第 43 卷 第 11 期 西南师范大学学报(自然科学版) 2018 年 11 月
Vol. 43 No. 11 Journal of Southwest China Normal University (Natural Science Edition) Nov. 2018

DOI:10.13718/j.cnki.xsxb.2018.11.002

新的灰色关联度模型的构造及其应用①

罗 丹

百色学院 数学与统计学院,广西 百色 533000

摘要: 根据灰色绝对关联分析模型基本思想,构造一种叫做最小零点像的新关联算子,对灰色绝对关联度模型进行改进后得出新的灰色关联度模型并讨论其性质. 实例表明,新的灰色关联度模型能客观实际地反映数据序列的发展态势,具有一定的实用性.

关 键 词: 灰色系统;灰色绝对关联度;最小零化像

中图分类号: N941 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-5471(2018)11-0008-05

灰色关联分析是灰色理论非常重要的一个分支,其基本思想是根据序列曲线几何形状来判断不同序列之间的联系是否紧密,基本思路是通过线性插值的方法将系统因素的离散行为观测值转化为分段连续的折线,进而根据折线的几何特征构造测度关联程度的模型. 1991 年,刘思峰教授根据邓氏灰色关联度模型的基本思想,针对实际应用过程中遇到的问题,基于整体或全局视角考察序列折线相似程度提出了一类广义灰色关联分析模型,其中的灰色绝对关联分析模型的实质是基于对应序列折线间所夹的面积测度序列折线的相似程度[1]. 本文根据文献[2]提出的灰色绝对关联分析模型的基本思想,构造出新的灰色关联度模型.

1 广义灰色绝对关联度模型的改进

定理 1 设系统行为序列为 $\boldsymbol{X}_i=(x_i(1),x_i(2),\cdots,x_i(n))$,记 $x_i(m)=\min\limits_{1\leqslant k\leqslant n}\{x_i(k)\}$,记折线 $(x_i(1)-x_i(m),x_i(2)-x_i(m),\cdots,x_i(n)-x_i(m))$ 为 $X_i-x_i(m)$,令

$$\overset{(m)}{s_i}=\int_1^n(X_i-x_i(m))dt \tag{1}$$

则 $\overset{(m)}{s_i}\geqslant 0$.

证 直接利用增长序列、衰减序列、振荡序列的定义及积分的性质,可知定理结论成立.

定义 1 设系统行为序列 $\boldsymbol{X}_i=(x_i(1),x_i(2),\cdots,x_i(n))$,$D$ 为序列算子且

$$X_iD=(x_i(1)d,x_i(2)d,\cdots,x_i(n)d)$$

其中 $x_i(k)d=x_i(k)-x_i(m)$,$k=1,2,\cdots,n$,则称 D 为最小零化算子,X_iD 为 X_i 的最小零化像,记为 $X_iD=\overset{(m)}{X_i^0}=(\overset{(m)}{x_i^0}(1),\overset{(m)}{x_i^0}(2),\cdots,\overset{(m)}{x_i^0}(n))$.

定理 2 设系统行为序列 $X_i=(x_i(1),x_i(2),\cdots,x_i(n))$,$X_j=(x_j(1),x_j(2),\cdots,x_j(n))$ 的最小零化像分别为 $\overset{(m)}{X_i^0}=(\overset{(m)}{x_i^0}(1),\overset{(m)}{x_i^0}(2),\cdots,\overset{(m)}{x_i^0}(n))$,$\overset{(m)}{X_j^0}=(\overset{(m)}{x_j^0}(1),\overset{(m)}{x_j^0}(2),\cdots,\overset{(m)}{x_j^0}(n))$,令

---

① 收稿日期:2017-05-09

基金项目:广西高校中青年教师基础能力提升基金资助项目(KY2016YB422);广西自然科学基金资助项目(2016GXNSFBA380069).

作者简介:罗 丹(1976-),女,副教授,主要从事灰色系统理论及其应用.

$$\overset{(m)}{s_i} - \overset{(m)}{s_j} = \int_1^n (\overset{(m)}{X_i^0} - \overset{(m)}{X_j^0})dt \tag{2}$$

则

1）当$\overset{(m)}{X_i^0}$ 恒在$\overset{(m)}{X_j^0}$ 的上方，$\overset{(m)}{s_i} - \overset{(m)}{s_j} \geqslant 0$；

2）当$\overset{(m)}{X_i^0}$ 恒在$\overset{(m)}{X_j^0}$ 的下方，$\overset{(m)}{s_i} - \overset{(m)}{s_j} \leqslant 0$；

3）当$\overset{(m)}{X_i^0}$ 恒在$\overset{(m)}{X_j^0}$ 相交，$\overset{(m)}{s_i} - \overset{(m)}{s_j}$ 的符号不定.

证　图 1(a) 中，$\overset{(m)}{X_i^0}$ 恒在$\overset{(m)}{X_j^0}$ 的上方，所以$\overset{(m)}{s_i} - \overset{(m)}{s_j} \geqslant 0$；图 1(b) 中，$\overset{(m)}{X_i^0}$ 与$\overset{(m)}{X_j^0}$ 相交，所以$\overset{(m)}{s_i} - \overset{(m)}{s_j}$ 的符号不定. 定理 2 结论成立.

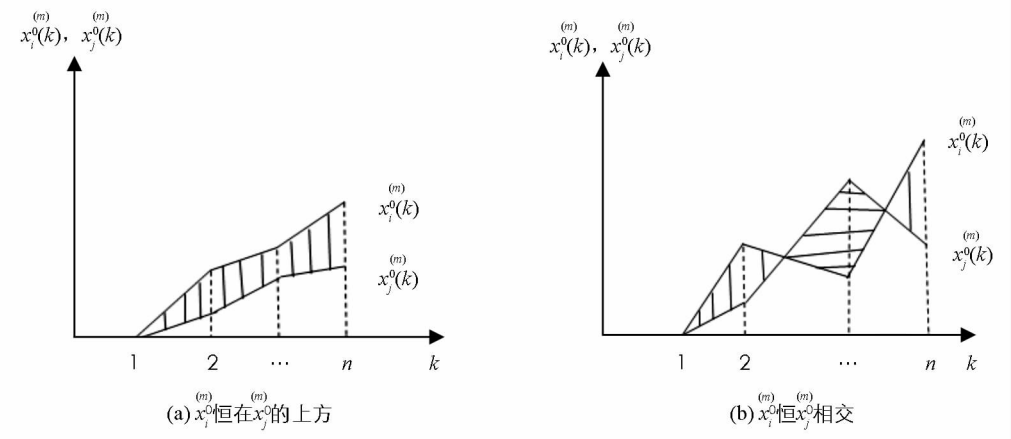

图 1　$\overset{(m)}{X_i^0}$，$\overset{(m)}{X_j^0}$ 折线图

定义 2　设序列 X_i 与 X_j 长度相同，$\overset{(m)}{s_i}$，$\overset{(m)}{s_j}$ 如定理 1，2 所述，则称

$$\overset{(m)}{\varepsilon_{ij}} = \frac{1 + |\overset{(m)}{s_i}| + |\overset{(m)}{s_j}|}{1 + |\overset{(m)}{s_i}| + |\overset{(m)}{s_j}| + |\overset{(m)}{s_j} - \overset{(m)}{s_i}|} \tag{3}$$

为 X_i 与 X_j 的灰色关联度.

2　改进的广义灰色绝对关联度模型的性质

定理 3　灰色关联度$\overset{(m)}{\varepsilon_{ij}} = \dfrac{1 + |\overset{(m)}{s_i}| + |\overset{(m)}{s_j}|}{1 + |\overset{(m)}{s_i}| + |\overset{(m)}{s_j}| + |\overset{(m)}{s_j} - \overset{(m)}{s_i}|}$ 满足灰色关联公理中规范性、偶对称性与接近性.

证　1）规范性：显然，$\overset{(m)}{\varepsilon_{ij}} \geqslant 0$. 又 $|\overset{(m)}{s_j} - \overset{(m)}{s_i}| \geqslant 0$，所以$\overset{(m)}{\varepsilon_{ij}} \leqslant 1$.

2）偶对称性：$|\overset{(m)}{s_j} - \overset{(m)}{s_i}| = |\overset{(m)}{s_i} - \overset{(m)}{s_j}|$ 易知，$\overset{(m)}{\varepsilon_{ij}} = \overset{(m)}{\varepsilon_{ji}}$ 成立.

3）接近性：显然成立.

引理 1　设 X_i 与 X_j 的长度相同且皆为 1 时距序列，而$\overset{(m)}{X_i^0} = (\overset{(m)}{x_i^0}(1), \overset{(m)}{x_i^0}(2), \cdots, \overset{(m)}{x_i^0}(n))$，$\overset{(m)}{X_j^0} = (\overset{(m)}{x_j^0}(1), \overset{(m)}{x_j^0}(2), \cdots, \overset{(m)}{x_j^0}(n))$ 分别为 X_i 与 X_j 的最小零化像，令

$$\overset{(m)}{x_i^0}(M_i) = -\max_{1 \leqslant k \leqslant n}\{\overset{(m)}{x_i^0}(k)\},\ \overset{(m)}{x_j^0}(M_j) = -\max_{1 \leqslant k \leqslant n}\{\overset{(m)}{x_j^0}(k)\}$$

则

$$|\overset{(m)}{s_i}| = \left|\sum_{k=1,\ k \neq M_i}^{n} \overset{(m)}{x_i^0}(k) + \frac{1}{2}\overset{(m)}{x_i^0}(M_i)\right|,\ |\overset{(m)}{s_j}| = \left|\sum_{k=1,\ k \neq M_j}^{n} \overset{(m)}{x_j^0}(k) + \frac{1}{2}\overset{(m)}{x_j^0}(M_j)\right|$$

定理 4 设 X_i 与 X_j 的长度、时距相同且皆为等时距序列，则

$$\overset{(m)}{\varepsilon}_{ij}=\left[1+\left|\sum_{k=1,\ k\neq M_i}^{n}\overset{(m)}{x}{}_i^0(k)+\frac{1}{2}\overset{(m)}{x}{}_i^0(M_i)\right|+\left|\sum_{k=1,\ k\neq M_j}^{n}\overset{(m)}{x}{}_j^0(k)+\frac{1}{2}\overset{(m)}{x}{}_j^0(M_j)\right|\right]\times$$

$$\left[1+\left|\sum_{k=1,\ k\neq M_i}^{n}\overset{(m)}{x}{}_i^0(k)+\frac{1}{2}\overset{(m)}{x}{}_i^0(M_i)\right|+\left|\sum_{k=1,\ k\neq M_j}^{n}\overset{(m)}{x}{}_j^0(k)+\frac{1}{2}\overset{(m)}{x}{}_j^0(M_j)\right|+\right.$$

$$\left.\left|\left(\sum_{k=1,\ k\neq M_i}^{n}\overset{(m)}{x}{}_i^0(k)-\sum_{k=1,\ k\neq M_j}^{n}\overset{(m)}{x}{}_j^0(k)\right)+\frac{1}{2}\left(\overset{(m)}{x}{}_i^0(M_i)-\overset{(m)}{x}{}_j^0(M_j)\right)\right|\right]^{-1}$$

证 不妨设 X_i 与 X_j 皆为 1 时距序列，由引理 1 和定义 2，即得结论.

3 应用实例

例 1 由参考文献[3]知，旅游业、高科技产业和工业对边境口岸城市丹东市的临港产业发展贡献最大，但对政府等相关决策部门来说，在投资资源有限的条件下，优先发展哪个产业就取决于谁与临港产业的关联最大. 故而有必要对这 3 种产业进一步研究其关联性的强弱从而对产业的优先发展顺序提供参考依据. 本文构造的灰色关联模型可以很好解决这一问题，原始数据见表 1.

表 1 2006 年—2012 年丹东市临港产业与相关产业原始数据表

年份	地区港口吞吐量/万吨	旅游总收入/亿元	工业总产值/万元	完成高新技产品价值/亿元
2006	2 016	65.62	3 123 467	79.04
2007	2 759	80	4 129 354	120.65
2008	3 470	104	5 627 384	153
2009	4 350	171.1	7 080 924	180.6
2010	5 505	219.1	8 650 865	226.2
2011	7 637	279.6	10 379 310	275.7
2012	9 656	335.5	12 878 304	341.9

将丹东的临港产业看作能够反映系统特征和系统行为的参考序列 $X_0(t)$，把旅游总收入、工业总产值、完成高新技术产品价值相应看作 $X_1(t)$，$X_2(t)$，$X_3(t)$，$t=2006,2007,\cdots2012$.

1) 求最小零化像 $\overset{(m)}{X}{}_i^0$，结果见表 2.

表 2 最小零化像 $\overset{(m)}{X}{}_i^0$ 计算结果表

年份	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
$\overset{(m)}{X}{}_0^0$	0	743	1 454	2 334	3 489	5 621	7 640
$\overset{(m)}{X}{}_1^0$	0	14.38	38.38	105.48	153.48	213.98	269.88
$\overset{(m)}{X}{}_2^0$	0	1 005 887	2 503 917	3 957 457	5 527 398	7 255 843	9 754 837
$\overset{(m)}{X}{}_3^0$	0	41.61	73.96	101.56	147.16	196.66	262.86

2) 求 $|\overset{(m)}{S}_i|$，$|\overset{(m)}{S}_i-\overset{(m)}{S}_0|$，$i=0,1,2,3$，计算结果如下：

$$|\overset{(m)}{S}_0|=17.461 \qquad |\overset{(m)}{S}_1|=6.606\ 4 \qquad |\overset{(m)}{S}_2|=25.127\ 92 \qquad |\overset{(m)}{S}_3|=6.923\ 8$$

$$|\overset{(m)}{S}_1-\overset{(m)}{S}_0|=10.854\ 6 \qquad |\overset{(m)}{S}_2-\overset{(m)}{S}_0|=7.666\ 921 \qquad |\overset{(m)}{S}_3-\overset{(m)}{S}_0|=10.537\ 2$$

3) 由式(3)计算新构造的灰色关联度 $\overset{(m)}{\varepsilon}_{ij}$.

$$\overset{(m)}{\varepsilon}_{01}=\frac{1+|\overset{(m)}{S}_0|+|\overset{(m)}{S}_1|}{1+|\overset{(m)}{S}_0|+|\overset{(m)}{S}_1|+|\overset{(m)}{S}_1-\overset{(m)}{S}_0|}=0.697\ 829$$

$$\overset{(m)}{\varepsilon}_{02}=\frac{1+|\overset{(m)}{S}_0|+|\overset{(m)}{S}_2|}{1+|\overset{(m)}{S}_0|+|\overset{(m)}{S}_2|+|\overset{(m)}{S}_2-\overset{(m)}{S}_0|}=0.850\ 419$$

$$\overset{(m)}{\varepsilon}_{03}=\frac{1+|\overset{(m)}{S}_0|+|\overset{(m)}{S}_3|}{1+|\overset{(m)}{S}_0|+|\overset{(m)}{S}_3|+|\overset{(m)}{S}_3-\overset{(m)}{S}_0|}=0.706\ 664$$

由计算结果得$\overset{(m)}{\varepsilon}_{01}<\overset{(m)}{\varepsilon}_{03}<\overset{(m)}{\varepsilon}_{02}$，说明了工业产业发展对该市的临港产业发展影响最大，其次是旅游产业，第三是高新技术产业的发展．丹东主要是轻工业占比重较大，工业经济技术基础比较雄厚．轻工业门类比较齐，总体来说，工业对丹东临港产业的影响很大．工业对丹东经济增长的贡献率最高．作为丹东临港产业园区的主要功能区之一的丹东高新技术产业开发区是省级科技企业孵化器，高科技产业的发展也促进了临港产业的发展．丹东旅游资源占地面积 1 500 km^2，占全市国土面积的 10%．与沈阳、大连构成辽宁旅游的“金三角”，对丹东丰富的旅游资源的开发对临港产业的带动作用非常大．数据计算结果能较准确说明影响该市临港产业发展的实际情况，可以为决策部门优先发展产业提供一定的参考依据．

例 2　由参考文献[4]，选取来源于中国统计年鉴及其统计公报的中 1995－2007 年的数据进行研究，原始数据见表 3．以第三产业就业人数为参考序列，利用本文的灰色关联模型计算结果见表 4．

表 3　原始数据表

年份	第三产业就业人数/万人	人均 GDP/元	城市化水平/%	工业增加值/亿元
1995	16 880	5 046	29.04	24 718
1996	17 927	5 846	30.48	28 580
1997	18 432	6 420	31.91	31 752
1998	18 860	6 796	33.35	33 541
1999	19 205	7 159	34.78	35 357
2000	19 823	7 858	36.22	39 570
2001	20 228	8 622	37.66	42 607
2002	21 090	9 398	39.09	45 935
2003	21 809	10 542	40.53	53 612
2004	23 011	12 336	41.76	62 815
2005	23 771	14 053	42.99	76 190
2006	24 614	16 165	43.9	90 351
2007	24 917	18 934	44.94	107 367

表 4　第三产业就业的影响因素关联度及其排序

	第三产业就业人数	人均 GDP	城市化水平	工业增加值
关联度	1.00	0.922 9	0.745 3	0.588
排序		1	2	3

第三产业就业人数的重要影响因素是人均 GDP、城市化水平和工业增加值．而许多国家(地区)的发展事实表明，人均 GDP 的持续增加意味着国民收入的不断提高，必然导致城乡居民消费结构发生变化，即加速城市化的进程，从而促进第三产业的发展和壮大．而城市化对第三产业就业水平的提高有着直接的促进作用，是影响第三产业就业的最重要的因素．因为城市化过程诱发第三产业新行业出现和推动传统行业发展，同时城市化是工业化聚集表现．由表 4 可知，根据本文的关联度计算结果，人均 GDP 对第三产业的就业影响最大，这是符合实际情况的．

参考文献：

[1]　刘思峰，蔡　华，杨英杰，等．灰色关联分析模型研究进展 [J]．系统工程理论与实践，2013，33(8)：2041－2046．

[2] 刘思峰，谢乃明. 灰色系统理论及其应用[M]. 6版. 北京：科学出版社，2013：56－61.
[3] 黄珺仪，于 敏. 边境口岸城市临港产业发展与相关产业关联分析[J]. 改革与战略，2016，32(6)：99－105.
[4] 崔立志，刘思峰，李致平，等. 一种新的灰色相似关联度模型及其应用[J]. 统计与决策，2010(7)：7－9.
[5] 水乃翔. 关于灰色关联度的一些理论问题[J]. 系统工程，1992，10(6)：23－25.
[6] 唐五湘. 灰色绝对关联度的缺陷[J]. 系统工程，1994，12(5)：59－62.
[7] 张绍良，张国良. 灰色关联度计算方法比较及其存在的问题分析[J]. 系统工程，1996，14(3)：45－49.
[8] 肖新平. 关于灰色关联度量化模型的理论研究和评论[J]. 系统工程理论与实践，1997，17(8)：76－81.
[9] 黄元亮，陈宗海. 灰色关联理论中的不相容问题[J]. 系统工程理论与实践，2003，23(8)：118－121.
[10] 党耀国，刘思峰，刘 斌，等. 灰色斜关联度的改进[J]. 中国工程科学，2004，6(3)：41－44.
[11] 尹红征，刘 斌，张 慧，等. 一种满足灰关联四公理的关联度量化模型[J]. 河南科学，2006，24(2)：162－165.
[12] 罗 丹. 基于模糊理论的投资组合随机偏好选择模型的改进[J]. 西南师范大学学报(自然科学版)，2013，38(12)：107－111.
[13] 罗 丹. 关于缓冲算子的性质及其构造方法的研究[J]. 西南大学学报(自然科学版)，2012，24(3)：36－40.
[14] 罗 丹. 新弱化缓冲算子的构造及其运用[J]. 西南师范大学学报(自然科学版)，2011，36(2)：28－31.

On Structure of New Grey Correlation Model and Its Application

LUO Dan

School of Mathematics and Statistics, Baise University, Baise Guangxi 533000, China

Abstract: Based on the grey absolute correlation analysis of the basic ideas of the model, structure called a new correlation operator like minimum zero, after the improvement obtained new gray relational degree model of grey absolute correlation degree model and discuss its properties. The example indicates that the development trend of the model of grey correlation degree of new structure can objectively reflect the actual data series with a certain practicality.

Key words: grey system; grey absolute correlation degree; minimum zero

责任编辑 张 枸