第 43 卷 第 12 期 西南师范大学学报(自然科学版) 2018 年 12 月
Vol. 43 No. 12 Journal of Southwest China Normal University (Natural Science Edition) Dec. 2018

DOI:10.13718/j.cnki.xsxb.2018.12.007

具有一些特殊维数的不可约特征标的有限群①

高 聪, 吕 恒

西南大学 数学与统计学院,重庆 400715

摘要: 设 G 为有限非交换群,χ 是 G 的非线性不可约特征标,则有 $|G/\ker\chi|=t_\chi\cdot\chi(1)$ 对某个 $t_\chi\in\mathbb{N}$ 成立. 进一步地,若 $\chi(1)^2\,\big|\,|G/\ker\chi|$,则 G 为幂零群. 考虑一般情况,对满足 G 的任一非线性不可约特征标 χ 都有 $|G/\ker\chi|\leqslant p_m\chi(1)^2$ 的群 G 的结构得到初步结论,其中 p_m 为 $|G/\ker\chi|$ 的最大素因子. 利用有限单群分类定理证明群 G 一定非单.

关 键 词: 不可约特征标;核;维数;有限单群

中图分类号: O152.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-5471(2018)12-0030-06

对有限非交换群 G. 若 χ 是 G 的非线性不可约特征标,则有 $|G/\ker\chi|=t_\chi\cdot\chi(1)$ 对某个 $t_\chi\in\mathbb{N}$ 成立. 由此我们猜想 t_χ 对群 G 的结构起重要作用. 文献[1]证明了:若 $\chi(1)^2\,\big|\,|G/\ker\chi|$ 对 $\forall\chi\in\mathrm{Irr}(G)$ 成立,则群 G 为幂零群,并且此条件为 G 是幂零群的等价条件. 文献[2]证明了:若对任一非线性 $\chi\in\mathrm{Irr}(G)$ 都存在素数 $p=p_\chi$,使得 $|G/\ker\chi|=p\cdot\chi(1)^2$,则非交换群 G 为素幂阶群;若对任一非线性 $\chi\in\mathrm{Irr}(G)$,都存在自然数数 $t=t_\chi$,使得 $|G/\ker\chi|=t\cdot\chi(1)^2$,则非交换群 G 为直积的形式. 在文献[3]中,定理 22.2 表明若 G 为有限 p-群. $|G/\ker\chi|=p\cdot\chi(1)^2$ 对 G 的任一非主不可约特征标成立,则此条件等价于 G 为 CM_{p-1}-群. 即 $p-1$ 是最小的自然数,使得 G 的每个正规子群最多是 G 的 $p-1$ 个不可约特征标的核. 由此可见 $|G/\ker\chi|/\chi(1)$ 对群 G 的结构有一定的影响.

本文继续研究 $|G/\ker\chi|/\chi(1)$ 对群 G 的结构的影响. 我们考虑更一般的情况,即若 $|G/\ker\chi|\leqslant p_m\chi(1)^2$ 对非交换群 G 的任一非线性不可约特征标都成立,其中 p_m 为 $|G/\ker\chi|$ 的最大素因子. 利用单群分类定理可证此时 G 非单.

引理 1 若 G 为交错群 $A_n(n\geqslant5)$,则存在 G 的非线性不可约特征标 χ,使得 $|G|>p_m\chi(1)^2$,其中 p_m 为 $|G|$ 的最大素因子.

证 若 G 为交错群 $A_n(n\geqslant5)$. 由文献[4]知,S_n 有不可约特征标维数 $\chi(1)=n-1$,则 χ_{A_n} 一定含有非线性不可约成分 φ. 因为若 χ_{A_n} 的成分都为线性,由于 $A_n(n\geqslant5)$ 为单群,其线性成分只能为主特征标,即 $\chi_{A_n}=\chi(1)1_{A_n}$,因此 $A_n\subseteq\ker\chi$,$\chi\in\mathrm{Irr}(S_n/A_n)=\mathrm{Irr}(S_n/S'_n)$,故 $\chi(1)=1$,矛盾. 由文献[5]知 $\varphi(1)\mid\chi(1)$. 特别地,$\varphi(1)\leqslant\chi(1)$. 即是说 A_n 一定有维数不大于 $n-1$ 的非线性不可约特征标 φ,此时 $|G|>p_m\varphi(1)^2$.

---

① 收稿日期:2018-03-31

基金项目:国家自然科学基金项目(11671324,11471266).

作者简介:高 聪(1994-),女,硕士研究生,主要从事群论的研究.

通信作者:吕 恒,教授.

引理 2　若 G 为李型单群，则存在 G 的非线性不可约特征标 χ，使得 $|G| > p_m\chi(1)^2$，其中 p_m 为 $|G|$ 的最大素因子.

证　若 G 为李型单群，分 16 种情形讨论.

情形 1　$A_n(q)$，$n \geqslant 1$，$q = p^f$.

当 $n = 1$ 时，$|A_1(q)| = \dfrac{q(q+1)(q-1)}{(2, q-1)}$. 若 $p = 2$，由文献[6]知 $cd(G) = \{1, q, q-1, q+1\}$，取 G 的不可约特征标维数 $\chi(1) = q-1$. 易知 $|G|$ 的最大素因子 $p_m \leqslant q+1$，而 $\dfrac{|G|}{q+1} > \chi(1)^2$，故 $|G| > (q+1)\chi(1)^2 \geqslant p_m\chi(1)^2$. 若 p 为奇素数，当 $q = 5$ 时，$A_1(5) \cong A_1(4)$ 同 $p = 2$ 的情况；当 $q > 5$ 时，由文献[7]，取 G 的特征标维数 $\chi(1) = \dfrac{q+\varepsilon}{2}$，$\varepsilon = (-1)^{\frac{q-1}{2}}$，而 $\dfrac{|G|}{q+1} > \chi(1)^2$，故 $|G| > (q+1)\chi(1)^2 \geqslant p_m\chi(1)^2$.

当 $n = 2$ 时，$|A_2(q)| = \dfrac{q^3(q^3-1)(q^2-1)}{(3, q-1)}$. 若 $q = 3$，则 $|A_2(3)| = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 13$，由文献[8]，取 G 的不可约特征标维数 $\chi(1) = 12$ 即可；若 $q = 4$，则 $|A_2(4)| = 2^6 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$，由文献[8]，取 G 的不可约特征标维数 $\chi(1) = 20$ 即可；若 $q > 4$，由文献[7]，取 $\chi(1) = q(q+1)$，易知 $|G|$ 的最大素因子 $p_m \leqslant q^2+q+1$，而 $\dfrac{|G|}{q^2+q+1} > \chi(1)^2$，于是 $|G| > (q^2+q+1)\chi(1)^2 \geqslant p_m\chi(1)^2$.

当 $n \geqslant 3$ 时，$|A_n(q)| = \dfrac{q^{\frac{n(n+1)}{2}}(q^2-1)(q^3-1)\cdots(q^{n+1}-1)}{(n+1, q-1)}$. 由文献[9]知，$G$ 有不可约特征标维数 $\chi(1) = \dfrac{q^2(q^{n-2}-1)(q^{n+1}-1)}{(q-1)(q^2-1)}$. $|G|$ 的最大素因子 $p_m < q^{n+1}-1$，而

$$\frac{|G|}{q^{n+1}-1} = \frac{q^{\frac{n(n+1)}{2}}(q^2-1)(q^3-1)\cdots(q^n-1)}{(n+1, q-1)} \geqslant q^{\frac{n(n+1)}{2}}(q+1)(q^3-1)\cdots(q^n-1) > \chi(1)^2$$

于是 $|G| > (q^{n+1}-1)\chi(1)^2 > p_m\chi(1)^2$.

情形 2　$B_n(q)$，$n \geqslant 2$，$q = p^f$.

当 $n = 2$ 时，$q \geqslant 3$. $|B_2(q)| = \dfrac{q^4(q^2-1)(q^4-1)}{(2, q-1)}$. 由文献[9]知，$G$ 有不可约特征标维数 $\chi(1) = \dfrac{1}{2}q(q-1)^2$. 易知 $|G|$ 的最大素因子 $p_m \leqslant q^2+1$，而 $\dfrac{|G|}{q^2+1} > \chi(1)^2$，于是

$$|G| > (q^2+1)\chi(1)^2 \geqslant p_m\chi(1)^2$$

当 $n \geqslant 3$ 时，$|B_n(q)| = \dfrac{q^{n^2}(q^2-1)(q^4-1)\cdots(q^{2n}-1)}{(2, q-1)}$. 由文献[9]知，$G$ 有不可约特征标维数 $\chi(1) = \dfrac{1}{(q^2-1)^2}q^3(q^{2(n-2)}-1)(q^{2n}-1)$. $|G|$ 的最大素因子 $p_m \leqslant q^n+1$，而

$$\frac{|G|}{q^n+1} = \frac{1}{(2, q-1)}q^{n^2}(q^2-1)\cdots(q^{2(n-1)}-1)(q^n-1) \geqslant \frac{1}{2}q^{n^2}(q^2-1)\cdots(q^{2(n-1)}-1)(q^n-1) > \chi(1)^2$$

于是 $|G| > (q^n+1)\chi(1)^2 \geqslant p_m\chi(1)^2$.

情形 3　$C_n(q)$，$n \geqslant 3$，$q = p^f$.

由于 $|B_n(q)| = |C_n(q)|$，并且由文献[9]知，当 $n \geqslant 3$ 时，$C_n(q)$ 和 $B_n(q)$ 有相同如上的不可约特征标维数，故此情况同上.

情形 4　$D_n(q)$，$n \geqslant 4$，$q = p^f$.

当 $n = 4$ 时，若 $q = 2$，则 $|D_4(2)| = 2^{12} \cdot 3^5 \cdot 5^2 \cdot 7$，由文献[8]，取维数 $\chi(1) = 28$ 即可；若 $q = 3$，则 $|D_4(3)| = 2^{12} \cdot 3^{12} \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 13$，由文献[8]，取维数 $\chi(1) = 260$ 即可；若 $q > 3$，则 $|D_4(q)| = \dfrac{q^{12}(q^4-1)^2(q^2-1)(q^6-1)}{(4, q^4-1)}$，由文献[10]，取 G 的不可约特征标维数 $\chi(1) = \dfrac{1}{2}q^3(q+1)^4(q^2-q+1)$，易

知 $|G|$ 的最大素因子 $p_m < q^3+1$，而 $\dfrac{|G|}{q^3+1} > \chi(1)^2$，故 $|G| > (q^3+1)\chi(1)^2 > p_m\chi(1)^2$.

当 $n \geqslant 5$ 时，$|D_n(q)| = \dfrac{q^{n(n-1)}(q^n-1)(q^2-1)(q^4-1)\cdots(q^{2(n-1)}-1)}{(4,\ q^n-1)}$. 由文献[9]知，$G$ 有不可约特征标维数 $\chi(1) = \dfrac{q^6(q^{n-4}+1)(q^{2(n-3)}-1)(q^{2(n-1)}-1)(q^n-1)}{(q^2-1)^2(q^4-1)}$，而 $|G|$ 的最大素因子 $p_m < q^n-1$，于是

$$\frac{|G|}{q^n-1} = \frac{q^{n(n-1)}(q^2-1)(q^4-1)\cdots(q^{2(n-1)}-1)}{(4,\ q^n-1)}$$

又因为

$$\begin{aligned}&\frac{1}{4}q^{n(n-1)}(q^2-1)(q^4-1)\cdots(q^{2(n-1)}-1)-\chi(1)^2 = \\ &\frac{q^{12}(q^{n-4}+1)(q^{2(n-3)}-1)(q^{2(n-1)}-1)}{4(q^2-1)^4(q^4-1)^2}[q^{n(n-1)-12}(q^2-1)^5(q^4-1)^3\cdots \\ &(q^{2(n-2)}-1)-4(q^{n-4}+1)(q^{2(n-3)}-1)(q^{2(n-1)}-1)(q^n-1)^2]\end{aligned} \tag{1}$$

当 $n=5$ 时，(1) 式大于 0；当 $n \geqslant 6$ 时，由于：

$$q^{n(n-1)-12}(q+1)^6(q^2+1)^2 > (q^{2(n-3)}-1)(q^{2(n-1)}-1)(q^n-1)^2$$

$$q^{2(n-2)}-1 > 4(q^{n-4}+1)$$

于是(1) 式大于 0. 即 $\dfrac{|G|}{q^n-1} > \chi(1)^2$，故 $|G| > (q^n-1)\chi(1)^2 > p_m\chi(1)^2$.

情形 5 ${}^2A_n(q^2)$，$n \geqslant 2$，$q^2 = p^f$.

当 $n=2$ 时，$|{}^2A_2(q^2)| = \dfrac{q^3(q^3+1)(q^2-1)}{(3,\ q+1)}$. 由文献[7]知，$G$ 有不可约特征标维数 $\chi(1) = q(q-1)$，$|G|$ 的最大素因子 $p_m \leqslant q^2-q+1$，而 $\dfrac{|G|}{q^2-q+1} > \chi(1)^2$，故 $|G| > (q^2-q+1)\chi(1)^2 \geqslant p_m\chi(1)^2$.

当 $n \geqslant 3$ 时，若 n 为偶数，则

$$|{}^2A_n(q^2)| = \frac{q^{\frac{n(n+1)}{2}}(q^2-1)(q^3+1)(q^4-1)\cdots(q^{n+1}+1)}{(n+1,\ q+1)}$$

由文献[9]知 G 有不可约特征标维数 $\chi(1) = \dfrac{q^2(q^{n-2}-1)(q^{n+1}+1)}{(q+1)(q^2-1)}$. 易知 $|G|$ 的最大素因子 $p_m < q^{n+1}+1$，于是

$$\frac{|G|}{q^{n+1}+1} = \frac{1}{(n+1,\ q+1)}q^{\frac{n(n+1)}{2}}(q^2-1)(q^3+1)(q^4-1)\cdots(q^n-1)$$

又因为

$$\begin{aligned}&q^{\frac{n(n+1)}{2}}(q-1)(q^3+1)\cdots(q^n-1)-\chi(1)^2 = \\ &\frac{q^4(q^{n-2}-1)}{(q+1)^2(q^2-1)^2}[q^{\frac{n^2}{2}+\frac{n}{2}-4}(q+1)^2(q^2-1)^2(q-1)(q^3+1)\cdots(q^{n-1}+1)(q^n-1)-(q^{n-2}-1)(q^{n+1}+1)^2]\end{aligned} \tag{2}$$

当 $n=4$ 时，(2) 式大于 0；当 $n > 4$ 时，由于：

$$q^{\frac{n^2}{2}+\frac{n}{2}-4} > q^{n-2}-1 \qquad (q+1)^2(q^{n-1}+1) > q^{n+1}+1$$

$$(q+1)^2(q^n-1) > q^{n+1}+1$$

于是(2) 式大于 0. 即 $\dfrac{|G|}{q^{n+1}+1} > \chi(1)^2$，故 $|G| > (q^{n+1}+1)\chi(1)^2 > p_m\chi(1)^2$. 若 n 为奇数，则

$$|{}^2A_n(q^2)| = \frac{q^{\frac{n(n+1)}{2}}(q^2-1)(q^3+1)(q^4-1)\cdots(q^{n+1}-1)}{(n+1,\ q+1)}$$

由文献[9]知 G 有不可约特征标维数 $\chi(1) = \dfrac{q^3(q^{n-1}-1)(q^n+1)}{(q+1)(q^2-1)}$. 易知 $|G|$ 的最大素因子 $p_m < q^{n+1}-1$，

于是

$$\frac{|G|}{q^{n+1}-1}=\frac{1}{(n+1,\ q+1)}q^{\frac{n(n+1)}{2}}(q^2-1)(q^3+1)(q^4-1)\cdots(q^n+1)$$

又因为

$$q^{\frac{n(n+1)}{2}}(q-1)(q^3+1)\cdots(q^n+1)-\chi(1)^2=$$

$$\frac{q^6(q^{n-1}-1)(q^n+1)}{(q+1)^2(q^2-1)^2}[q^{\frac{n^2}{2}+\frac{n}{2}-6}(q+1)^2(q^2-1)^2(q-1)(q^3+1)\cdots(q^{n-2}+1)-(q^{n-1}-1)(q^n+1)] \quad (3)$$

当 $n=3$ 时，(3) 式大于 0；当 $n>3$ 时，由于：

$$q^{\frac{n^2}{2}+\frac{n}{2}-6}(q+1)^2>q^{n-1}-1 \qquad (q+1)^2(q^{n-2}+1)>q^n+1$$

于是(3) 式大于 0．即 $\frac{|G|}{q^{n+1}-1}>\chi(1)^2$，故 $|G|>(q^{n+1}-1)\chi(1)^2>p_m\chi(1)^2$.

情形 6　${}^2D_n(q^2)$，$n\geqslant 4$，$q^2=p^f$.

当 $n=4$ 时，$|{}^2D_4(q^2)|=\frac{q^{12}(q^6-1)(q^4+1)(q^4-1)(q^2-1)}{(4,\ q^4+1)}$. 由文献[9]知，$G$ 有不可约特征标维数 $\chi(1)=\frac{1}{2}q^3(q^4+1)(q^2-q+1)$．$|G|$ 的最大素因子 $p_m\leqslant q^4+1$，而

$$\frac{|G|}{q^4+1}=\frac{q^{12}(q^6-1)(q^4-1)(q^2-1)}{(4,\ q^4+1)}>\chi(1)^2$$

于是 $|G|>(q^4+1)\chi(1)^2\geqslant p_m\chi(1)^2$.

当 $n\geqslant 5$ 时，$|{}^2D_n(q^2)|=\frac{q^{n(n-1)}(q^n+1)(q^2-1)(q^4-1)\cdots(q^{2(n-1)}-1)}{(4,\ q^n+1)}$. 由文献[7]知，$G$ 有不可约特征标维数 $\chi(1)=\frac{q(q^{n-2}-1)(q^n+1)}{q^2-1}$．$|G|$ 的最大素因子 $p_m\leqslant q^n+1$，而

$$\frac{|G|}{q^n+1}=\frac{1}{(4,\ q^n+1)}q^{n(n-1)}(q^2-1)(q^4-1)\cdots(q^{2(n-1)}-1)\geqslant$$

$$\frac{1}{4}q^{n(n-1)}(q^2-1)(q^4-1)\cdots(q^{2(n-1)}-1)>\chi(1)^2$$

于是 $|G|>(q^n+1)\chi(1)^2\geqslant p_m\chi(1)^2$.

情形 7　${}^2B_2(q^2)$，$q^2=2^{2m+1}$.

由文献[11]知，G 有不可约特征标维数 $\chi(1)=\frac{\sqrt{2}}{2}q(q^2-1)$．易知 $|G|$ 的最大素因子 $p_m\leqslant q^4+1$，而 $\frac{|G|}{q^4+1}=q^4(q^2-1)>\chi(1)^2$，于是 $|G|>(q^4+1)\chi(1)^2\geqslant p_m\chi(1)^2$.

情形 8　${}^2G_2(q^2)$，$q^2=3^{2m+1}$.

由文献[12]知，G 有不可约特征标维数 $\chi(1)=q^4-q^2+1$．易知 $|G|$ 的最大素因子 $p_m<q^6+1$，而 $\frac{|G|}{q^6+1}=q^6(q^2-1)>\chi(1)^2$，于是 $|G|>(q^6+1)\chi(1)^2>p_m\chi(1)^2$.

情形 9　${}^3D_4(q^3)$，$q^3=p^f$.

由文献[9]知，G 有不可约特征标维数 $\chi(1)=q(q^4-q^2+1)$．易知 $|G|$ 的最大素因子 $p_m<q^8+q^4+1$，而 $\frac{|G|}{q^8+q^4+1}=q^{12}(q^6-1)(q^2-1)>\chi(1)^2$，于是 $|G|>(q^8+q^4+1)\chi(1)^2>p_m\chi(1)^2$.

情形 10　$G_2(q)$，$q=p^f$.

由文献[12]知，G 有不可约特征标维数 $\chi(1)=\frac{1}{3}q(q^2-1)^2$．易知 $|G|$ 的最大素因子 $p_m<q^3+1$，而

$\frac{|G|}{q^3+1}=q^6(q^3-1)(q^2-1)>\chi(1)^2$，于是 $|G|>(q^3+1)\chi(1)^2>p_m\chi(1)^2$.

情形11 ${}^2F_4(q^2)$，$q^2=2^{2m+1}$.

由文献[7]知，G有不可约特征标维数 $\chi(1)=\frac{\sqrt{2}}{2}q(q^4-1)(q^6+1)$. 易知 $|G|$ 的最大素因子 $p_m<q^{12}+1$，而$\frac{|G|}{q^{12}+1}=q^{24}(q^8-1)(q^6+1)(q^2-1)>\chi(1)^2$，于是 $|G|>(q^{12}+1)\chi(1)^2>p_m\chi(1)^2$.

情形12 $F_4(q)$，$q=p^f$.

由文献[12]知，G有不可约特征标维数 $\chi(1)=\frac{1}{4}q^4(q^6+1)(q^3-1)^2(q^2+1)(q-1)^2$. 易知 $|G|$ 的最大素因子 $p_m\leqslant q^4+1$，而$\frac{|G|}{q^4+1}>\chi(1)^2$，于是 $|G|>(q^4+1)\chi(1)^2\geqslant p_m\chi(1)^2$.

情形13 ${}^2E_6(q^2)$，$q^2=p^f$.

由文献[7]知，G有不可约特征标维数 $\chi(1)=\frac{1}{2}q^3(q^9+1)(q^5+1)(q^3+1)(q+1)$. 易知 $|G|$ 的最大素因子 $p_m<q^8+q^4+1$，而$\frac{|G|}{q^8+q^4+1}>\chi(1)^2$，于是 $|G|>(q^8+q^4+1)\chi(1)^2>p_m\chi(1)^2$.

情形14 $E_6(q)$，$q=p^f$.

由文献[7]知，G有不可约特征标维数 $\chi(1)=\frac{1}{2}q^3(q^9-1)(q^5-1)(q^3-1)(q-1)$. 易知 $|G|$ 的最大素因子 $p_m<q^8+q^4+1$，而$\frac{|G|}{q^8+q^4+1}>\chi(1)^2$，于是 $|G|>(q^8+q^4+1)\chi(1)^2>p_m\chi(1)^2$.

情形15 $E_7(q)$，$q=p^f$.

由文献[7]知，G有不可约特征标维数 $\chi(1)=\frac{1}{2}q^{11}(q^9-1)(q^7-1)(q^6+1)(q^5-1)(q^4+1)(q^3-1)(q^2+1)(q-1)^2$. 易知 $|G|$ 的最大素因子 $p_m<q^7+1$，而$\frac{|G|}{q^7+1}>\chi(1)^2$，于是 $|G|>(q^7+1)\chi(1)^2\geqslant p_m\chi(1)^2$.

情形16 $E_8(q)$，$q=p^f$.

由文献[7]知，G有不可约特征标维数 $\chi(1)=\frac{1}{2}q^{11}(q^{15}-1)(q^{12}+1)(q^{10}+1)(q^9-1)(q^7-1)(q^6+1)^2(q^5-1)(q^4+1)(q^3-1)^2(q^2+1)(q-1)$. 易知 $|G|$ 的最大素因子 $p_m\leqslant q^{10}+q^5+1$，而$\frac{|G|}{q^{10}+q^5+1}>\chi(1)^2$，于是 $|G|>(q^{10}+q^5+1)\chi(1)^2\geqslant p_m\chi(1)^2$.

引理3 若G为散在单群，则存在G的非线性不可约特征标χ，使得 $|G|>p_m\chi(1)^2$，其中 p_m 为 $|G|$ 的最大素因子.

证 由文献[8]可得散在单群的阶及最小非线性不可约特征标维数，这26种单群取最小维数时满足 $|G|>p_m\chi(1)^2$.

定理1 若 $|G/\ker\chi|\leqslant p_m\chi(1)^2$，$p_m$ 为 $|G/\ker\chi|$ 的最大素因子，对G的任一非线性不可约特征标χ都成立，则非交换群G一定非单.

证 利用有限单群分类定理，由引理1、引理2和引理3可得.

参考文献：

[1] LEWIS M L，GAGOLA S M. A Character Theoretic Condition Characterizing Nilpotent Groups [J]. Comm Algebra，1999，27(3)：1053－1056.

[2] BERKOVICH Y. Degrees，Kernels and Quasikernels of Monolithic Characters [J]. Amer Math Soc，2000，128(11)：

3211－3219.
[3] BERKOVICH Y. Groups of Prime Power Order Volume 1 [M]. Berlin：Walter de Gruyter，2008.
[4] RASALA R. On the Minimal Degrees of Characters of S_n [J]. J Algebra，1977，45(1)：132－181.
[5] ISAACS I M. Character Theory of Finite Groups [M]. London：Academic Press，1976.
[6] 梁登峰，李士恒，施武杰. 李型单群的一种特征标次数图 [J]. 西南师范大学学报(自然科学版)，2011，36(1)：26－30.
[7] WHITE D L. Degree Graphs of Simple Groups [J]. J Math，2009，39(5)：1713－1739.
[8] CONWAY J H，CURTIS R T，NORTON S P，et al. ATLAS of Finite Groups [M]. Oxford：Clarendon Press，1985.
[9] LEWIS M L，WHITE D L. Connectedness of Degree Graphs of Nonsolvable Groups [J]. J Algebra，2003，266(2)：51－76.
[10] WHITE D L. Degree Graphs of Simple Orthogonal and Symplectic Groups [J]. J Algebra，2008，319(2)：833－845.
[11] LUBECK F. Smallest Degrees of Representations of Exceptional Groups of Lie Type [J]. Comm Algebra，2006，29(5)：2147－2169.
[12] WHITE D L. Degree Graphs of Simple Groups of Exceptional Lie Type [J]. Comm Algebra，2004，32(9)：3641－3649.

Finite Groups with Special Degrees of Irreducible Characters

GAO　Cong，　LV　Heng

School of Mathematics and Statistics，Southwest University，Chongqing 400715，China

Abstract：Let G be a finite nonabelian group，χ be a nonlinear irreducible character of G. Then we have $|G/\ker\chi|=t_\chi\cdot\chi(1)$ for some $t_\chi\in\mathbb{N}$. Furthermore if $\chi(1)^2\,\big|\,|G/\ker\chi|$，then G is a nilpotent group. The paper considers a general situation，suppose $|G/\ker\chi|\leqslant p_m\chi(1)^2$ for every nonlinear irreducible character χ of G，where p_m is the largest prime divisor of $|G/\ker\chi|$，the group G is not simple by using the classification of finite simple groups.

Key words：irreducible character；kernel；degree；finite simple groups

责任编辑　廖　坤　崔玉洁