

DOI:10.13718/j.cnki.xsxb.2018.11.009

基于模糊变换耦合最大熵的医学图像融合算法^①

吴银芳

江苏护理职业学院, 江苏 淮安 223300

摘要: 针对融合医学图像在过渡区微小细节及边缘信息不够清晰, 边缘容易失真等问题, 提出了一种基于模糊变换耦合最大熵值的多模态医学图像融合算法. 首先, 将待融合图像划分为大小相同的非重叠图像块, 引入模糊变换对得到的图像块进行处理得到模糊子块, 并利用邻域最大熵融合规则对模糊子块进行融合, 获取新的融合子块; 然后, 将新的融合子块进行逆模糊变换, 利用选择最大值融合规则, 将逆变换得到的子块进一步融合生成最终融合医学图像. 实验结果表明: 与当前医学图像融合算法对比, 本文算法在主观评价与客观评价指标边缘强度、信息熵、互信息、峰值信噪比上具有更大的优势, 其融合图像边缘更加清晰, 细节丰富, 克服了边缘模糊与伪轮廓, 更能够有效完成医学图像融合, 实现了多模态医学图像信息互补.

关键词: 医学图像融合; 模糊变换; 最大熵; 邻域最大熵; 融合规则; 互信息

中图分类号: TP391

文献标志码: A

文章编号: 1000-5471(2018)11-0049-08

多模态医学图像融合主要是将解剖图像与功能图像的冗余与互补信息结合在一起形成新的图像, 经过融合后的图像能够更好地表达病情部位与病理特征, 但是在图像边缘过渡区容易出现伪轮廓现象. 对此, 本文提出了一种模糊变换耦合最大熵值的医学图像融合算法.

1 模糊变换

模糊变换(fuzzy transform, FUT)能够很好保留特征, 在噪声消除以及图像融合等领域得到了广泛应用^[1]. FUT除了具有小波变换(wavelet transform, WT)与傅里叶变换(fourier transform, FT)的优点外, 还可根据不同的形状定义不同的基函数, 使其能更好地保留图像的边缘信息, 有效去噪.

1.1 模糊分割

设 $x_1, x_2, \dots, x_N$ 为封闭区间 $[A, B]$ 中的 N 个固定点, 且满足 $A = x_1 < x_2 < \dots < x_N = B, N \geq 2$, 通过定义隶属函数 $S_1(x), S_2(x), \dots, S_N(x)$ 组成了 $[A, B]$ 的模糊分割, 且满足以下条件:

- 1) $S_1(x) = 0, x \notin (x_{i-1}, x_{i+1})$
- 2) $S_i: [A, B] \longrightarrow [0, 1], S_i(x) = 1$
- 3) $S_i(x)$ 在区间 $[A, B]$ 为单调连续函数
- 4) 对于 $x \in [A, B], \sum_{i=1}^N S_i(x) = 1$

如果 $[A, B]$ 中的点 $x_1, x_2, \dots, x_N$ 为等间距, 将 x_i 表示为:

$$x_i = x_1 + (i-1)\Delta, i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

① 收稿日期: 2016-12-29

基金项目: 江苏省自然科学基金项目(BK2014401).

作者简介: 吴银芳(1983-), 女, 硕士, 讲师, 主要从事医学图像处理、影像技术、计算机技术研究.

其中 Δ 为相邻两点间的步长. 为了符合模糊分割要求, 需满足的条件如下:

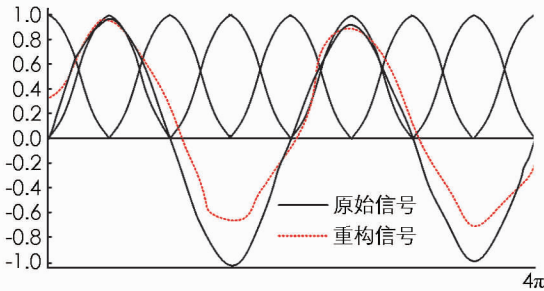
$$\begin{cases} S_i(x_i - x) = S_i(x_i + x), x \in [0, \Delta] \\ S_{i+1}(x) = S_i(x - \Delta), i = 2, 3, \dots, N - 1 \end{cases} \tag{2}$$

由于均匀模糊函数能保持原始信号的良好性能, 在图像融合方案中得到广泛应用^[2]. 图 1 显示了在区间 $[1, 9]$ 中 5 个隶属函数的模糊集的均匀模糊分割情况. 这 5 个函数表达式分别如下:

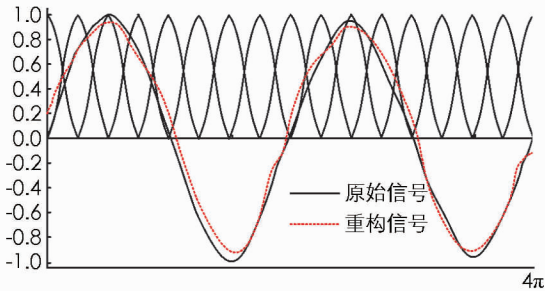
$$S_i(x) = \begin{cases} 0 & \text{else} \\ 0.5\cos\left(\frac{\pi}{4(x-x_1)+1}\right) & x \in [x_1, x_2] \end{cases} \tag{3}$$

$$S_i(x) = \begin{cases} 0 & \text{else} \\ 0.5\cos\left(\frac{\pi}{4(x-x_i)+1}\right) & x \in [x_{i-1}, x_{i+2}] \end{cases} \tag{4}$$

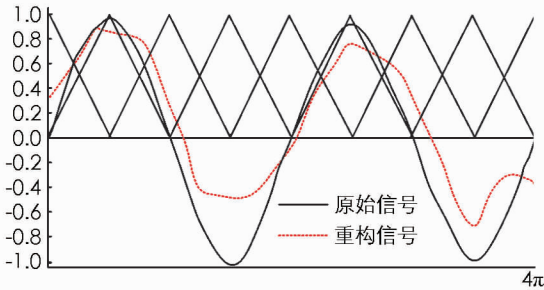
隶属函数的形状和数目对重构信号的质量有重要意义, 不同的隶属函数所得到的信号具有很大差别. 图 1 给出了根据不同数目的正弦和三角形隶属函数的信号进行重建的结果. 根据图 1 观测得出, 相对于三角形的隶属函数, 正弦隶属函数产生的平滑重建信号误差百分比较低, 而三角形隶属函数产生分段线性重构信号的误差百分比较大, 此外, 可以通过增加隶属函数的数目, 提高重建信号的准确性.



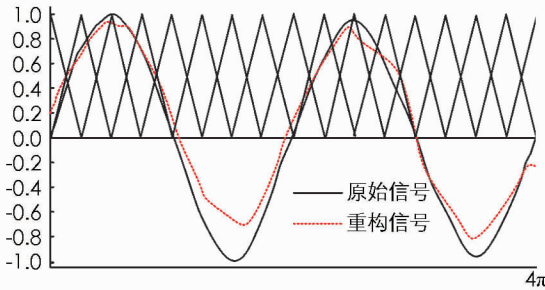
(a) 10均匀正弦隶属函数, 误差为16.654 2%



(b) 10均匀正弦隶属函数, 误差为4.251 7%



(c) 10均匀三角形隶属函数, 误差为22.768 2%



(d) 20均匀三角形隶属函数, 误差为5.989 3%

图 1 不同隶属函数的信号重建

1.2 离散模糊变换

设 $f(x, z)$ 为表示在区间 $[A, B]$ 中 $p_1, p_2, \dots, p_N$ 和区间 $[C, D]$ 中 $q_1, q_2, \dots, q_N$ 的点, 其相对于固定分区 $S_1, S_2, \dots, S_N$ 和 $T_1, T_2, \dots, T_N$ 是足够密集的. 对于每个 $i = 1, 2, 3, \dots, N$, 存在一个 $u = 1, 2, 3, \dots, n$ 和 $S_i(p_u) > 0$, 对于每个 $j = 1, 2, 3, \dots, M$, 存在一个 $v = 1, 2, 3, \dots, m$ 和 $S_i(p_v) > 0$, 因此, 关于 $S_1, S_2, \dots, S_N$ 和 $T_1, T_2, \dots, T_N$ 对应的 $f(x, z)$ 的离散 FUT 表示如下:

$$F = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & \cdots & F_{1M} \\ F_{21} & F_{22} & \cdots & F_{2M} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ F_{N1} & F_{N2} & \cdots & F_{NM} \end{bmatrix} \tag{5}$$

其中： F_{ij} 为 FUT 中的真实系数，其定义如下：

$$F_{ij} = \frac{\sum_{v=1}^m \sum_{u=1}^n f(p_u, q_v) S_i(p_u) T_j(q_v)}{\sum_{v=1}^m \sum_{u=1}^n S_i(p_u) T_j(q_v)} \quad (6)$$

F_{ij} 的权重由隶属函数定义：

$$\varphi(y) = \sum_{v=1}^m \sum_{u=1}^n [f(p_u, q_v) - y]^2 S_i(p_u) T_j(q_v) \quad (7)$$

因此，离散模糊变换的倒数可表示如下：

$$F^{-1}(p_u, q_v) = \sum_{v=1}^m \sum_{u=1}^n F_{ij} S_i(p_u) T_j(q_v) \quad (8)$$

对于每个 l_{xz} ， $[A, B]$ 和 $[C, D]$ 中，存在相关的模糊分区和两个整数 N_l, M_l ，这样所有的点 $p_1, p_2, \dots, p_N$ 和 $q_1, q_2, \dots, q_N$ 在相应的区间具有足够的密集度， l_{xz} 的定义如下：

$$|f(p_u, q_v) - F^{-1}(p_u, q_v)| < l_{xz} \quad (9)$$

相对于传统的变换，FUT 对于向量和矩阵的操作具有较低的计算复杂度，对于输入数据的最小二乘逼近和插值具有较强的噪声去除能力以及平滑能力，能成功地保存图像的真实边缘，有助于提高重建图像的质量。

1.3 模糊变换的平移不变性

图 2 显示了通过 WT, NSCT, SIST 以及 FUT 的原始边缘图像结果。FUT 将大小为 $M \times N$ 的图像划分为非重叠块，并映射为 $m \times n$ 子块。图 2(b) – (f) 显示了使用不同大小的子块 FUT 获得的结果。从图 2 中看出，FUT 较好地保留图像边缘，具有平移不变性。

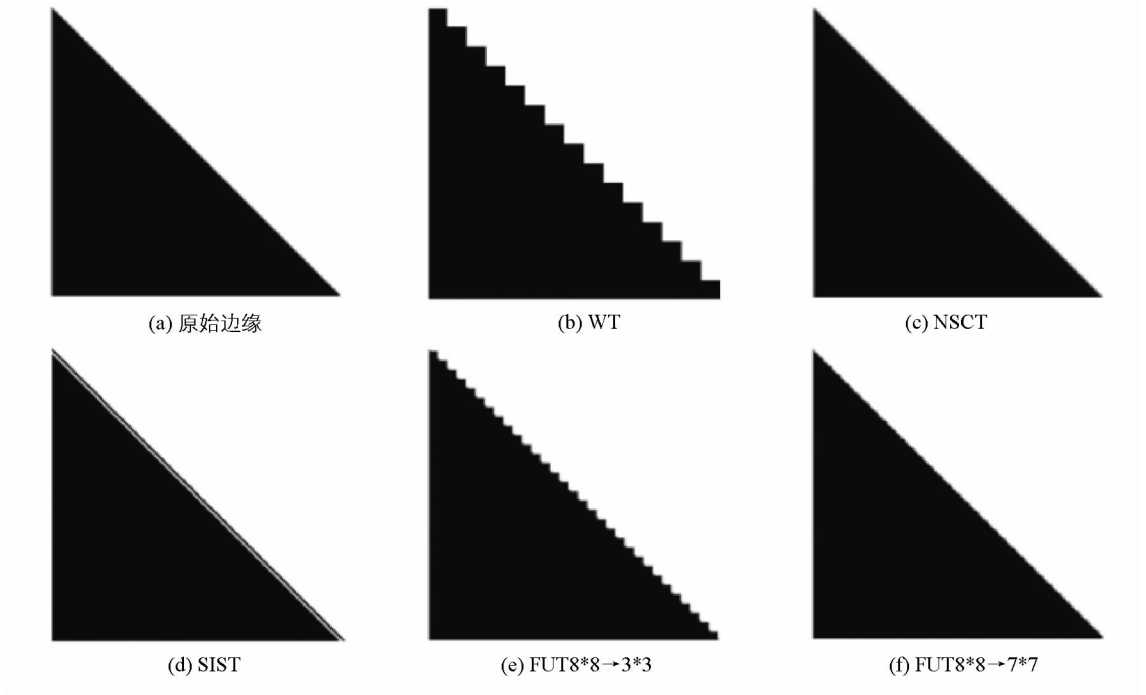


图 2 不同算法的平移不变性结果

2 本文算法设计

多模态医学图像融合结合了功能信息和解剖信息，能够更好应用于临床调查和疾病诊断，本文提出了一种基于模糊变换的多模态医学图像算法。首先将初始图像分解为大小相同的块，然后对这些块进行模糊变换得到几个子块并利用基于邻域的最大熵融合规则，最后将融合子块进行逆模糊变换，利用选择最大的融合规则获得最终的融合图像。设待融合图像分别为 X, Y ，本文融合算法的主要步骤如下：

1) 将待融合图像 X, Y 划分为大小为 $M \times N$ 的非重叠图像块。

2) 由于图像通常包含不同类型的空间退化, 破坏了其平滑性, 因此, 图像中的每个 $M \times N$ 块通过模糊变换^[3] 形成大小为 $m \times n$ 的子块, 模糊变换方程见式(6)。

3) 相同大小子块的 FUT 成分分别根据最大熵^[4] 在邻域的融合规则进行融合, 熵值越高表明信息越丰富。计算处于 FUT 成分 (i, j) 周围的大小为 $(2w_1 + 1) \times (2w_2 + 1)$ 的滑动窗口的熵, 其邻域中最大熵的成分被选择作为融合变换成分, 数学表达式如下:

$$F_{ij}^{F_{SBI}} = \begin{cases} F_{ij}^{X_{SBI}} & \text{if } e_{ij}^{X_{SBI}} \geq e_{ij}^{Y_{SBI}} \\ F_{ij}^{Y_{SBI}} & \text{else} \end{cases} \quad (10)$$

其中: $F_{ij}^{X_{SBI}}, F_{ij}^{Y_{SBI}}$ 分别为待融合图像 X, Y 的 FUT 成分第 l 个子块; i, j 为子块的位置坐标。 $F_{ij}^{F_{SBI}}$ 表示在 (i, j) 位置的第 l 子块 FUT 成分的融合图像。 $e_{ij}^{X_{SBI}}, e_{ij}^{Y_{SBI}}$ 分别为 X, Y 的 $(2w_1 + 1) \times (2w_2 + 1)$ 窗口第 l 子块 FUT 成分的熵:

$$e_{ij} = - \sum_{k=-w_1}^{w_1} \sum_{l=-w_2}^{w_2} p_{i+k, j+l} \log_2 p_{i+k, j+l} \quad (11)$$

4) 通过逆模糊变换将融合变换的子块进行反变换为原始大小的块。

5) 利用选择最大值融合准则将 FUT 逆变换得到的子块进一步融合生成最终融合块 F_{MN} , 表示如下:

$$F_{MN}(u, v) = \begin{cases} F^{-1SB_{k1 \times l1}}(u, v), F^{-1SB_{k1 \times l1}}(u, v) \geq F^{-1SB_{k2 \times l2}}(u, v) \\ F^{-1SB_{k2 \times l2}}(u, v), F^{-1SB_{k2 \times l2}}(u, v) \geq F^{-1SB_{k1 \times l1}}(u, v) \\ F^{-1SB_{k3 \times l3}}(u, v), F^{-1SB_{k3 \times l3}}(u, v) \geq F^{-1SB_{k1 \times l1}}(u, v) \end{cases} \quad (12)$$

其中: $F^{-1SB_{k \times l}}$ 表示大小为 $k \times l$ 子块的逆模糊变换, 通过最大值逆模糊变换确保输入图像的主要特征尽可能保留在最终的融合图像中。

3 实验与分析

为了验证算法的性能, 进行融合实验: ① 计算机断层扫描(CT)与核磁共振(MRI); ② CT与正电子发射扫描(PET); ③ 核磁共振(MRI)与正电子发射扫描(PET)。实验条件为: Matlab7.4, Intel Core i5 处理器, CPU 主频 2.3 GHz, 内存 4 GB。为了进一步验证本文算法的性能, 将文献[4]WT 算法、文献[5]SIST 算法与文献[6]NSCT 算法作为对照。实验测试图像为 256×256 的灰度图像, 块的大小为 16×16 , 步长 $\Delta = 8$, 误差值 $l_{xz} < 0.05$ 。

3.1 性能评价指标

由于主观评价高度依赖于人类视觉特性, 当图像大致相似时将难以区分融合图像之间的差异, 因此, 为了定量评价算法的性能, 对边缘强度(edge strength, ES)、信息熵(information entropy, IE)、互信息(mutual information, MI), 峰值信噪比(PSNR)进行定量测量。

信息熵 IE 是描述图像信息是否完善的最重要的标准, 其定义如下^[5]:

$$IE = - \sum_{i=0}^n P_i \log_2(P_i) \quad (13)$$

其中: n 为灰度级数, P_i 为灰度值像素与总像素比值。IE 越大, 图像信息就越丰富。

边缘强度 ES 描述了输入图像与融合图像边缘信息的相对量, 其定义如下^[6]:

$$ES_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [Q_{XF}(i, j)w_X(i, j) + Q_{XF}(i, j)w_Y(i, j)]}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [w_X(i, j) + w_Y(i, j)]} \quad (14)$$

其中: $Q_{XF}(i, j), Q_{YF}(i, j)$ 分别为图像 X, Y 的边缘保持值; $w_X(i, j), w_Y(i, j)$ 分别为 $Q_{XF}(i, j), Q_{YF}(i, j)$ 的权重。ES 的值越高, 表示融合图像边缘质量越好。

互信息 MI 描述了两幅图像之间的信息关系, MI 越大, 图像融合效果越好, 其函数如下^[7]:

$$MI(X, Y) = \sum_{l_2=0}^L \sum_{l_1=0}^L P_{XY}(l_1, l_2) \log \frac{P_{XY}(l_1, l_2)}{h_X(l_1)h_Y(l_2)} \quad (15)$$

其中： L 为灰度级， $P_{XY}(l_1, l_2)$ 为像素点与融合图像同时处于 l_1, l_2 的联合概率。

$PSNR$ 为图像信噪比变化的平均统计，为图像的失真程度， $PSNR$ 越高，表示图像质量越好，其定义为^[8]：

$$PSNR = 10 \log_{10} \frac{\max x_u^2}{MSE} \quad (16)$$

$$MSE = \frac{1}{M \times N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=-1}^M (u(i, j) - u_0(i, j))^2 \quad (17)$$

其中： $\max x_u^2$ 代表最大信号值； $M \times N$ 为图像尺寸； u 为初始图像； u_0 为融合图像。

3.2 实验结果与分析

图 3 为医学图像 CT 与 MRI 融合实验。图 3(a) 为 CT 图像，清晰显示了骨骼信息；图 3(b) 为 MRI 图像，清晰显示了软组织，图 3(c)–(d) 分别为利用 WT 算法、NSCT 算法、SIST 算法以及本文算法得到的融合图像。从图 3 中可看出，本文算法的 CT 与 MRI 融合图像清晰，边缘和细节比较丰富，对比度信息得到改善，视觉效果良好。WT 算法丢失了 MRI 图像中的软信息，使软组织弱化；SIST 算法得到的图像出现了伪吉布斯现象，使边缘产生了一些模糊和失真；NSCT 得到的图像对比度降低，部分细节特征丢失。

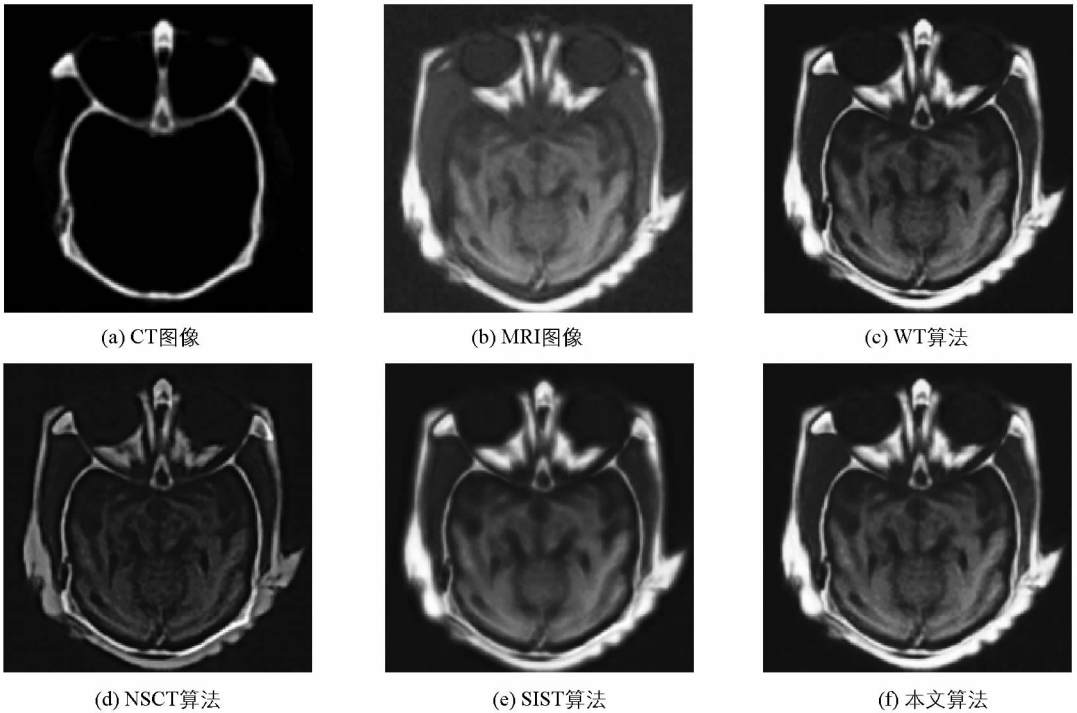


图 3 CT 与 MRI 融合实验结果

图 4 为医学图像肺部 CT 与 PET 融合实验结果。图 4(a) 为肺部 CT 图，清晰显示了骨骼信息；图 4(b) 为 PET 图，显示了肺的功能位置；图 4(c)–(f) 分别为利用 WT 算法、NSCT 算法、SIST 算法以及本文算法得到的融合图像。根据图 4 可看出，图 4(c) 边缘产生模糊，主要是因为 WT 只能捕抓图像的“点”奇异信息，对边缘、轮廓等不能很好表达，图 4(d) 边缘和细节不清晰，图 4(e) 边缘出现了较明显的伪影现象，图 4(f) 为本文算法得到的融合图像，清晰度良好，细节丰富。

图 5 为医学图像头部 MRI 与 PET 融合实验结果。图 5(a) 为头部 MRI 图，清晰显示了软组织；图 5(b) 为 PET 图，显示了头部功能位置；图 5(c)–(f) 分别为利用 WT 算法、NSCT 算法、SIST 算法以及本文算法得到的融合图像。图 5(c) 软组织边缘模糊；图 5(d) 边缘和细节不清晰，得到的图像对比度与亮度不高；

图 5(e)产生了块效应, 细节信息无法很好表示; 图 5(f)较好保留了 MRI 与 PET 的结构信息, 边缘与纹理清晰.

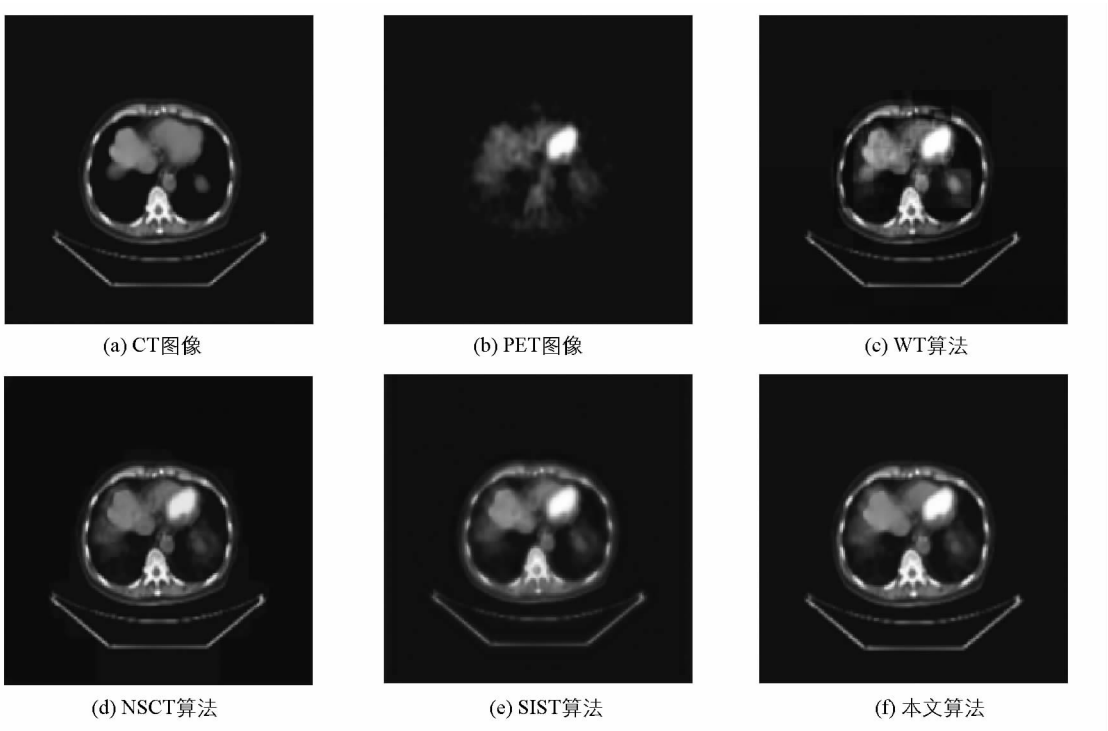


图 4 CT 与 PET 融合实验结果

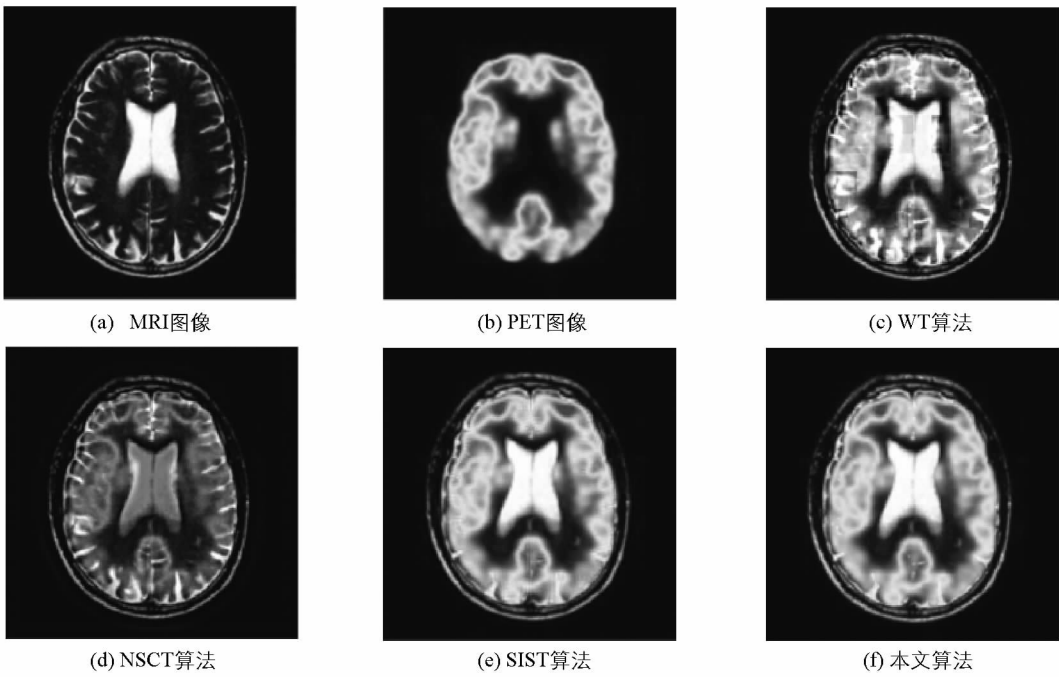


图 5 MRI 与 PET 融合实验结果

为了进一步评价算法的性能, 利用 $ES, IE, MI, PSNR$ 以及算法运行时间 t 做为客观评价指标对算法性能进行定量分析(表 1—3). 由表 1—3 可知, 本文算法在客观评价 $ES, IE, MI, PSNR$ 指标中体现出一定的优势, 与图 3—5 所得到的实验结果相互印证. 本文得到的边缘强度值在 4 种算法中最高, 说明融合图像的边缘清晰, 细节信息丰富. 从算法运算时间上来看, 本文算法消耗时间比 NSCT 与 SIST 时间低, 主要是因为 NSCT 和 SIST 逆变换需要对方向滤波器组重新组合, 而本文逆模糊变换只需进行简单变换即可完成.

表 1 实验 1 定量评价结果

算法名称	<i>IE</i>	<i>ES</i>	<i>MI</i>	<i>PSNR</i>	<i>t/s</i>
WT 算法	4.924 5	0.559 5	5.364 1	18.587 4	4.75
NSCT 算法	5.136 2	0.545 7	5.269 4	17.865 3	18.84
SIST 算法	5.532 6	0.658 4	5.563 2	19.658 4	10.46
本文算法	6.536 2	0.696 8	5.824 5	21.635 2	5.14

表 2 实验 2 定量评价结果

算法名称	<i>IE</i>	<i>MI</i>	<i>SSIM</i>	<i>PSNR</i>	<i>t/s</i>
WT 算法	4.569 4	0.513 6	4.985 1	17.189 6	4.73
NSCT 算法	4.921 5	0.511 3	4.886 5	17.256 2	18.82
SIST 算法	5.261 4	0.598 2	5.152 4	17.856 3	10.44
本文算法	6.151 0	0.613 0	5.462 8	19.620 1	5.16

表 3 实验 3 定量评价结果

算法名称	<i>IE</i>	<i>MI</i>	<i>SSIM</i>	<i>PSNR</i>	<i>t/s</i>
WT 算法	4.852 3	0.523 4	5.324 8	17.854 4	5.23
NSCT 算法	5.032 0	0.522 7	4.525 6	17.124 0	19.35
SIST 算法	5.463 2	0.599 2	5.452 1	19.235 4	12.54
本文算法	6.554 1	0.668 4	5.885 6	21.302 5	5.36

根据实验结果与定量评价得出，本文提出的融合算法能够较好地完成 CT 与 MRI，CT 与 PET 以及 MRI 与 PET 医学图像融合，所得图像符合人眼视觉特性，边缘清晰且微小细节丰富，分辨率较高，能够有效避免医学融合图像边缘失真以及伪轮廓等现象。对融合图像进行 ES,IE,MI,PSNR 定量评价得到了较好表现，说明融合性能得到了较好改善。主要原因是本文算法利用模糊函数进行模糊变换，能够很好保持原始有用信号的良好性能，并且利用基于邻域最大熵的融合规则代替单个系数的融合规则，能够有效克服噪声敏感度、对比度和模糊效应，提高了融合算法性能。

4 总 结

医学图像融合要求尽可能准确、清晰以及丰富地表现输入图像所有特征并符合人类视觉系统。对此，本文提出了一种基于模糊变换耦合最大熵值的多模态医学图像融合算法。为了较好地保持多模态图像的信息，采用了能够很好保持原始有用信号的模糊变换，具有较强的噪声去除能力以及平滑能力，能成功保存图像的真实边缘，通过利用最大熵对模糊变换块进行融合，有效克服噪声敏感度、对比度和模糊效应，提高了融合算法性能。实验结果证明了本文算法在主观与客观评价中均获得了较好融合效果，融合图像具有丰富的细节与清晰边缘，相对其他融合技术，本文算法融合性能具有较大改善和提高。

参考文献：

[1] MANCHANDA M, SHARMA R. A Novel Method of Multimodal Medical Image Fusion Using Fuzzy Transform [J]. Journal of Visual Communication and Image Representation, 2016, 40: 197—217.

[2] VAJGL M, PERFILIEVA I, HODAKOVA P. Advanced F-Transform-Based Image Fusion [J]. Advances in Fuzzy Systems, 2012, 4(1): 82—86.

[3] WANG L, LI B, TIAN L F. EGGDD: an Explicit Dependency Model for Multi-Modal Medical Image Fusion in Shift-Invariant Shearlet Transform Domain [J]. Information Fusion, 2014, 19: 29—37.

[4] WANG Z M, HONG B. Entropy Based Multi-Resolution Visible-Infrared Image Fusion [C]//2012 IEEE Symposium on Electrical & Electronics Engineering. New York: IEEE Press, 2012: 639—643.

[5] 杨玉梅. 基于信息熵改进的 K-means 动态聚类算法 [J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版), 2016, 28(2): 254—259.

[6] CHAI Y, LI H F, ZHANG X Y. Multi-Focus Image Fusion Based on Features Contrast of Multi-Scale Products in Non-

Subsampled Contourlet Transform Domain [J]. Optik-International Journal for Light and Electron Optics, 2012, 123(7): 569—581.

[7] 郑洪英, 彭钟贤, 肖 迪. 加密医学图像中的视觉无损信息隐藏算法 [J]. 西南大学学报(自然科学版), 2014, 36(12): 157—161.

[8] SHEN R, CHENG I, BASU A. Cross-Scale Coefficient Selection for Volumetric Medical Image Fusion [J]. IEEE Transactions on Bio-medical Engineering, 2013, 60(4): 1069—1079.

The Medical Image Fusion Algorithm Based on Fuzzy Transformation and Maximum Entropy

WU Yin-fang

Jiangsu Nursing Career College, Hua'an Jiangsu, 223300, China

Abstract: In order to solve the defects such as blurring small details and edge information of the fused image in the transition region as well as distorted edge, the medical image fusion algorithm based on fuzzy transformation and maximum entropy was proposed in this paper. Firstly, the preparing fused image was divided into non overlapping image blocks with the same size; secondly, the fuzzy subblocks was obtained by introducing the fuzzy transformation to process the image blocks, and the new fusion subblocks was got by using the maximum entropy fusion rule to fuse these fuzzy subblocks. Then the new fusion subblocks was transformed by inverse fuzzy, and final fusion medical image was got by selecting the maximum fusion rule to fuse the subblocks which were obtained by inverse fuzzy transformation. Experimental results show that this algorithm has excellent performance in subjective evaluation and objective evaluation as edge strength, information entropy, mutual information and peak signal to noise ratio, which the edge and details of the fused image was more clear to overcome the edge blur and the false contour comparison with common medical image fusion algorithms.

Key words: medical image fusion; fuzzy transformation; maximum entropy; maximum entropy; fusion rule; mutual information

责任编辑 张 杓