

DOI:10.13718/j.cnki.xsxb.2018.06.007

非自治 Ginzburg-Landau 方程在 H_0^1 上的后项紧拉回吸引子^①

徐冬梅¹, 王仁海², 李富智²

1. 上饶师范学院 数学与计算机科学学院, 江西 上饶 334001; 2. 西南大学 数学与统计学院, 重庆 400715

摘要: 运用一个关于后项紧的拉回吸引子的存在性定理, 证明了非自治的 Ginzburg-Landau 方程在外力项满足一定的假设条件下, 在正则空间 H_0^1 上存在后项紧的拉回吸引子.

关键词: 非自治 Ginzburg-Landau 方程; 后项光滑性; 后项紧性; 非自治动力系统; 一致 Gronwall 引理

中图分类号: O193 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-5471(2018)06-0031-06

复值 Ginzburg-Landau(G-L)方程作为一种薛定谔型方程, 开始出现在数学、物理和化学等领域中^[1]. 由于它丰富的数学性质, 已经被广大学者所研究^[2-6]. 在本文中, 我们将研究拉回吸引子在过去时间内的并(即 $\bigcup_{s \leq t} \mathcal{A}(s)$)的紧性, 我们称之为拉回吸引子 $\mathcal{A}$ 的后项紧性. 通过文献[5]提出的后项紧吸引子的存在性定理, 利用一致 Gronwall 引理和谱分解的方法, 我们将证明带有非自治项的 G-L 方程在 H_0^1 上有后项紧拉回吸引子.

1 后项紧吸引子的相关定义与存在性定理

定义 1 若定义在 Banach 空间 X 上的一族映射 $S(t, s): X \longrightarrow X (\forall t \geq s)$ 满足: 对 $\forall t \geq r \geq s$ 有 $S(s, s) = id_x$, $S(t, s) = S(t, r)S(r, s)$, 并且 $(t, r, x) \longmapsto S(t, r)x$ 是连续的, 则称 $S(\cdot, \cdot)$ 是非自治过程.

定义 2 设 $\mathcal{A} = \{\mathcal{A}(t)\}_{t \in \mathbb{R}}$ 是 Banach 空间 X 中的非自治集. 若对 $\forall t \in \mathbb{R}$, $\overline{\bigcup_{s \leq t} \mathcal{A}(s)}$ 是紧的, 则称 $\mathcal{A}$ 在 X 中是后项紧的. 若对 $\forall t_1, t_2 \in \mathbb{R}$, 当 $t_1 \leq t_2$ 时, 有 $\mathcal{A}(t_1) \subset \mathcal{A}(t_2)$, 则称 $\mathcal{A}$ 是单调递增的.

定义 3 设 $S(\cdot, \cdot)$ 和 $\mathcal{A} = \{\mathcal{A}(t)\}_{t \in \mathbb{R}}$ 分别是定义在 Banach 空间 X 上的非自治过程和非自治集, 若满足:

- (i) $\mathcal{A}$ 是后项紧的, 即是对 $\forall t \in \mathbb{R}$, $\overline{\bigcup_{s \leq t} \mathcal{A}(s)}$ 在 X 中是紧的;
- (ii) $\mathcal{A}$ 是不变的, 即 $S(t, \tau)\mathcal{A}(\tau) = \mathcal{A}(t) (t \geq \tau)$;
- (iii) $\mathcal{A}$ 是拉回吸引的, 即对于 X 中每个有界集 D , 有

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \text{dist}_X(S(t, t-\tau)D, \mathcal{A}(t)) = 0 \quad \forall t \in \mathbb{R} \tag{1}$$

其中 $\text{dist}_X(A, B) = \sup_{a \in A} \inf_{b \in B} \|a - b\|_X$ 是 Hausdorff-半距离, 则称 $\mathcal{A}$ 是关于非自治过程 $S(\cdot, \cdot)$ 的后项紧的拉回吸引子.

定义 4 设 S 是 Banach 空间 X 上的一个过程, 如果给定有界集 $D \subset X$, $t \in \mathbb{R}$ 且 $\epsilon > 0$, 存在 $\tau_0 = \tau_0(\epsilon, D, t)$

① 收稿日期: 2017-09-04
作者简介: 徐冬梅(1989-), 女, 助教, 主要从事无穷维随机动力系统与随机分析的研究.
通信作者: 李富智, 博士研究生.

$t, D) > 0$ 和 X 中的有限维子空间 X_1 , 使得有界映射 $P: X \longrightarrow X_1$, $P(\bigcup_{\tau \geq \tau_0} \bigcup_{s \leq t} S(s, s-\tau)D)$ 在 X 中有界, 并且

$$\| (I-P)(\bigcup_{\tau \geq \tau_0} \bigcup_{s \leq t} S(s, s-\tau)D) \|_X < \varepsilon$$

则称 S 为后项光滑的.

定理 1^[5] 设 $S(\cdot, \cdot)$ 是定义在 Banach 空间 X 上的非自治过程. 若满足:

(i) $S(\cdot, \cdot)$ 在 X 上有单调递增的有界吸收集 $\mathcal{K} = \{\mathcal{K}(t)\}_{t \in \mathbb{R}}$;

(ii) $S(\cdot, \cdot)$ 是后项光滑的.

则 $S(\cdot, \cdot)$ 有后项紧的拉回吸引子 $\mathcal{A} = \{\mathcal{A}(t)\}_{t \in \mathbb{R}}$, 其中

$$\mathcal{A}(t) = \omega_X(\mathcal{K}(t), t) = \bigcap_{\tau_0 > 0} \overline{\bigcup_{\tau \geq \tau_0} S(t, t-\tau)\mathcal{K}(t)}^X \quad t \in \mathbb{R} \quad (2)$$

2 非自治 Ginzburg-Landau 方程的后项紧拉回吸引子

本文讨论如下非自治 Ginzburg-Landau 方程的动力学行为:

$$\begin{cases} u_t = (\lambda + i\alpha(t))\Delta u - (\kappa + i\beta(t)) |u|^2 u + \delta u + g(t, x) & t \geq \tau, x \in \mathcal{O} \\ u(t, x) = 0 & t \geq \tau, x \in \partial\mathcal{O} \\ u(\tau, x) = u_0 & x \in \mathcal{O} \end{cases} \quad (3)$$

其中, $\mathcal{O}$ 是 $\mathbb{R}^2$ 中的有界集, u 是未知的复值函数, $\lambda, \kappa, \delta > 0$.

在本文中, 我们假设 $\alpha(\cdot) \in C(\mathbb{R}, \mathbb{R})$, $\beta(\cdot) \in C_b(\mathbb{R}, \mathbb{R})$, 复值外力项 $g \in L^2_{\text{loc}}(\mathbb{R}, L^2(\mathcal{O}))$ 并且满足以下假设条件:

(F1): 外力项是后项缓增有限的:

$$G(t) = \sup_{s \leq t} \int_{-\infty}^s e^{\gamma(r-s)} \|g(r, \cdot)\|^2 dr \quad \forall \gamma > 0, t \in \mathbb{R} \quad (4)$$

(F2): 外力项是后项极限的:

$$\lim_{\gamma \rightarrow +\infty} \sup_{s \leq t} \int_{-\infty}^s e^{\gamma(r-s)} \|g(r, \cdot)\|^2 dr = 0 \quad \forall t \in \mathbb{R} \quad (5)$$

为了简单起见, 我们作如下规定:

$$\begin{aligned} H &= L^2(\mathcal{O}) & V &= H^1_0(\mathcal{O}) \\ \|\cdot\|_H &= \|\cdot\| & \|\cdot\|_{L^4(\mathcal{O})} &= \|\cdot\|_4 \end{aligned}$$

由文献[4]可知, 在上述条件下, 方程(3)有唯一的弱解

$$u(t, \tau, u_0) \in C_{\text{loc}}([\tau, +\infty), H) \cap L^2_{\text{loc}}([\tau, +\infty), V) \cap L^4_{\text{loc}}([\tau, +\infty), L^4(\mathcal{O}))$$

因此我们可以定义非自治过程 $S(\cdot, \cdot): H \longrightarrow H$, 即

$$\begin{cases} S(t, s)u_0 = u(t, s, u_0) & t > s \in \mathbb{R} \\ S(t, t-\tau)u_0 = u(t, t-\tau, u_0) & t \in \mathbb{R}, \tau \geq 0 \end{cases} \quad (6)$$

2.1 解的一致估计

本节将证明由(6)式定义的过程 $S(\cdot, \cdot): H \longrightarrow H$ 在条件(F1)下有一个增的有界吸收集.

引理 1^[1] (一致 Gronwa 引理) 若 y, h_1, h_2 是 3 个正的局部可积的函数, 对 $\forall t \in \mathbb{R}$, y' 在 $[s-\tau, s]$ ($s \leq t, \tau \geq 0$) 上是可积的且满足:

$$\frac{dy}{dr} \leq h_1(r)y + h_2(r) \quad r \in [s-\tau, s] \quad s \leq t, \tau \geq 0$$

则对于 $\sigma \in (0, \tau)$, 有

$$y(s) \leq e^{b_1(s)} \left(\frac{1}{\sigma} b_3(s) + b_2(s) \right)$$

其中:

$$b_i(s) = \int_{s-\sigma}^s h_i(r) dr \quad b_3(s) = \int_{s-\sigma}^s y(r) dr \quad i = 1, 2$$

引理 2 若条件(F1) 成立, 则对 $\forall R > 0$ 和 $t \in \mathbb{R}$, 存在 $\tau_0 = \tau_0(R) \geq 1$, 使得当 $\tau \geq \tau_0$ 且 $\|u_0\| \leq R$ 时, 有:

$$\sup_{s \leq t} \sup_{r \in [s-1, s]} \|u(r, s-\tau, u_0)\|^2 \leq c(1+G(t)) \quad (7)$$

$$\sup_{s \leq t} \int_{s-\tau}^s e^{\delta(r-s)} (\|\nabla u(r, s-\tau, u_0)\|^2 + \|u(r, s-\tau, u_0)\|_4^4) dr \leq c(1+G(t)) \quad (8)$$

其中 $G(t)$ 是关于时间 t 的有限增函数

$$G(t) = \sup_{s \leq t} \int_{-\infty}^s e^{\delta(r-s)} \|g(r, \cdot)\|^2 dr < \infty \quad (9)$$

证 让方程(3) 与 u 的共轭 $\bar{u}$ 在 $\mathcal{O}$ 上作内积并且取实部, 可得

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \|u\|^2 + \lambda \|\nabla u\|^2 + \kappa \|u\|_4^4 - \delta \|u\|^2 = \operatorname{Re} \int_{\mathcal{O}} g(t, x) \bar{u}(t, x) dx$$

因为

$$|(g(t, x), u(t, x))| \leq \delta \|u\|^2 + \frac{1}{4\delta} \|g\|^2$$

并且

$$\kappa \|u\|_4^4 - 5\delta \|u\|^2 \geq -\frac{25\delta^2}{4\kappa} |\mathcal{O}|$$

则

$$\frac{d}{dt} \|u\|^2 + 2\lambda \|\nabla u\|^2 + \kappa \|u\|_4^4 + \delta \|u\|^2 \leq c \|g(t, \cdot)\|^2 \quad (10)$$

对(10) 式在 $[s-\tau, r]$ ($r \in [s-1, s]$) 上运用 Gronwall 不等式知, 对 $\forall \tau \geq \tau_0$, 有

$$\begin{aligned} \|u(r, s-\tau)\|^2 &\leq e^{\delta(s-\tau-r)} \|u_0\|^2 + c \int_{s-\tau}^r e^{\delta(r_1-r)} \|g(r_1, \cdot)\|^2 dr_1 \leq \\ &c \left(1 + \int_{-\infty}^r e^{\delta(r_1-r)} \|g(r_1, \cdot)\|^2 dr_1\right) \leq \\ &c \left(1 + \int_{-\infty}^s e^{\delta(r_1-s+1)} \|g(r_1, \cdot)\|^2 dr_1\right) \leq \\ &c \left(1 + \int_{-\infty}^s e^{\delta(r-s)} \|g(r, \cdot)\|^2 dr\right) \end{aligned} \quad (11)$$

其中 $\tau_0 = \tau_0(R) \geq 1$.

另一方面, 对(10) 式在 $[s-\tau, s]$ 上运用 Gronwall 不等式, 可得对 $\forall \tau \geq \tau_0$, 有

$$\int_{s-\tau}^s e^{\delta(r-s)} (\|\nabla u(r, s-\tau)\|^2 + \|u(r, s-\tau)\|_4^4) dr \leq c \left(1 + \int_{-\infty}^s e^{\delta(r-s)} \|g(r, \cdot)\|^2 dr\right) \quad (12)$$

其中 $\tau_0 = \tau_0(R) \geq 1$.

在满足条件(F1) 的情况下, 对(11) 式和(12) 式中的时间 $s \leq t$ 取上确界可得(7) 式和(8) 式. 其中 $G(t)$ 是关于时间 t 的有限增函数.

引理 3 若条件(F1) 成立, 则对于 $\forall R > 0$ 和 $t \in \mathbb{R}$, 存在 $\tau_0 = \tau_0(R) \geq 1$, 使得当 $\tau \geq \tau_0$ 且 $\|u_0\| \leq R$ 时, 有

$$\sup_{s \leq t} \sup_{r \in [s-1, s]} \|\nabla u(r, s-\tau, u_0)\|^2 \leq c(1+G(t)) e^{c(1+G(t))} \quad (13)$$

其中 $G(t)$ 由(9) 式给出.

证 让方程(3) 与 $-\Delta \bar{u}$ 在 $\mathcal{O}$ 上作内积并且取实部, 可得

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \|\nabla u\|^2 + \lambda \|\Delta u\|^2 - \delta \|\nabla u\|^2 = \operatorname{Re}((\kappa + i\beta(t)) |u|^2 u, \Delta u) - \operatorname{Re}(g(t, \cdot), \Delta u) \quad (14)$$

根据 Young 不等式可知

$$|(g(t, x), \Delta u(t, x))| \leq \frac{\lambda}{4} \|\Delta u\|^2 + c \|g(t, \cdot)\|^2$$

因为 $\beta \in C_b(\mathbb{R}, \mathbb{R})$, 我们令 $M = \sup_{t \in \mathbb{R}} |\beta(t)| < \infty$, 则

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}((\kappa + i\beta(t)) |u|^2 u, \Delta u) &= -\operatorname{Re}(\kappa + i\beta(t)) \int_{\mathcal{O}} (2|u|^2 |\nabla u|^2 + u^2 \nabla \bar{u} \cdot \nabla \bar{u}) dx \leq \\ &3(\kappa + M) \int_{\mathcal{O}} |u|^2 |\nabla u|^2 dx \leq \\ &3(\kappa + M) \|u\|_{\frac{2}{4}}^2 \|\nabla u\|_{\frac{2}{4}}^2 \end{aligned}$$

根据 Sobolev 嵌入定理和内插不等式可知, 对 $\forall u \in V$, 有

$$\|\nabla u\|_{\frac{2}{4}}^2 \leq c \|\nabla u\| (\|u\|^2 + \|\Delta u\|^2)^{\frac{1}{2}}$$

因此

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}((\kappa + i\beta(t)) |u|^2 u, \Delta u) &\leq 3(\kappa + M) \|u\|_{\frac{2}{4}}^2 \|\nabla u\|_{\frac{2}{4}}^2 \leq \\ &3(\kappa + M) |u|_{\frac{2}{4}}^2 |\nabla u| (\|u\|^2 + \|\Delta u\|^2)^{\frac{1}{2}} \leq \\ &\frac{\lambda}{4} (\|u\|^2 + \|\Delta u\|^2) + c \|u\|_{\frac{4}{4}}^4 \|\nabla u\|^2 \end{aligned}$$

综上所述,

$$\frac{d}{dt} \|\nabla u\|^2 \leq c(1 + \|u\|_{\frac{4}{4}}^4) \|\nabla u\|^2 + c \|u\|^2 + c \|g(t, \cdot)\|^2 \quad (15)$$

对(15)式运用引理 1, 我们有

$$\begin{aligned} &\|\nabla u(r, s - \tau)\|^2 \leq \\ &c e^{\int_{s-1}^s (1 + \|u(\xi, s - \tau)\|_{\frac{4}{4}}^4) d\xi} \left(c \int_{s-1}^s (\|u(\xi, s - \tau)\|^2 + \right. \\ &\left. \|g(\xi, \cdot)\|^2) d\xi + \int_{s-1}^s \|\nabla u(\xi, s - \tau)\|^2 d\xi \right) \end{aligned} \quad (16)$$

其中 $r \in [s - 1, s]$. 根据引理 2, 在条件(F1)下有

$$\sup_{s \leq t} \sup_{r \in [s-1, s]} \|\nabla u(r, s - \tau, u_0)\|^2 \leq c(1 + G(t)) e^{c(1+G(t))} \quad \forall \tau \geq \tau_0 \quad (17)$$

其中 $\tau_0 = \tau_0(R) \geq 1$.

2.2 吸引子在 H_0^1 上的后项紧性

本节我们证明吸引子在 H_0^1 上的后项紧性. 为此, 首先给出 V 中元素的一个分解, 我们考虑如下的特征值问题:

$$-\Delta v(x) = \lambda v(x) \quad x \in \mathcal{O}, v|_{\partial \mathcal{O}} = 0$$

显而易见, 上述问题在 $L^2(\mathcal{O})$ 中存在完备的正交基, 组成了其具有可数谱 $\lambda_j (j = 1, 2, \dots)$ 的 $-\Delta$ 的特征向量, 使得:

$$0 < \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3 \leq \dots \rightarrow \infty \quad -\Delta e_j = \lambda_j e_j$$

令 $V_m = \operatorname{span}\{e_1, e_2, \dots, e_m\} \subset V$ 且 $P_m: V \rightarrow V_m$ 为正交投影, I 为恒等映射. 那么对每个 $v \in V$, 存在唯一的正交分解:

$$v = v_1 + v_2 \quad v_1 = P_m v \in V_m \quad v_2 = (I - P_m)v \in V_m^\perp$$

其中 $V_m^\perp$ 是 V_m 的正交补.

引理 4 若条件(F1), (F2) 成立, 则对 $\forall \epsilon > 0, R > 0$ 和 $t \in \mathbb{R}$, 存在 $\tau_1 = \tau_1(\epsilon, R) \geq 1, N = N(\epsilon, R) > 0$, 使得当 $\tau \geq \tau_1, m \geq N$ 和 $\|u_0\| \leq R$ 时, 有

$$\sup_{s \leq t} \|(I - P_m)u(s, s - \tau, u_0)\|_V^2 < \epsilon \quad (18)$$

证 令 $t \in \mathbb{R}$ 固定. 对 $\forall s \leq t$, 让方程(3)与 $-\Delta u_2$ 在 $\mathcal{O}$ 上作内积并且取实部, 可得

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \|\nabla u_2\|^2 + \lambda \|\Delta u_2\|^2 - \delta \|\nabla u_2\|^2 =$$

$$\operatorname{Re}((\kappa + i\beta(t)) | u |^2 u, \Delta u_2) - \operatorname{Re}(g(t, \cdot), \Delta u_2) \quad (19)$$

根据 Young 不等式与内插不等式, 我们有

$$| (g(t, x), \Delta u_2(t, x)) | \leq \frac{\lambda}{4} \| \Delta u_2 \|^2 + c \| g(t, \cdot) \|^2$$

$$\operatorname{Re}((\kappa + i\beta(t)) | u |^2 u, \Delta u_2) \leq c(\| \nabla u \|^4 + \| u \|^8) + \frac{\lambda}{4} \| \Delta u_2 \|^2$$

因此

$$\frac{d}{dt} \| \nabla u_2 \|^2 + \lambda \| \Delta u_2 \|^2 - 2\delta \| \nabla u_2 \|^2 \leq c(\| \nabla u \|^4 + \| u \|^8) + c \| g(t, \cdot) \|^2 \quad (20)$$

因为 $\| \Delta u_2 \|^2 \geq \lambda_m \| \nabla u_2 \|^2$, 则有

$$\frac{d}{dt} \| \nabla u_2 \|^2 + (\lambda_m - 2\delta) \| \nabla u_2 \|^2 \leq c(\| \nabla u \|^4 + \| u \|^8) + c \| g(t, \cdot) \|^2 \quad (21)$$

对(21)式再一次使用引理 1, 我们有

$$\begin{aligned} \| \nabla u_2(s, s-\tau) \|^2 &\leq \int_{s-1}^s e^{(\lambda_m - 2\delta)(r-s)} \| \nabla u_2(r, s-\tau) \|^2 dr + c \int_{s-1}^s e^{(\lambda_m - 2\delta)(r-s)} \| g(r, \cdot) \|^2 dr + \\ &c \int_{s-1}^s e^{(\lambda_m - 2\delta)(r-s)} (\| \nabla u(r, s-\tau) \|^4 + \| u(r, s-\tau) \|^8) dr \end{aligned} \quad (22)$$

现在对(22)式中的每一项对 $s \leq t$ 取上确界, $\tau \geq \tau_1$, $\tau_1 = \tau_1(\epsilon, R) \geq 1$, 根据引理 3, 我们有

$$\begin{aligned} \sup_{s \leq t} \int_{s-1}^s e^{(\lambda_m - 2\delta)(r-s)} \| \nabla u_2(r, s-\tau) \|^2 dr &\leq c(1+G(t))e^{c(1+G(t))} \sup_{s \leq t} \int_{s-1}^s e^{(\lambda_m - 2\delta)(r-s)} dr \leq \\ &\frac{c}{\lambda\lambda_m - 2\delta}(1+G(t))e^{c(1+G(t))} \end{aligned} \quad (23)$$

同样地, 根据引理 2、引理 3, 有

$$\begin{aligned} \sup_{s \leq t} \int_{s-1}^s e^{(\lambda_m - 2\delta)(r-s)} (\| \nabla u(r, s-\tau) \|^4 + \| u(r, s-\tau) \|^8) dr &\leq \\ c(1+G(t))^4 e^{c(1+G(t))} \sup_{s \leq t} \int_{s-1}^s e^{(\lambda_m - 2\delta)(r-s)} dr &\leq \\ \frac{c}{\lambda\lambda_m - 2\delta}(1+G(t))^4 e^{c(1+G(t))} \end{aligned} \quad (24)$$

最后, 根据条件(F2), g 是后项极限的, 因此

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \sup_{s \leq t} \int_{s-1}^s e^{(\lambda_m - 2\delta)(r-s)} \| g(r, \cdot) \|^2 dr = 0 \quad (25)$$

因此, 由(22)式到(25)式可知, 对 $\forall \tau \geq \tau_1$, 有

$$\sup_{s \leq t} \| (I - P_m)u(s, s-\tau, u_0) \|_V^2 \rightarrow 0 \quad m \rightarrow \infty \quad (26)$$

3 主要结论

定理 2 若条件(F1), (F2) 成立, 则由非自治 Ginzburg-Landau 方程产生的过程 $S(\cdot, \cdot)$ 在 H_0^1 中有后项紧的拉回吸引子 $\mathcal{A} = \{\mathcal{A}(t)\}_{t \in \mathbb{R}}$.

证 我们定义非自治集

$$\mathcal{K}(t) = \{u \in V: \| u \|_V^2 \leq c(1+G(t))e^{c(1+G(t))}\} \quad \forall t \in \mathbb{R} \quad (27)$$

其中 $G(t)$ 由(9)式给出. 显然, $\mathcal{K}(t)$ 是 V 中的有界增的吸收集. 于是由引理 4 和引理 5 知 S 在 V 中是后项光滑的. 则根据定理 1 知, 在 H_0^1 中存在后项紧的拉回吸引子 $\mathcal{A} = \{\mathcal{A}(t)\}_{t \in \mathbb{R}}$.

参考文献:

- [1] TEMAM R. Infinite Dimensional Dynamical Systems in Mechanics and Physics [M]. 2th ed. New York: Springer, 1998.

[2] LI Y S, GUO B L. Global Existence of Solutions to the Derivative 2D Ginzburg-Landau Equation [J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2000, 249(2): 412—432.

[3] GAO H J, DUAN J Q. On the Initial-Value Problem for the Generalized Two-Dimensional Ginzburg-Landau Equation [J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 1997, 216(2): 536—548.

[4] VISHIK M I, CHEPYZHOV V V. Non-Autonomous Ginzburg-Landau Equation and Its Attractors [J]. Sbornik: Mathematics, 2005, 196(6): 791—815.

[5] LI Y R, WANG R H, YIN J Y. Backward Compact Attractors for Non-Autonomous Benjamin-Bona-Mahony Equations on Unbounded Channels [J]. Discrete Contin Dyn Syst, 2017, 22(5): 2559—2586.

[6] 彭冬冬, 李扬荣. 小噪音驱动的广义 Ginzburg-Landau 方程的随机吸引子的上半连续性 [J]. 西南师范大学学报(自然科学版), 2015, 40(4): 16—20.

Backward Compact Pullback Attractors for Non-autonomous Ginzburg-Landau Equation In H_0^1

XU Dong-mei¹, WANG Ren-hai², LI Fu-zhi²

1. School of Mathematics and Computer Science, Shangrao Normal University, Shangrao Jiangxi 334001, China;
2. School of Mathematics and Statistics, Southwest University, Chongqing 400715, China

Abstract: In this paper, we employ an existence theorem of backward compact pullback attractor to show that the non-autonomous Ginzburg-Landau equation has a backward compact pullback attractor in H_0^1 under some suitable assumption of the external force.

Key words: Non-autonomous Ginzburg-Landau equation; Backward flattening; Backward compactness; Non-autonomous dynamic systems; Uniform Gronwall Lemma

责任编辑 廖 坤 崔玉洁