第 44 卷　第 3 期　　西南师范大学学报(自然科学版)　　2019 年 3 月
Vol. 44　No. 3　　Journal of Southwest China Normal University (Natural Science Edition)　　Mar.　2019

DOI:10.13718/j.cnki.xsxb.2019.03.001

条件 PA 序列的条件 H-R 型不等式①

李琴社，　冯德成，　王　英

西北师范大学 数学与统计学院，兰州 730070

摘要： 利用条件弱鞅的一个极大值不等式给出了条件 PA 序列的条件 H-R 型不等式，所得结论推广了相关文献中的结果.

关　键　词： 条件弱鞅；条件弱下鞅；条件 H-R 型不等式

中图分类号：O211.4　　**文献标志码：A**　　**文章编号：** 1000-5471(2019)03-0001-04

在本文中，用$\{X_n, n \geqslant 1\}$或$\{S_n, n \geqslant 1\}$表示定义在概率空间$(\Omega, \mathscr{A}, P)$上的随机变量序列. 记$S_0 = 0$，$X^+ = \max(0, X)$，$X^- = \max(0, -X)$，I_A表示集合A的示性函数.

设X和Y是定义在概率空间$(\Omega, \mathscr{A}, P)$上的随机变量，且$EX^2 < +\infty$，$EY^2 < +\infty$，$\mathscr{F}$是$\mathscr{A}$的子σ-代数. 定义X和Y的条件协方差($\mathscr{F}$-协方差)如下：

$$\mathrm{Cov}^{\mathscr{F}}(X, Y) = E^{\mathscr{F}}((X - E^{\mathscr{F}}X)(Y - E^{\mathscr{F}}Y))$$

其中$E^{\mathscr{F}}X$表示随机变量X的条件期望，即$E^{\mathscr{F}}X = E(X \mid \mathscr{F})$.

定义 1　设$\{S_n, n \geqslant 1\}$是一列随机变量序列，如果对任意的$j > i \geqslant 1$，都有

$$E^{\mathscr{F}}\{(S_j - S_i)f(S_1, S_2, \cdots, S_i)\} \geqslant 0 \qquad a.\ s.$$

其中f是任意分量不减函数，并且使上述条件期望有意义，则称$\{S_n, n \geqslant 1\}$为条件弱鞅($\mathscr{F}$-demimartingale)，如果进一步假设f是非负的，那么称$\{S_n, n \geqslant 1\}$为条件弱下鞅($\mathscr{F}$-demisubmartingale).

定义 2　称有限随机变量序列$\{X_i, 1 \leqslant i \leqslant n\}$在给定$\mathscr{F}$下是条件相协的($\mathscr{F}$-associated)，如果对定义在$\mathbb{R}^n$上的任意两个使下述条件协方差存在且分量不减的函数$f$和$g$，有

$$\mathrm{Cov}^{\mathscr{F}}\{f(X_1, \cdots, X_n), g(X_1, \cdots, X_n)\} \geqslant 0 \qquad a.\ s.$$

如果随机变量序列$\{X_n, n \geqslant 1\}$的任意有限子序列都是条件相协的，则称序列$\{X_n, n \geqslant 1\}$是条件 PA(Positively Associated)序列.

注 1　均值为零的条件 PA 序列的部分和序列是一个条件弱鞅.

设$\{X_n, n \geqslant 1\}$是均值为零的独立随机变量序列，且$\{b_n, n \geqslant 1\}$是不减的正实数序列，则对任意的$\varepsilon > 0$和任意的正整数$m \leqslant n$，都有

$$P\left(\max_{m \leqslant k \leqslant n}\left|\frac{\sum\limits_{j=1}^{k} X_j}{b_k}\right| > \varepsilon\right) \leqslant \varepsilon^{-2}\left(\frac{1}{b_m^2}\sum_{j=1}^{m} EX_j^2 + \sum_{j=m+1}^{n}\frac{EX_j^2}{b_j^2}\right)$$

该不等式被称为 H-R 型不等式[1]，此后很多学者对该不等式进行了研究[1-5]. 本文利用条件弱鞅的一个极大值不等式得到了条件 PA 序列的条件 H-R 型不等式，所得结果推广了文献[5]中的相关结论.

引理 1[6]　令$\{S_n, n \geqslant 1\}$是一个条件弱下鞅(或条件弱鞅)，$g(\cdot)$是一个不减的凸函数，且$E^{\mathscr{F}}g(S_n) < \infty$，$n \geqslant 1$，则$\{g(S_n), n \geqslant 1\}$是一个条件弱下鞅.

---

①　收稿日期：2017-11-22

基金项目：国家自然科学基金项目(11461061；11761064).

作者简介：李琴社(1993-)，女，硕士，主要从事随机分析及应用概率研究.

通信作者：冯德成，副教授，博士.

引理 2 若$\{S_n, n\geqslant 1\}$是条件弱鞅，则$\{S_n^+, n\geqslant 1\}$和$\{S_n^-, n\geqslant 1\}$是条件弱下鞅.

证 显然$g(x)=x^+=\max\{0, x\}$是不减的凸函数，则由引理1知$\{S_n^+, n\geqslant 1\}$是条件弱下鞅，取$Y_n=-S_n$，$n=1,2,\cdots$，则Y_n是条件弱鞅. 由引理1知$\{Y_n^+, n\geqslant 1\}$也是条件弱下鞅. 又因$Y_n^+=S_n^-$，故$\{S_n^-, n\geqslant 1\}$是条件弱下鞅.

引理 3 令$\{S_n, n\geqslant 1\}$是一个条件弱下鞅，$\{c_k, k\geqslant 1\}$是一正的不增的$\mathscr{F}$-可测随机变量序列，则对任意的$\mathscr{F}$-可测随机变量$\varepsilon>0$ $a.s.$有

$$\varepsilon P^{\mathscr{F}}\{\max_{1\leqslant k\leqslant n} c_k S_k\geqslant\varepsilon\}\leqslant\sum_{j=1}^{n}c_j E^{\mathscr{F}}(S_j^+-S_{j-1}^+)=c_1E^{\mathscr{F}}S_1^+ +\sum_{j=2}^{n}c_jE^{\mathscr{F}}(S_j^+-S_{j-1}^+)\ a.s.$$

证 类似于文献[7]中定理2.1的证明.

引理 4 设$\{S_n, n\geqslant 1\}$是一个条件弱鞅，且$\{c_k, k\geqslant 1\}$是一正的不增的$\mathscr{F}$-可测随机变量序列，若$v\geqslant 1$，且对任意的k有$E^{\mathscr{F}}(|S_k|^v)<\infty$ $a.s.$，则对任意的$\mathscr{F}$-可测随机变量$\varepsilon>0$ $a.s.$以及$1\leqslant n\leqslant N$，有

$$P^{\mathscr{F}}(\max_{n\leqslant k\leqslant N} c_k|S_k|\geqslant\varepsilon)\leqslant\frac{2}{\varepsilon^v}\Big(c_n^vE^{\mathscr{F}}|S_n|^v+\sum_{k=n+1}^{N}c_k^vE^{\mathscr{F}}(|S_k|^v-|S_{k-1}|^v)\Big)\ a.s.$$

证 令$g(x)=x^vI_{(x\geqslant 0)}$，则$g(x)$是一个不减的凸函数，从而有$g(S_k^+)=(S_k^+)^v$和$g(S_k^-)=(S_k^-)^v$. 因为$\{S_n, n\geqslant 1\}$是一个条件弱鞅，所以由引理1和引理2知$\{(S_n^+)^v, n\geqslant 1\}$和$\{(S_n^-)^v, n\geqslant 1\}$都是条件弱下鞅. 再由条件弱下鞅的定义，对任意的$m\geqslant 1$，$\{(S_n^+)^v, n\geqslant m\}$也是一个条件弱下鞅，从而由引理3有

$$P^{\mathscr{F}}\Big(\max_{n\leqslant k\leqslant N} c_k^v(S_k^+)^v\geqslant\frac{\varepsilon^v}{2}\Big)\leqslant\frac{2}{\varepsilon^v}\Big(c_n^vE^{\mathscr{F}}(S_n^+)^v+\sum_{k=n+1}^{N}c_k^v(E^{\mathscr{F}}(S_k^+)^v-E^{\mathscr{F}}(S_{k-1}^+)^v)\Big)\ a.s. \tag{1}$$

类似地，有

$$P^{\mathscr{F}}\Big(\max_{n\leqslant k\leqslant N} c_k^v(S_k^-)^v\geqslant\frac{\varepsilon^v}{2}\Big)\leqslant\frac{2}{\varepsilon^v}\Big(c_n^vE^{\mathscr{F}}(S_n^-)^v+\sum_{k=n+1}^{N}c_k^v(E^{\mathscr{F}}(S_k^-)^v-E^{\mathscr{F}}(S_{k-1}^-)^v)\Big)\ a.s. \tag{2}$$

由(1)和(2)式可得

$$P^{\mathscr{F}}(\max_{n\leqslant k\leqslant N}c_k|S_k|\geqslant\varepsilon)\leqslant P^{\mathscr{F}}\Big(\max_{n\leqslant k\leqslant N}c_k^v(S_k^+)^v\geqslant\frac{\varepsilon^v}{2}\Big)+P^{\mathscr{F}}\Big(\max_{n\leqslant k\leqslant N}c_k^v(S_k^-)^v\geqslant\frac{\varepsilon^v}{2}\Big)\leqslant$$
$$\frac{2}{\varepsilon^v}\Big(c_n^vE^{\mathscr{F}}|S_n|^v+\sum_{k=n+1}^{N}c_k^v(E^{\mathscr{F}}|S_k|^v-E^{\mathscr{F}}|S_{k-1}|^v)\Big)a.s.$$

当$\{X_n, n\geqslant 1\}$是一个条件PA序列时，由文献[5]的性质3知，$\{X_n-E^{\mathscr{F}}X_n, n\geqslant 1\}$是均值为零的条件PA序列，又因均值为零的条件PA序列的部分和序列是一个条件弱鞅，从而$\{S_n-E^{\mathscr{F}}S_n, n\geqslant 1\}$是一个条件弱鞅.

定理 1 设$\{X_n, n\geqslant 1\}$是一个条件PA序列，$\{b_n, n\geqslant 1\}$是一正的不减的$\mathscr{F}$-可测的随机变量序列，则对任意的$\mathscr{F}$-可测随机变量$\varepsilon>0$ $a.s.$和正整数m有

$$P^{\mathscr{F}}\Big(\max_{1\leqslant k\leqslant m}\Big|\frac{1}{b_k}(S_k-E^{\mathscr{F}}S_k)\Big|\geqslant\varepsilon\Big)\leqslant\frac{2}{\varepsilon^2}\Big(\sum_{k=1}^{m}\frac{\mathrm{Var}^{\mathscr{F}}(X_k)}{b_k^2}+\sum_{1\leqslant k\neq j\leqslant m}\frac{\mathrm{Cov}^{\mathscr{F}}(X_k, X_j)}{b_kb_j}\Big)\ a.s.$$

证 由引理4可得

$$P^{\mathscr{F}}(\max_{n\leqslant k\leqslant N}c_k|S_k-E^{\mathscr{F}}S_k|\geqslant\varepsilon)\leqslant$$
$$\frac{2}{\varepsilon^v}\Big(c_n^vE^{\mathscr{F}}|S_n-E^{\mathscr{F}}S_n|^v+\sum_{k=n+1}^{N}c_k^vE^{\mathscr{F}}(|S_k-E^{\mathscr{F}}S_k|^v-|S_{k-1}-E^{\mathscr{F}}S_{k-1}|^v)\Big)\ a.s.$$

令$c_k=\dfrac{1}{b_k}$，则有

$$P^{\mathscr{F}}\Big(\max_{n\leqslant k\leqslant N}\Big|\frac{1}{b_k}(S_k-E^{\mathscr{F}}S_k)\Big|\geqslant\varepsilon\Big)\leqslant$$
$$\frac{2}{\varepsilon^v}\Big(\frac{E^{\mathscr{F}}|S_n-E^{\mathscr{F}}S_n|^v}{b_n^v}+\sum_{k=n+1}^{N}\frac{E^{\mathscr{F}}(|S_k-E^{\mathscr{F}}S_k|^v-|S_{k-1}-E^{\mathscr{F}}S_{k-1}|^v)}{b_k^v}\Big)\ a.s. \tag{3}$$

在(3)式中取$n=1$，$N=m$，$v=2$，得

$$P^{\mathscr{F}}\Big(\max_{1\leqslant k\leqslant m}\Big|\frac{1}{b_k}(S_k-E^{\mathscr{F}}S_k)\Big|\geqslant\varepsilon\Big)\leqslant$$

$$\frac{2}{\varepsilon^2}\left(\frac{E^{\mathscr{F}}\mid S_1-E^{\mathscr{F}}S_1\mid^2}{b_1^2}+\sum_{k=2}^{m}\frac{E^{\mathscr{F}}(\mid S_k-E^{\mathscr{F}}S_k\mid^2-\mid S_{k-1}-E^{\mathscr{F}}S_{k-1}\mid^2)}{b_k^2}\right)\ a.\ s.$$

由于

$$E^{\mathscr{F}}(\mid S_k-E^{\mathscr{F}}S_k\mid^2-\mid S_{k-1}-E^{\mathscr{F}}S_{k-1}\mid^2)=$$
$$E^{\mathscr{F}}((S_k+S_{k-1}-E^{\mathscr{F}}S_k-E^{\mathscr{F}}S_{k-1})(S_k-S_{k-1}-E^{\mathscr{F}}S_k+E^{\mathscr{F}}S_{k-1}))=$$
$$E^{\mathscr{F}}((X_k+S_{k-1}+S_{k-1}-E^{\mathscr{F}}X_k-E^{\mathscr{F}}S_{k-1}-E^{\mathscr{F}}S_{k-1})(X_k-E^{\mathscr{F}}X_k))=$$
$$E^{\mathscr{F}}(X_k-E^{\mathscr{F}}X_k)^2+2E^{\mathscr{F}}((X_k-E^{\mathscr{F}}X_k)(S_{k-1}-E^{\mathscr{F}}S_{k-1}))\ a.\ s.$$

故

$$P^{\mathscr{F}}\left(\max_{1\leqslant k\leqslant m}\left|\frac{1}{b_k}(S_k-E^{\mathscr{F}}S_k)\right|\geqslant\varepsilon\right)\leqslant$$
$$\frac{2}{\varepsilon^2}\left(\frac{E^{\mathscr{F}}(X_1-E^{\mathscr{F}}X_1)^2}{b_1^2}+\sum_{k=2}^{m}\frac{E^{\mathscr{F}}(X_k-E^{\mathscr{F}}X_k)^2+2E^{\mathscr{F}}((X_k-E^{\mathscr{F}}X_k)(S_{k-1}-E^{\mathscr{F}}S_{k-1}))}{b_k^2}\right)=$$
$$\frac{2}{\varepsilon^2}\left(\sum_{k=1}^{m}\frac{E^{\mathscr{F}}(X_k-E^{\mathscr{F}}X_k)^2}{b_k^2}+2\sum_{k=2}^{m}\frac{E^{\mathscr{F}}((X_k-E^{\mathscr{F}}X_k)(S_{k-1}-E^{\mathscr{F}}S_{k-1}))}{b_k^2}\right)=$$
$$\frac{2}{\varepsilon^2}\left(\sum_{k=1}^{m}\frac{Var^{\mathscr{F}}(X_k)}{b_k^2}+\sum_{1\leqslant k\neq j\leqslant m}\frac{\mathrm{Cov}^{\mathscr{F}}(X_k,X_j)}{b_kb_j}\right)\ a.\ s.$$

推论 1　设$\{X_n, n\geqslant 1\}$是一个条件 PA 序列，$\{b_n, n\geqslant 1\}$是一正的不减的实数序列，则对任意的$\mathscr{F}$-可测随机变量$\varepsilon>0\ a.\ s.$和正整数n有

$$P^{\mathscr{F}}\left(\max_{1\leqslant k\leqslant n}\left|\frac{1}{b_k}(S_k-E^{\mathscr{F}}S_k)\right|\geqslant\varepsilon\right)\leqslant\frac{2}{\varepsilon^2}\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{\mathrm{Var}^{\mathscr{F}}(X_k)}{b_k^2}+2\sum_{k=1}^{n}\frac{\mathrm{Cov}^{\mathscr{F}}(X_k,S_{k-1})}{b_k^2}\right)a.\ s.$$

证　由于$\{b_n, n\geqslant 1\}$是正的不减的实数序列，故它关于$\mathscr{F}$可测. 同定理 1 的证明及

$$\sum_{k=2}^{n}\frac{E^{\mathscr{F}}((X_k-E^{\mathscr{F}}X_k)(S_{k-1}-E^{\mathscr{F}}S_{k-1}))}{b_k^2}=\sum_{k=1}^{n}\frac{\mathrm{Cov}^{\mathscr{F}}(X_k,S_{k-1})}{b_k^2}a.\ s.$$

易证.

定理 2　设$\{X_n, n\geqslant 1\}$是一个条件 PA 序列，$\{b_n, n\geqslant 1\}$是一正的不减的$\mathscr{F}$-可测随机变量序列，则对任意的$\mathscr{F}$-可测随机变量$\varepsilon>0\ a.\ s.$和正整数$m\leqslant u$有

$$P^{\mathscr{F}}\left(\max_{m\leqslant k\leqslant u}\left|\frac{1}{b_k}(S_k-E^{\mathscr{F}}S_k)\right|\geqslant\varepsilon\right)\leqslant$$
$$\frac{2}{\varepsilon^2}\left\{\sum_{k=1}^{m}\frac{\mathrm{Var}^{\mathscr{F}}(X_k)}{b_m^2}+\sum_{k=m+1}^{u}\frac{\mathrm{Var}^{\mathscr{F}}(X_k)}{b_k^2}+\sum_{1\leqslant k\neq j\leqslant m}\frac{\mathrm{Cov}^{\mathscr{F}}(X_k,X_j)}{b_m^2}+\sum_{1\leqslant k\neq j\leqslant u}\frac{\mathrm{Cov}^{\mathscr{F}}(X_k,X_j)}{b_kb_j}\right\}\ a.\ s.$$

证　在(3)式中取$n=m$，$N=u$，$v=2$有

$$P^{\mathscr{F}}\left(\max_{m\leqslant k\leqslant u}\left|\frac{1}{b_k}(S_k-E^{\mathscr{F}}S_k)\right|\geqslant\varepsilon\right)\leqslant$$
$$\frac{2}{\varepsilon^2}\left(\frac{E^{\mathscr{F}}(S_m-E^{\mathscr{F}}S_m)^2}{b_m^2}+\sum_{k=m+1}^{u}\frac{E^{\mathscr{F}}(X_k-E^{\mathscr{F}}X_k)^2+2E^{\mathscr{F}}((X_k-E^{\mathscr{F}}X_k)(S_{k-1}-E^{\mathscr{F}}S_{k-1}))}{b_k^2}\right)\ a.\ s.$$

由于

$$(S_m-E^{\mathscr{F}}S_m)^2=$$
$$((X_1-E^{\mathscr{F}}X_1)+\cdots+(X_m-E^{\mathscr{F}}X_m))((X_1-E^{\mathscr{F}}X_1)+\cdots+(X_m-E^{\mathscr{F}}X_m))=$$
$$\sum_{k=1}^{m}(X_k-E^{\mathscr{F}}X_k)^2+\sum_{1\leqslant k\neq j\leqslant m}(X_k-E^{\mathscr{F}}X_k)(X_j-E^{\mathscr{F}}X_j)\ a.\ s.$$

故

$$P^{\mathscr{F}}\left(\max_{m\leqslant k\leqslant u}\left|\frac{1}{b_k}(S_k-E^{\mathscr{F}}S_k)\right|\geqslant\varepsilon\right)\leqslant$$
$$\frac{2}{\varepsilon^2}\left(\frac{\sum_{k=1}^{m}E^{\mathscr{F}}(X_k-E^{\mathscr{F}}X_k)^2+\sum_{1\leqslant k\neq j\leqslant m}E^{\mathscr{F}}(X_k-E^{\mathscr{F}}X_k)(X_j-E^{\mathscr{F}}X_j)}{b_m^2}+\right.$$

$$\sum_{k=m+1}^{u} \frac{E^{\mathscr{F}}(X_k - E^{\mathscr{F}}X_k)^2 + 2E^{\mathscr{F}}((X_k - E^{\mathscr{F}}X_k)(S_{k-1} - E^{\mathscr{F}}S_{k-1}))}{b_k^2}\Bigg) =$$

$$\frac{2}{\varepsilon^2}\left\{\sum_{k=1}^{m} \frac{\mathrm{Var}^{\mathscr{F}}(X_k)}{b_m^2} + \sum_{k=m+1}^{u} \frac{\mathrm{Var}^{\mathscr{F}}(X_k)}{b_k^2} + \sum_{1 \leqslant k \neq j \leqslant m} \frac{\mathrm{Cov}^{\mathscr{F}}(X_k, X_j)}{b_m^2} + \sum_{1 \leqslant k \neq j \leqslant u} \frac{\mathrm{Cov}^{\mathscr{F}}(X_k, X_j)}{b_k b_j}\right\} a.\ s.$$

推论 2 设$\{X_n, n \geqslant 1\}$是一个条件 PA 序列，$\{b_n, n \geqslant 1\}$是一正的不减的实数序列，则对任意的$\mathscr{F}$-可测随机变量$\varepsilon > 0$ $a.\ s.$ 和正整数$m \leqslant n$有

$$P^{\mathscr{F}}\left(\max_{m \leqslant k \leqslant n}\left|\frac{1}{b_k}(S_k - E^{\mathscr{F}}S_k)\right| \geqslant \varepsilon\right) \leqslant$$

$$\frac{2}{\varepsilon^2}\left\{\sum_{k=1}^{m} \frac{\mathrm{Var}^{\mathscr{F}}(X_k)}{b_m^2} + \sum_{k=m+1}^{n} \frac{\mathrm{Var}^{\mathscr{F}}(X_k)}{b_k^2} + 2\sum_{k=1}^{m} \frac{\mathrm{Cov}^{\mathscr{F}}(X_k, S_{k-1})}{b_m^2} + 2\sum_{k=m+1}^{n} \frac{\mathrm{Cov}^{\mathscr{F}}(X_k, S_{k-1})}{b_k^2}\right\} a.\ s.$$

证 由于$\{b_n, n \geqslant 1\}$是正的不减的实数序列，故它关于$\mathscr{F}$可测. 由定理 2 的证明过程及

$$(S_m - E^{\mathscr{F}}S_m)^2 =$$
$$((X_1 - E^{\mathscr{F}}X_1) + \cdots + (X_m - E^{\mathscr{F}}X_m))((X_1 - E^{\mathscr{F}}X_1) + \cdots + (X_m - E^{\mathscr{F}}X_m)) =$$
$$\sum_{k=1}^{m}(X_k - E^{\mathscr{F}}X_k)^2 + 2\sum_{k=1}^{m}(X_k - E^{\mathscr{F}}X_k)(S_{k-1} - E^{\mathscr{F}}S_{k-1}) a.\ s.$$

易证结论成立.

注 2 文献[5]中定理 2,3,4,5 分别给出了条件 PA 序列的 4 个不同形式的条件 H-R 型不等式，本文在相同条件下也给出了条件 PA 序列的条件 H-R 型不等式. 显然，本文定理 1 和定理 2 推广了文献[5]中的定理 3 和定理 5，推论 1 和推论 2 推广了文献[5]中的定理 2 和定理 4.

参考文献：

[1] HÁJEK J, RÉNYI A. A Generalization of an Inequality of Kolmogorov [J]. Acta Mathematica Academiae Scientiarum Hungarica, 1955, 6(3-4): 281-283.

[2] RAO B L S P. Hajek-Renyi-Type Inequality for Associated Sequences [J]. Statistics and Probability Letters, 2002, 57(2): 139-143.

[3] SUNG H S. A Note on the Hajek-Renyi Inequality for Associated Random Variables [J]. Statistics and Probability Letters, 2008, 78(7): 885-889.

[4] HU S H, WANG X J, YANG W Z, et al. The Hajek-Renyi-Type Inequality for Associated Random Variables [J]. Statistics and Probability Letters, 2009, 79(15): 884-888.

[5] YUAN D M , YANG Y K. Conditional Versions of Limit Theorems for Conditionally Associated Random Variables [J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2011, 376(1): 282-293.

[6] CHRISTOFIDES T C, HADJIKYRIAKOU M. Conditional Demimartingales and Related Results [J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2013, 398(1): 380-391.

[7] CHRISTOFIDES T C. Maximal Inequalities for Demimartingales and a Strong Law of Large Numbers [J]. Statistics and Probability Letters, 2000, 50(4): 357-363.

On Conditional Hájeki-Rényi-Type Inequality for Conditional PA Sequences

LI Qin-she, FENG De-cheng, WANG Ying

College of Mathematics and Statistics, Normal University, Lanzhou 730070, China

Abstract: In this paper, the Hájeki-Rényi-type inequality for conditional PA sequences has been given and studied, which generalizes and improves the results in corresponding reference.

Key words: conditional demimartingale; conditional demisubmartingale; conditional Hàjeki-Rènye inequality

责任编辑 张 枸