上的所有直觉模糊集记作 $IF(U)$.

定义 2 设 $A, B \in IF(U)$, 则:

- (i) $\forall x \in U, A \subseteq B$ 当且仅当 $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$ 且 $\nu_A(x) \geq \nu_B(x)$;
- (ii) $A = B$ 当且仅当 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$.

定义 3 如果 $A, B \in IF(U)$, 则:

- (i) $A \cap B = \{\langle x, \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \max\{\nu_A(x), \nu_B(x)\} \rangle \mid x \in U\}$;
- (ii) $A \cup B = \{\langle x, \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \min\{\nu_A(x), \nu_B(x)\} \rangle \mid x \in U\}$;
- (iii) $\sim A = \{\langle x, 1 - \mu_A(x), 1 - \nu_A(x) \rangle \mid x \in U\}$.

定义 4 设 $A \in IF(U)$, $0 \leq \lambda_1 \leq 1$, $0 \leq \lambda_2 \leq 1$, 则 $A_{(\lambda_1, \lambda_2)} = \{x \in U \mid \mu_A(x) \geq \lambda_1, \nu_A(x) \leq \lambda_2\}$ 为直觉模糊集 A 的 (λ_1, λ_2) 截集.

定义 5 设 U 为论域, $A \in IF(U)$, 则直觉模糊集 A 的基数 $|A|$ 定义为 $|A| = \sum_{x \in U} \mu_A(x) + \sum_{x \in U} \nu_A(x)$.

1.2 直觉模糊粗糙集

定义 6 设 (U, R) 为 Pawlak 近似空间, R 为 U 上的等价关系, $A \in IF(U)$, $x \in U$,

$$\underline{A}_R(x) = \{\langle x, \bigwedge \mu(y), \bigvee \nu(y) \rangle \mid y \in [x]_R\}$$

$$\overline{A}_R(x) = \{\langle x, \bigvee \mu(y), \bigwedge \nu(y) \rangle \mid y \in [x]_R\}$$

称 $\underline{A}_R(x)$ 为直觉模糊集 A 在 (U, R) 上的上近似, $\overline{A}_R(x)$ 为直觉模糊集 A 在 (U, R) 上的下近似. 如果 $\underline{A}_R(x) = \overline{A}_R(x)$, 则直觉模糊集 A 在 (U, R) 上是可定义的, 否则 A 在 (U, R) 上是直觉模糊粗糙的, 简称为直觉模糊粗糙集.

2 一般多粒度直觉模糊粗糙集模型

定义 7 设 (U, R) 为 Pawlak 近似空间, $R_i (i = 1, 2, 3, \dots, l)$ 为 U 上的等价关系. 定义 (U, R) 上的支撑函数为

$$S_{R_i}^x(y) = \begin{cases} 1 & y \in [x]_{R_i} \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

定义 8 设 (U, R) 为 Pawlak 近似空间, $R_i (i = 1, 2, 3, \dots, l)$ 为 U 上的等价关系, $A \in IF(U)$, $x \in U$, $\beta \in (0.5, 1]$, 定义 (U, R) 上的一般多粒度直觉模糊下、上近似分别为:

$$\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta(x) = \left\{ \langle x, \bigwedge \mu(y), \bigvee \nu(y) \rangle \left| \frac{\sum_{i=1}^l S_{R_i}^x(y)}{l} \geq \beta \right. \right\}$$

$$\overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta(x) = \left\{ \langle x, \bigvee \mu(y), \bigwedge \nu(y) \rangle \left| \frac{\sum_{i=1}^l S_{R_i}^x(y)}{l} \geq \beta \right. \right\}$$

其中 $\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta(x)$ 为 A 在 (U, R) 上的一般多粒度直觉模糊下近似, $\overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta(x)$ 为 A 在 (U, R) 上的一般多粒度直觉模糊上近似. 如果 $\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta(x) = \overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta(x)$, 则 A 在 (U, R) 上是一般多粒度直觉模糊可定义的, 否则 A 为 (U, R) 上的一般多粒度直觉模糊粗糙集.

定义 9 设 (U, R) 为 Pawlak 近似空间, $R_i (i = 1, 2, 3, \dots, l)$ 为 U 上的等价关系, $A \in \text{IF}(U)$, $x \in U$, $\beta \in (0.5, 1]$, 定义一般多粒度直觉模糊粗糙集的边界域为

$$Bn_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(A) = \sim \underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(x) \cap \overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(x)$$

性质 1 设 (U, R) 为 Pawlak 近似空间, $R_i (i = 1, 2, 3, \dots, l)$ 为 U 上的等价关系, $A, B \in \text{IF}(U)$, $x \in U$, $\beta \in (0.5, 1]$, 有以下性质成立:

- (i) $\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} \subseteq A \subseteq \overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}$;
- (ii) $\overline{A \cup B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} = \overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} \cup \overline{B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}$, $\underline{A \cap B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} = \underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} \cap \underline{B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}$;
- (iii) $\overline{A \cap B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} \subseteq \overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} \cap \overline{B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}$, $\underline{A \cup B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} \supseteq \underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} \cup \underline{B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}$;
- (iv) $\sim \underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} = \sim \overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}$, $\sim \overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} = \sim \underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}$;
- (v) 如果 $A \subseteq B$, 则 $\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} \subseteq \underline{B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}$, $\overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} \subseteq \overline{B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}$;
- (vi) $\underline{U}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} = U$, $\overline{\emptyset}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} = \emptyset$.

证 (i) 对于 U 上的任意等价关系 $R_i (i = 1, 2, 3, \dots, l)$, $\forall x \in U$, $\beta \in (0.5, 1]$, 有 $x \in [x]_{R_i}$, 故

$$\frac{\sum_{i=1}^l S_{R_i}^x(x)}{l} = 1 > \beta. \text{ 所以}$$

$$\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(x) = \left\{ \langle x, \bigwedge \mu(y), \bigvee \nu(y) \rangle \left| \frac{\sum_{i=1}^l S_{R_i}^x(y)}{l} \geq \beta \right. \right\} \subseteq A(x)$$

$$\overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(x) = \left\{ \langle x, \bigvee \mu(y), \bigwedge \nu(y) \rangle \left| \frac{\sum_{i=1}^l S_{R_i}^x(y)}{l} \geq \beta \right. \right\} \supseteq A(x)$$

$$\text{即 } \underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} \subseteq A \subseteq \overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}.$$

(ii) 对于 U 上的任意等价关系 $R_i (i = 1, 2, 3, \dots, l)$, $\forall x \in U$, $\beta \in (0.5, 1]$, 有

$$A \cup B = \{ \langle x, \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \min\{\nu_A(x), \nu_B(x)\} \rangle \mid x \in U \}$$

故有

$$\begin{aligned} \overline{A \cup B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} &= \left\{ \langle x, \bigvee \max\{\mu_A(y), \mu_B(y)\}, \bigwedge \min\{\nu_A(y), \nu_B(y)\} \rangle \left| \frac{\sum_{i=1}^l S_{R_i}^x(y)}{l} \geq \beta \right. \right\} = \\ &= \left\{ \langle x, \max\{\bigvee \mu_A(y), \bigvee \mu_B(y)\}, \min\{\bigwedge \nu_A(y), \bigwedge \nu_B(y)\} \rangle \left| \frac{\sum_{i=1}^l S_{R_i}^x(y)}{l} \geq \beta \right. \right\} = \\ &= \overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} \cup \overline{B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} \end{aligned}$$

且

$$A \cap B = \{ \langle x, \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \max\{\nu_A(x), \nu_B(x)\} \rangle \mid x \in U \}$$

所以

$$\underline{A \cap B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} = \left\{ \langle x, \bigwedge \min\{\mu_A(y), \mu_B(y)\}, \bigvee \max\{\nu_A(y), \nu_B(y)\} \rangle \left| \frac{\sum_{i=1}^l S_{R_i}^x(y)}{l} \geq \beta \right. \right\} =$$

$$\left\{ \langle x, \min\{\bigwedge \mu_A(y), \bigwedge \mu_B(y)\}, \max\{\bigvee \nu_A(y), \bigvee \nu_B(y)\} \rangle \left| \frac{\sum_{i=1}^l S_{R_i}^x(y)}{l} \geq \beta \right. \right\} =$$

$$\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} \cap \underline{B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}$$

故:

$$\overline{A \cup B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} = \overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} \cup \overline{B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} \quad \underline{A \cap B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} = \underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} \cap \underline{B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}$$

(iii) 对于 U 上的任意等价关系 $R_i (i = 1, 2, 3, \dots, l)$, $\forall x \in U, \beta \in (0.5, 1]$, 有:

$$\overline{A \cap B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} = \left\{ \langle x, \bigvee \min\{\mu_A(y), \mu_B(y)\}, \bigwedge \max\{\nu_A(y), \nu_B(y)\} \rangle \left| \frac{\sum_{i=1}^l S_{R_i}^x(y)}{l} \geq \beta \right. \right\} \leq$$

$$\left\{ \langle x, \min\{\bigvee \mu_A(y), \bigvee \mu_B(y)\}, \max\{\bigwedge \nu_A(y), \bigwedge \nu_B(y)\} \rangle \left| \frac{\sum_{i=1}^l S_{R_i}^x(y)}{l} \geq \beta \right. \right\} =$$

$$\overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} \cap \overline{B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}$$

$$\underline{A \cup B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} = \left\{ \langle x, \bigwedge \max\{\mu_A(y), \mu_B(y)\}, \bigvee \min\{\nu_A(y), \nu_B(y)\} \rangle \left| \frac{\sum_{i=1}^l S_{R_i}^x(y)}{l} \geq \beta \right. \right\} \geq$$

$$\left\{ \langle x, \max\{\bigwedge \mu_A(y), \bigwedge \mu_B(y)\}, \min\{\bigvee \nu_A(y), \bigvee \nu_B(y)\} \rangle \left| \frac{\sum_{i=1}^l S_{R_i}^x(y)}{l} \geq \beta \right. \right\} =$$

$$\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} \cup \underline{B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}$$

因此:

$$\overline{A \cap B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} \subseteq \overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} \cap \overline{B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} \quad \underline{A \cup B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} \supseteq \underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} \cup \underline{B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}$$

(iv) 对于 U 上的任意的等价关系 $R_i (i = 1, 2, 3, \dots, l)$, $\forall x \in U, \beta \in (0.5, 1]$, 有:

$$\sim \underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} = \left\{ \langle x, \bigwedge \{1 - \mu(y)\}, \bigvee \{1 - \nu(y)\} \rangle \left| \frac{\sum_{i=1}^l S_{R_i}^x(y)}{l} \geq \beta \right. \right\} =$$

$$\left\{ \langle x, 1 - \bigvee \mu(y), 1 - \bigwedge \nu(y) \rangle \left| \frac{\sum_{i=1}^l S_{R_i}^x(y)}{l} \geq \beta \right. \right\} = \sim \overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}$$

$$\sim \overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} = \left\{ \langle x, \bigvee \{1 - \mu(y)\}, \bigwedge \{1 - \nu(y)\} \rangle \left| \frac{\sum_{i=1}^l S_{R_i}^x(y)}{l} \geq \beta \right. \right\} =$$

$$\left\{ \langle x, 1 - \bigwedge \mu(y), 1 - \bigvee \nu(y) \rangle \left| \frac{\sum_{i=1}^l S_{R_i}^x(y)}{l} \geq \beta \right. \right\} = \sim \underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}$$

因此性质(iv) 成立.

(v) 对于 U 上的任意等价关系 $R_i (i = 1, 2, 3, \dots, l)$, $\forall x \in U, \beta \in (0.5, 1]$, 如果 $A \subseteq B$, 有 $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$ 且 $\nu_A(x) \geq \nu_B(x)$, 所以:

$$\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} = \left\{ \langle x, \bigwedge \mu_A(y), \bigvee \nu_A(y) \rangle \left| \frac{\sum_{i=1}^l S_{R_i}^x(y)}{l} \geq \beta \right. \right\} \leq$$

$$\left\{ \langle x, \wedge \mu_B(y), \vee \nu_B(y) \rangle \left| \frac{\sum_{i=1}^l S_{R_i}^x(y)}{l} \geq \beta \right. \right\} = B_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta$$

$$\overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta = \left\{ \langle x, \vee \mu_A(y), \wedge \nu_A(y) \rangle \left| \frac{\sum_{i=1}^l S_{R_i}^x(y)}{l} \geq \beta \right. \right\} \leq$$

$$\left\{ \langle x, \vee \mu_B(y), \wedge \nu_B(y) \rangle \left| \frac{\sum_{i=1}^l S_{R_i}^x(y)}{l} \geq \beta \right. \right\} = \overline{B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta$$

因此性质(v) 成立.

(vi) 根据性质(i) 可得 $\underline{Q}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta \subseteq \emptyset$, $U \subseteq \overline{U}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta$, 又因为 $\emptyset \subseteq \underline{Q}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta$, $\overline{U}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta \subseteq U$ 显然成立, 所以有性质 $\underline{U}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta = U$, $\overline{\emptyset}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta = \emptyset$ 成立.

定理 1 设 (U, R) 为 Pawlak 近似空间, $R_i (i = 1, 2, 3, \dots, l)$ 为 U 上的等价关系, $A \in \text{IF}(U)$, $x \in U$, $\alpha, \beta \in (0.5, 1]$, 如果 $\alpha \leq \beta$, 则有以下性质成立:

$$(i) \quad \underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\alpha \subseteq \underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta;$$

$$(ii) \quad \overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta \subseteq \overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\alpha.$$

证 (i) 对于 U 上的任意等价关系 $R_i (i = 1, 2, 3, \dots, l)$, $\forall x \in U$, $\alpha, \beta \in (0.5, 1]$, 如果 $\alpha \leq \beta$, 则

$$\frac{\sum_{i=1}^l S_{R_i}^x(y)}{l} \geq \beta \geq \alpha, \text{ 故有}$$

$$\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta = \left\{ \langle x, \wedge \mu(y), \vee \nu(y) \rangle \left| \frac{\sum_{i=1}^l S_{R_i}^x(y)}{l} \geq \beta \geq \alpha \right. \right\}$$

因此对 $\forall x \in U$, 有 $\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta(x) \geq \underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\alpha(x)$, 即有 $\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\alpha \subseteq \underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta$ 成立.

(ii) 根据性质 1(iv) 和定理 1(i) 可直接得证.

定义 10 设 (U, R) 为 Pawlak 近似空间, $R_i (i = 1, 2, 3, \dots, l)$ 为 U 上的等价关系, 对于任意的 $A \in \text{IF}(U)$, $0 \leq \lambda_1 \leq 1$, $0 \leq \lambda_2 \leq 1$, $\beta \in (0.5, 1]$, 定义一般多粒度直觉模糊粗糙下、上近似算子 $\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta$ 和 $\overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta$ 的 λ_1, λ_2 截集分别为:

$$\left(\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta \right)_{(\lambda_1, \lambda_2)} = \{ x \in U \mid \mu_{\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta}(x) \geq \lambda_1, \nu_{\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta}(x) \leq \lambda_2 \}$$

$$\left(\overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta \right)_{(\lambda_1, \lambda_2)} = \{ x \in U \mid \mu_{\overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta}(x) \geq \lambda_1, \nu_{\overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta}(x) \leq \lambda_2 \}$$

性质 2 设 (U, R) 为 Pawlak 近似空间, $R_i (i = 1, 2, 3, \dots, l)$ 为 U 上的等价关系, 对于任意的 $A \in \text{IF}(U)$, $0 \leq \lambda_1 \leq 1$, $0 \leq \lambda_2 \leq 1$, $\beta \in (0.5, 1]$, 有以下性质成立:

$$(i) \quad \left(\overline{A \cup B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta \right)_{(\lambda_1, \lambda_2)} = \left(\overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta \right)_{(\lambda_1, \lambda_2)} \cup \left(\overline{B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta \right)_{(\lambda_1, \lambda_2)},$$

$$\left(\underline{A \cap B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta \right)_{(\lambda_1, \lambda_2)} = \left(\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta \right)_{(\lambda_1, \lambda_2)} \cap \left(\underline{B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta \right)_{(\lambda_1, \lambda_2)};$$

$$(ii) \quad \left(\overline{A \cap B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta \right)_{(\lambda_1, \lambda_2)} \subseteq \left(\overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta \right)_{(\lambda_1, \lambda_2)} \cap \left(\overline{B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^\beta \right)_{(\lambda_1, \lambda_2)},$$

$$(\underline{A} \cup \underline{B})_{\sum_{i=1}^l R_i}^{(\lambda_1, \lambda_2)} \supseteq (\underline{A})_{\sum_{i=1}^l R_i}^{(\lambda_1, \lambda_2)} \cup (\underline{B})_{\sum_{i=1}^l R_i}^{(\lambda_1, \lambda_2)};$$

$$(iii) \text{ 如果 } A \subseteq B, \text{ 则 } (\underline{A})_{\sum_{i=1}^l R_i}^{(\lambda_1, \lambda_2)} \subseteq (\underline{B})_{\sum_{i=1}^l R_i}^{(\lambda_1, \lambda_2)} \text{ 且 } (\overline{A})_{\sum_{i=1}^l R_i}^{(\lambda_1, \lambda_2)} \subseteq (\overline{B})_{\sum_{i=1}^l R_i}^{(\lambda_1, \lambda_2)}.$$

证 根据性质 1 和定义 10 可直接得证.

3 一般多粒度直觉模糊粗糙集的不确定度量

定义 11 设 (U, R) 为 Pawlak 近似空间, $R_i (i = 1, 2, 3, \dots, l)$ 为 U 上的等价关系, 对于任意的 $A \in IF(U)$, $\beta \in (0.5, 1]$, 定义 A 的一般多粒度直觉模糊精确度和粗糙度分别为:

$$\eta_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(A) = \frac{|\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}|}{|\overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}|} \quad \rho_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(A) = 1 - \frac{|\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}|}{|\overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}|}$$

当 $|\overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}| = 0$ 时, 约定 $\eta_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(A) = 1, \rho_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(A) = 0$. 显然 $0 \leq \rho_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(A) \leq 1, 0 \leq \eta_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(A) \leq 1$.

定义 12 设 (U, R) 为 Pawlak 近似空间, $R_i (i = 1, 2, 3, \dots, l)$ 为 U 上的等价关系, 对于任意的 $A \in IF(U)$, $0 \leq \lambda_1 \leq 1, 0 \leq \lambda_2 \leq 1, \beta \in (0.5, 1]$, 定义 A 关于参数 λ_1, λ_2 的一般多粒度直觉模糊精确度和粗糙度分别为:

$$(\eta_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(A))_{(\lambda_1, \lambda_2)} = \frac{|\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(\lambda_1, \lambda_2)|}{|\overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(\lambda_2, \lambda_1)|}$$

$$(\rho_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(A))_{(\lambda_1, \lambda_2)} = 1 - \frac{|\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(\lambda_1, \lambda_2)|}{|\overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(\lambda_2, \lambda_1)|}$$

当 $|\overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(\lambda_2, \lambda_1)| = 0$ 时, 规定 $(\eta_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(A))_{(\lambda_1, \lambda_2)} = 1, (\rho_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(A))_{(\lambda_1, \lambda_2)} = 0$.

定理 2 设 (U, R) 为 Pawlak 近似空间, $R_i (i = 1, 2, 3, \dots, l)$ 为 U 上的等价关系, 对于任意的 $A \in IF(U)$, $0 \leq \lambda_1 \leq 1, 0 \leq \lambda'_1 \leq 1, 0 \leq \lambda_2 \leq 1, 0 \leq \lambda'_2 \leq 1, \beta \in (0.5, 1]$, 有:

$$(i) \quad 0 \leq (\eta_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(A))_{(\lambda_1, \lambda_2)} \leq 1, 0 \leq (\rho_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(A))_{(\lambda_1, \lambda_2)} \leq 1;$$

$$(ii) \text{ 若 } \lambda_1 \leq \lambda'_1, \text{ 则 } (\eta_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(A))_{(\lambda_1, \lambda_2)} \geq (\eta_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(A))_{(\lambda'_1, \lambda_2)}, (\rho_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(A))_{(\lambda_1, \lambda_2)} \leq (\rho_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(A))_{(\lambda'_1, \lambda_2)};$$

$$(iii) \text{ 若 } \lambda_2 \leq \lambda'_2, \text{ 则 } (\eta_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(A))_{(\lambda_1, \lambda_2)} \leq (\eta_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(A))_{(\lambda_1, \lambda'_2)}, (\rho_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(A))_{(\lambda_1, \lambda_2)} \geq (\rho_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(A))_{(\lambda_1, \lambda'_2)}.$$

证 (i) 根据定义 12 可得.

$$(ii) \text{ 若 } \lambda_1 \leq \lambda'_1, \text{ 则有 } |\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(\lambda_1, \lambda_2)| \geq |\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(\lambda'_1, \lambda_2)| \text{ 和 } |\overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(\lambda_2, \lambda_1)| \leq |\overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(\lambda_2, \lambda'_1)|, \text{ 故 (ii)}$$

成立.

$$(iii) \text{ 若 } \lambda_2 \leq \lambda'_2, \text{ 则有 } |\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(\lambda_1, \lambda_2)| \leq |\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(\lambda_1, \lambda'_2)| \text{ 和 } |\overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(\lambda_2, \lambda_1)| \geq |\overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(\lambda'_2, \lambda_1)|, \text{ 故 (iii)}$$

成立.

性质 3 设 (U, R) 为 Pawlak 近似空间, $R_i (i = 1, 2, 3, \dots, l)$ 为 U 上的等价关系, 对于任意的 $A, B \in IF(U)$, $0 \leq \lambda_1 \leq 1, 0 \leq \lambda_2 \leq 1, \beta \in (0.5, 1]$, 若 $A \subseteq B$, 则:

$$(i) \text{ 若 } (\overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta})_{(\lambda_2, \lambda_1)} = (\overline{B}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta})_{(\lambda_2, \lambda_1)}, \text{ 则 } (\eta_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(A))_{(\lambda_1, \lambda_2)} \leq (\eta_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(B))_{(\lambda_1, \lambda_2)};$$

若 $(\bar{A}_{\sum_{i=1}^l R_i})_{(\lambda_2, \lambda_1)} = (\bar{B}_{\sum_{i=1}^l R_i})_{(\lambda_2, \lambda_1)}$, 则 $(\rho_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta_l}(A))_{(\lambda_1, \lambda_2)} \geq (\rho_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta_l}(A))_{(\lambda_1, \lambda_2)}$.

(ii) 若 $(\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i})_{(\lambda_1, \lambda_2)} = (\underline{B}_{\sum_{i=1}^l R_i})_{(\lambda_1, \lambda_2)}$, 则 $(\eta_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta_l}(A))_{(\lambda_1, \lambda_2)} \geq (\eta_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta_l}(B))_{(\lambda_1, \lambda_2)}$;

若 $(\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i})_{(\lambda_1, \lambda_2)} = (\underline{B}_{\sum_{i=1}^l R_i})_{(\lambda_1, \lambda_2)}$, 则 $(\rho_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta_l}(A))_{(\lambda_1, \lambda_2)} \leq (\rho_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta_l}(A))_{(\lambda_1, \lambda_2)}$.

证 (i) 若 $A \subseteq B$, 根据性质 1(v) 则有 $\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i} \subseteq \underline{B}_{\sum_{i=1}^l R_i}$, 即 $\mu_{\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}}^{\beta_l}(x) \leq \mu_{\underline{B}_{\sum_{i=1}^l R_i}}^{\beta_l}(x)$ 且 $\nu_{\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}}^{\beta_l}(x) \geq$

$\nu_{\underline{B}_{\sum_{i=1}^l R_i}}^{\beta_l}(x)$. 对于任意的 $0 \leq \lambda_1 \leq 1, 0 \leq \lambda_2 \leq 1$, 若 $x \in (\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i})_{(\lambda_1, \lambda_2)}$, 则有:

$$\mu_{\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}}^{\beta_l}(x) \geq \lambda_1 \quad \nu_{\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}}^{\beta_l}(x) \leq \lambda_2$$

故有:

$$\begin{aligned} \mu_{\underline{B}_{\sum_{i=1}^l R_i}}^{\beta_l}(x) &\geq \mu_{\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}}^{\beta_l}(x) \geq \lambda_1 \\ \nu_{\underline{B}_{\sum_{i=1}^l R_i}}^{\beta_l}(x) &\leq \nu_{\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}}^{\beta_l}(x) \leq \lambda_2 \end{aligned}$$

即 $x \in (\underline{B}_{\sum_{i=1}^l R_i})_{(\lambda_1, \lambda_2)}$, 因此 $(\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i})_{(\lambda_1, \lambda_2)} \subseteq (\underline{B}_{\sum_{i=1}^l R_i})_{(\lambda_1, \lambda_2)}$. 又因 $(\bar{A}_{\sum_{i=1}^l R_i})_{(\lambda_2, \lambda_1)} = (\bar{B}_{\sum_{i=1}^l R_i})_{(\lambda_2, \lambda_1)}$, 根据定义 12,

(i) 成立.

(ii) 证明类似于(i).

性质 4 设 (U, R) 为 Pawlak 近似空间, $R_i (i = 1, 2, 3, \dots, l)$ 为 U 上的等价关系, 对于任意的 $A \in \text{IF}(U)$, $0 \leq \lambda_1 \leq 1, 0 \leq \lambda_2 \leq 1, \alpha, \beta \in (0.5, 1]$, 若 $\alpha \leq \beta$, 则:

(i) $(\eta_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\alpha_l}(A))_{(\lambda_1, \lambda_2)} \leq (\eta_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta_l}(B))_{(\lambda_1, \lambda_2)}$;

(ii) $(\rho_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\alpha_l}(A))_{(\lambda_1, \lambda_2)} \geq (\rho_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta_l}(B))_{(\lambda_1, \lambda_2)}$.

证 (i) 若 $\alpha \leq \beta$, 则有 $\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i} \subseteq \underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}$ 且 $\bar{A}_{\sum_{i=1}^l R_i} \subseteq \bar{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}$, 因此:

$$\begin{aligned} \mu_{\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}}^{\alpha_l}(x) &\leq \mu_{\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}}^{\beta_l}(x) & \nu_{\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}}^{\alpha_l}(x) &\geq \nu_{\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}}^{\beta_l}(x) \\ \mu_{\bar{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}}^{\beta_l}(x) &\leq \mu_{\bar{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}}^{\alpha_l}(x) & \nu_{\bar{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}}^{\beta_l}(x) &\geq \nu_{\bar{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}}^{\alpha_l}(x) \end{aligned}$$

对于任意的 $0 \leq \lambda_1 \leq 1, 0 \leq \lambda_2 \leq 1$, 有:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &\leq \mu_{\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}}^{\alpha_l}(x) \leq \mu_{\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}}^{\beta_l}(x) & \lambda_2 &\geq \nu_{\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}}^{\alpha_l}(x) \geq \nu_{\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}}^{\beta_l}(x) \\ \lambda_2 &\leq \mu_{\bar{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}}^{\beta_l}(x) \leq \mu_{\bar{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}}^{\alpha_l}(x) & \lambda_1 &\geq \nu_{\bar{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}}^{\beta_l}(x) \geq \nu_{\bar{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}}^{\alpha_l}(x) \end{aligned}$$

所以有:

$$\begin{aligned} |(\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i})_{(\lambda_1, \lambda_2)}| &\geq |(\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i})_{(\lambda_1, \lambda_2)}| \\ |(\bar{A}_{\sum_{i=1}^l R_i})_{(\lambda_2, \lambda_1)}| &\leq |(\bar{A}_{\sum_{i=1}^l R_i})_{(\lambda_2, \lambda_1)}| \end{aligned}$$

因此, 根据定义 12 可得

$$\frac{\left| \left(A_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} \right)_{(\lambda_1, \lambda_2)} \right|}{\left| \left(\overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} \right)_{(\lambda_2, \lambda_1)} \right|} \geq \frac{\left| \left(A_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\alpha} \right)_{(\lambda_1, \lambda_2)} \right|}{\left| \left(\overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\alpha} \right)_{(\lambda_2, \lambda_1)} \right|}$$

故有

$$\left(\eta_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\alpha} (A) \right)_{(\lambda_1, \lambda_2)} \leq \left(\eta_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta} (B) \right)_{(\lambda_1, \lambda_2)}$$

(ii) 根据定义 12 和(i) 可得.

4 案例分析

下面通过淘宝信息反馈的例子来验证模型的实际应用价值.

例 1 通过分析总结京东、天猫、淘宝等大型网站的评价系统,发现它们会将一些消费者没及时评价的商品直接默认为好评,这会导致消费者在根据评价系统选购商品时走进误区,也让原有的评价系统失去了它该有的作用. 本案例选取淘宝上的某些商品信息(如表 1 所示)的结果,其中 $U = \{x_1, x_2, x_3, x_4, \cdots, x_{10}\}$ 代表某 10 种淘宝商品. a_1 表示该商品是否包邮, a_2 表示该商品是否有运费险, a_3 表示该商品是否支持货到付款, a_4 表示该商品是否能及时发货, a_5 表示该商品是否支持 7 天退货, a_6 表示该商品是否有正品保障.

表 1 淘宝上某些商品的评价结果

U	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
x_1	是	是	支持	能	支持	有
x_2	是	是	支持	否	不支持	有
x_3	否	否	支持	能	支持	有
x_4	是	否	支持	否	不支持	无
x_5	否	是	不支持	能	支持	无
x_6	是	是	不支持	否	支持	无
x_7	是	是	支持	能	支持	无
x_8	否	否	不支持	能	支持	有
x_9	是	是	支持	能	不支持	有
x_{10}	是	是	支持	能	支持	有

经过对这 10 种商品的淘宝评价系统调查,分析统计出这 10 种商品的评价结果为 $A = \{(0.6, 0.3), (0.5, 0.4), (0.9, 0.1), (0.7, 0.2), (0.6, 0.2), (1, 0), (0.8, 0.1), (0.9, 0), (0.6, 0.4), (0.4, 0.5)\}$.

某些消费者想要购买这些商品,要求这些商品至少满足以下 3 个条件:

- 条件 1: 不仅包邮,而且有正品保障;
- 条件 2: 支持 7 天退货,而且有运费险;
- 条件 3: 不仅支持货到付款,而且能及时发货.

试问这些消费者如果购买了这些商品,会对这些商品做出什么评价?

上述问题我们就可以用一般多粒度直觉模糊粗糙集模型进行计算. 为了方便计算,将条件 1 记作 P_1 ,将条件 2 记作 P_2 ,将条件 3 记作 P_3 . 根据表 1 可以计算得到各个条件的等价类分别为:

$$\begin{aligned} [x_1]_{P_1} &= [x_2]_{P_1} = [x_9]_{P_1} = [x_{10}]_{P_1} = \{x_1, x_2, x_9, x_{10}\}; \\ [x_3]_{P_1} &= [x_8]_{P_1} = \{x_3, x_8\}; \\ [x_4]_{P_1} &= [x_6]_{P_1} = [x_7]_{P_1} = \{x_4, x_6, x_7\}; \\ [x_5]_{P_1} &= \{x_5\}; \\ [x_1]_{P_2} &= [x_5]_{P_2} = [x_6]_{P_2} = [x_7]_{P_2} = [x_{10}]_{P_2} = \{x_1, x_5, x_6, x_7, x_{10}\}; \\ [x_2]_{P_2} &= [x_9]_{P_2} = \{x_2, x_9\}; \end{aligned}$$

$$[x_3]_{P_2} = \{x_3, x_8\};$$
$$[x_4]_{P_2} = \{x_4\};$$
$$[x_1]_{P_3} = [x_3]_{P_3} = [x_7]_{P_3} = [x_9]_{P_3} = [x_{10}]_{P_3} = \{x_1, x_3, x_7, x_9, x_{10}\};$$
$$[x_2]_{P_3} = [x_4]_{P_3} = \{x_2, x_4\};$$
$$[x_5]_{P_3} = [x_8]_{P_3} = \{x_5, x_8\};$$
$$[x_6]_{P_3} = \{x_6\}.$$

根据定义 7 可以得到每个元素 x_i 对应的支撑函数值如表 2 所示:

表 2 元素 x_i 在条件 P_i 下对应的支撑函数

U	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
$S_{x_1}^{P_1}(x_i)$	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
$S_{x_1}^{P_2}(x_i)$	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1
$S_{x_1}^{P_3}(x_i)$	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1
$S_{x_2}^{P_1}(x_i)$	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
$S_{x_2}^{P_2}(x_i)$	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
$S_{x_2}^{P_3}(x_i)$	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
$S_{x_3}^{P_1}(x_i)$	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
$S_{x_3}^{P_2}(x_i)$	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
$S_{x_3}^{P_3}(x_i)$	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1
$S_{x_4}^{P_1}(x_i)$	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0
$S_{x_4}^{P_2}(x_i)$	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
$S_{x_4}^{P_3}(x_i)$	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
$S_{x_5}^{P_1}(x_i)$	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
$S_{x_5}^{P_2}(x_i)$	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1
$S_{x_5}^{P_3}(x_i)$	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
$S_{x_6}^{P_1}(x_i)$	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0
$S_{x_6}^{P_2}(x_i)$	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1
$S_{x_6}^{P_3}(x_i)$	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
$S_{x_7}^{P_1}(x_i)$	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0
$S_{x_7}^{P_2}(x_i)$	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1
$S_{x_7}^{P_3}(x_i)$	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1
$S_{x_8}^{P_1}(x_i)$	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
$S_{x_8}^{P_2}(x_i)$	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
$S_{x_8}^{P_3}(x_i)$	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
$S_{x_9}^{P_1}(x_i)$	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
$S_{x_9}^{P_2}(x_i)$	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
$S_{x_9}^{P_3}(x_i)$	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1
$S_{x_{10}}^{P_1}(x_i)$	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
$S_{x_{10}}^{P_2}(x_i)$	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1
$S_{x_{10}}^{P_3}(x_i)$	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1

由定义 8 可得 A 的一般多粒度直觉模糊粗糙下、上近似分别为:

$$\begin{aligned}\underline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(x) &= \{(0.4, 0.5), (0.5, 0.4), (0.9, 0.1), (0.7, 0.2), (0.6, 0.2), (0.8, 0.1), (0.4, \\ &0.5), (0.9, 0.1), (0.4, 0.5), (0.4, 0.5)\} \\ \overline{A}_{\sum_{i=1}^l R_i}^{\beta}(x) &= \{(0.8, 0.1), (0.6, 0.4), (0.9, 0), (0.7, 0.2), (0.6, 0.2), (1, 0), (1, 0), (0.9, 0), \\ &(0.6, 0.3), (0.8, 0.1)\}\end{aligned}$$

5 结 论

本文的主要贡献在于将多粒度粗糙集和直觉模糊集结合起来建立了一种介于悲观多粒度粗糙集和乐观多粒度粗糙集之间的一种模型——一般多粒度直觉模糊粗糙集模型. 为了研究这种模型的特点, 分别探讨了一般多粒度直觉模糊粗糙近似算子的性质. 此外还给出了一般多粒度直觉模糊粗糙度和近似精度以及关于参数 λ_1, λ_2 粗糙度和近似精度的定义, 并研究了它们的性质. 最后文中还通过淘宝信息反馈这一实例, 验证了一般多粒度直觉模糊粗糙模型的实际应用价值.

参考文献:

- [1] ZADEH L A. Fuzzy Set [J]. Information and Control, 1965, 8(3): 338—353.
- [2] ATANASSOV K. Intuitionistic Fuzzy Sets: Theory and Applications [M]. Heidelberg: Physica-Verlag, 1999.
- [3] COCK M D, CORNELIS C, KERRE E E. Intuitionistic Fuzzy Relational Images [J]. Studies in Computational Intelligence, 2005(2): 129—145.
- [4] HUANG B, ZHUANG Y, LI H X, et al. A dominance Intuitionistic Fuzzy-Rough Set Approach and Its Applications [J]. Applied Mathematical Modelling, 2013, 37(12—13): 7128—7141.
- [5] PAWLAK Z. Rough Sets [J]. International Journal of Computer and Information Sciences, 1982, 11(5): 341—356.
- [6] ZADEH L A. Fuzzy Sets and Information Granularity [J]. Advances in Fuzzy Sets Theory & Applications, 1996(1): 3—18.
- [7] HOBBS J R. Granularity [J]. International Joint Conference on Artificial Intelligence, 1985(2): 432—435.
- [8] WU W Z, LEUNG Y, MI J S. Granular Computing and Knowledge Reduction in Formal Contexts [J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2009, 21: 1461—1474.
- [9] YAO Y Y. Information Granulation and Rough Set Approximation [J]. International Journal of Intelligent Systems, 2001, 16(1): 87—104.
- [10] YAO Y Y. Perspectives of Granular Computing [C]. Proceedings of 2005 IEEE International Conference on Granular Computing, 2005(1): 85—90.
- [11] MA J M, ZHANG W X, LEUNG Y. Granular Computing and Dual Galois Connection [J]. Information Sciences, 2007, 177: 5365—5377.
- [12] QIAN Y H, LIANG J Y, YAO Y Y, et al. MGRS: A Multi-Granulation Rough Set [J]. Information Sciences, 2010, 180(6): 949—970.
- [13] XU W H, SUN W X, ZHANG X Y, et al. Multiple Granulation Rough Set Approach to Ordered Information Systems [J]. International Journal of General Systems, 2012, 41(5): 475—501.
- [14] XU W H, ZHANG X T, WANG Q R. A Generalized Multi-Granulation Rough Set Approach [J]. Lecture Notes in Bioinformatics, 2011, 6840: 681—689.
- [15] YANG X B, QI Y S, SONG X N, et al. Test Cost Sensitive Multigranulation Rough Set: Model and Minimal Cost Selection [J]. Information Sciences, 2013, 250(11): 184—199.
- [16] QIAN Y H, ZHANG H, SANG Y L, et al. Multi-Granulation Decision-Theoretic Rough Sets [J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2014, 55(1): 225—237.

[17] 孙文鑫, 卓春英, 王国栋, 等. 序信息系统的一般多粒度粗糙集 [J]. 计算机科学与探索, 2015, 9(3): 376—384.

[18] 孙文鑫, 刘玉锋. 一般多粒度模糊粗糙集型 [J]. 重庆师范大学学报(自然科学版), 2015, 32(4): 103—109.

[19] LIN G P, LIANG J Y, QIAN Y H. Topological Approach to Multigranulation Rough Sets [J]. International Journal of Machine Learning and Cybernetics, 2014, 5(2): 233—243.

[20] 许 韦, 吴 陈, 杨习贝. 基于容差关系的不完备可变精度多粒度粗糙集 [J]. 计算机应用与研究, 2013, 30(6): 1712—1715.

On Generalized Multi-Granularity Intuitionistic Fuzzy Rough Set

SUN Wen-xin¹, LIU Yu-feng²

1. Department of Basics, Chongqing Water Resources and Electric Engineering College, Yongchuan Chongqing 402160, China;
2. College of Humanities, City College of Science and Technology, Chongqing University, Yongchuan Chongqing 402160, China

Abstract: The researches of intuitionistic fuzzy rough set and multi-granulation rough set are important in recent years. In this paper, the definitions and properties of general multi-granulation intuitionistic fuzzy rough approximation operators have been studied by supporting function in Pawlak approximation space. Secondly, the properties and definitions of (λ_1, λ_2) cut sets of general multi-granulation intuitionistic fuzzy rough set have been discussed too. What's more, the measures of general multi-granulation intuitionistic fuzzy rough set and (λ_1, λ_2) general multi-granulation intuitionistic fuzzy rough set have also been studied. Finally, an example about taobao information feedback illustrates feasibility and efficiency of this model.

Key words: intuitionistic fuzzy set; rough set; multi-granulation; measure

责任编辑 廖 坤