

DOI:10.13718/j.cnki.xsxb.2019.05.019

基于学习与竞争的改进 PSO 算法研究^①

蔡 欢 欢

广西工商职业技术学院 财信系, 南宁 530003

摘要: 针对普通 PSO 算法收敛速率慢, 难以收敛到全局最优解的问题, 提出了一种基于学习与竞争的改进 PSO 算法. 该算法通过将种群内部学习和竞争的思想与 PSO 算法相结合, 让种群中个体通过竞争和学习策略来替代原有的 PSO 算法迭代公式. 该方法在不增加 PSO 算法计算复杂度的基础上, 能够克服基本 PSO 算法的不足. 最后基于动态系统的稳定性分析理论, 给出了该 PSO 算法收敛性的证明. 在 7 种不同的测试函数上对改进后的算法进行了实验测试. 实验结果表明该改进算法比传统的 PSO 算法有着更好的搜索精度. 结果证明, 新算法比普通的 PSO 算法具有更高的搜索精度和较低的时间复杂度. 改进算法求解函数优化问题更加有效, 收敛速率更快.

关 键 词: 学习; 竞争; PSO 算法; 收敛性

中图分类号: TP391

文献标志码: A

文章编号: 1000-5471(2019)05-0115-06

目前 PSO 算法应用十分广泛^[1-4]. 粒子群算法前期搜索容易导致收敛速度过快, 在某些情况下随机振荡现象会对算法后期搜索产生较大的影响, 容易限于局部极小值, 搜索精度大大的降低, 并且有时候还会导致算法的发散^[5], 对此衍生出了若干 PSO 新算法^[6-15].

在研究了 PSO 算法以及各种衍生的 PSO 新算法以后, 本文将学习与竞争思想引入到 PSO 算法中, 构造一种新的 PSO 算法.

1 改进的 PSO 算法

1.1 PSO 基础理论

状态属性

$$x_i^t = (x_{i1}^t, x_{i2}^t, \dots, x_{id}^t), x_{id}^t \in [L_d, U_d] \quad (1)$$

其中 x_i^t 表示粒子 i 在 t 时刻的位置, $[L_d, U_d]$ 表示 x_{id}^t 的取值范围.

$$v_i^t = (v_{i1}^t, v_{i2}^t, \dots, v_{id}^t), v_{id}^t \in [v_{\min, d}, v_{\max, d}] \quad (2)$$

其中 v_{id}^t 表示粒子 i 在 t 时刻的速度, $[v_{\min, d}, v_{\max, d}]$ 表示 v_{id}^t 的取值范围. 则 PSO 算法迭代更新公式为:

$$v_{id}^{t+1} = v_{id}^t + c_1 r_1 (p_{id}^t - x_{id}^t) + c_2 r_2 (p_{gd}^t - x_{id}^t) \quad (3)$$

$$x_{id}^{t+1} = x_{id}^t + v_{id}^{t+1} \quad (4)$$

式中: p_{id}^t 和 p_{gd}^t 分别为当前个体和前种群最优值; r_1, r_2 是均匀分布的随机数, 区间范围为 $(0, 1)$; c_1, c_2 表示根据问题设定的学习因子.

1.2 基于学习与竞争的改进 PSO 算法

图 1 是基于学习与竞争的 PSO 算法(简称 LC-PSO 算法)的主要过程, 首先计算种群的所有个体的适应值, 然后按照一定规则对种群个体适应值进行排序.

① 收稿日期: 2018-01-11

基金项目: 广西高校中青年教师基础能力提升项目(2017KY1219).

作者简介: 蔡欢欢(1980-), 男, 硕士, 副教授, 主要从事算法研究.

通过社会学习以后的修正项为

$$X_{i,j}(t+1)=\begin{cases} X_{i,j}(t)+\Delta X_{i,j}(t+1), & \text{if } P_i^L \leq P_i^L \\ X_{i,j}(t), & \text{otherwise} \end{cases}$$

(5)

其中: $X_{i,j}(t)$ 表示在 t 代时 j 维向量的第 i 个粒子的状态, P_i^L 表示第 i 个个体的学习概率. 个体 i 会随机向比自己好的个体进行学习而不一定是向最优个体学习.

如图 2 所示是 LC-PSO 算法中种群个体适应值排序过程, 按由高到低的顺序从左到右排列. 最左边的 1 表示适应值最好的个体, m 表示当前种群中适应值最差的个体. 依据社会学习的基本思想, 种群中适应值差的个体向好的个体进行学习, 则基于社会学习的 PSO 算法如式(6)所示:

$$\Delta X_{i,j}(t+1)=r_1(t)\Delta X_{i,j}(t)+r_2(t)I_{i,j}(t)+r_3(t)\epsilon C_{i,j}(t)$$

(6)

其中 $r_1(t), r_2(t), r_3(t)$ 为 0 到 1 的随机数,

$$\bar{X}_{i,j}(t)=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^m x_i^j$$

(7)

$$I_{i,j}(t)=X_{k,j}(t)-X_{i,j}(t)$$

(8)

$$C_{i,j}(t)=\bar{X}_{i,j}(t)-X_{i,j}(t)$$

(9)

对式(6)分析可知, $\Delta X_{i,j}(t+1)$ 由 3 部分构成: 第 1 部分为 $r_1(t)\Delta X_{i,j}(t)$, 与传统 PSO 相同; 第 2 部分为 $r_2(t)I_{i,j}(t)$, 表示较差个体向较好个体学习的过程, 具体为个体 i 向比自己好的个体 k 进行学习的结果; 第 3 部分为 $r_3(t)\epsilon C_{i,j}(t)$, 其中 ϵ 取值为较小的一个正数, 依据是所求问题规模. 这个部分表示的是种群的中心位置, 这个部分的作用是对算法的收敛性进行控制.

2 本文算法最优参数选择

本文提出的基于学习与竞争的改进 PSO 算法有 3 个参数需要确定, 分别为个体学习概率 P_i^L 、种群的规模 m 和社会学习概率参数 ϵ . 在大量实验的前提下, 给出了本文算法的参数选择规则. 种群规模

$$m=M+\left[\frac{n}{10}\right]$$

(10)

其中: M 表示的是本文算法中种群数量, n 表示求解优化问题的维数. 在经过大量的实验以后, 本文选取 $M=100$.

个体学习概率 P_i^L 对本文算法有着至关重要的影响作用, 适应值差的个体以学习概率 P_i^L 向适应值好的个体学习, 求解优化问题的困难程度与学习过程的困难程度成正比, 基于以上知识, 在式(11)中给出了 P_i^L 的表达式:

$$P_i^L=\left(1-\frac{i-1}{m}\right)^{\alpha \log \left(\left\lceil \frac{n}{M}\right\rceil\right)}$$

(11)

从(11)式可得出 P_i^L 和 i 成反比关系, 这反映了种群中适应值越好的个体作为被学习对象的可能性越大; 还可得出学习概率 P_i^L 与问题规模 n 成反比关系, 这反映了问题的规模越大则学习的速度越慢. 这样的法则能够保持该算法种群的多样性. 一般要求 $\alpha < 1$, 在本文中选取 $\alpha=0.5$.

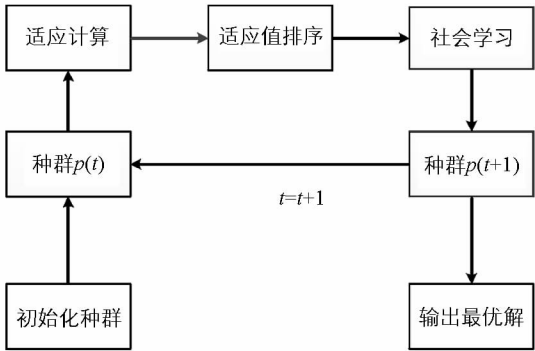


图 1 LC-PSO 算法过程

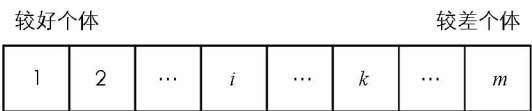


图 2 学习与竞争 PSO 算法的适应值排序过程

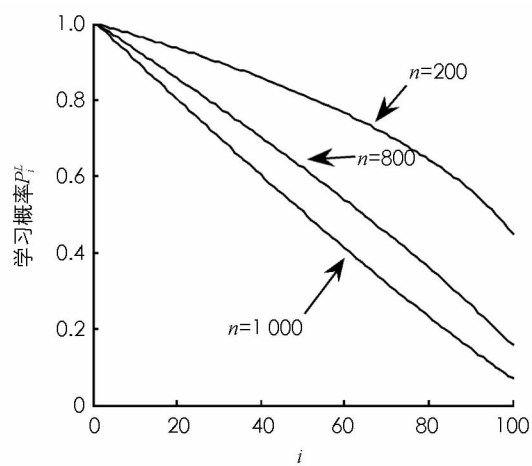


图 3 N 与学习概率的关系

ϵ 是用来控制算法迭代公式(6)中 $r_3(t) \in C_{i,j}(t)$ 的取值. 通过大量实验给出 ϵ 的表达式:

$$\epsilon = \beta \frac{n}{M} \quad (12)$$

其中 β 是一个较小的正数, 本文取 $\beta = 0.01$. 由(12)式可以得出: 问题规模与 ϵ 成正比关系, 而种群规模则与 ϵ 成反比关系.

3 改进的 PSO 算法收敛性分析

当 PSO 算法种群内部所有个体完全相同, 即种群不会再依据算法的迭代法则发生变化则认为该算法收敛. 根据改进 PSO 算法的迭代公式有:

$$X_{i,j}(t+1) = X_{i,j}(t) + \Delta X_{i,j}(t+1) \quad (13)$$

假设式(6)和式(7)中的随机数有确定的期望值. 对式(6)进行替换可以得到:

$$\Delta X_{i,j}(t+1) = \frac{1}{2} \Delta X_{i,j}(t) + \frac{1}{2} (X_{k,j}(t) - X_{i,j}(t)) + \frac{1}{2} c (\bar{X}_j(t) - X_{i,j}(t)) \quad (14)$$

令 $\theta = \frac{1+\epsilon}{2}$, $p = \frac{1}{1+\epsilon} X_{k,j}(t) + \frac{\epsilon}{1+\epsilon} \bar{X}_{i,j}(t)$, 带入到式(11)中可得:

$$X_{i,j}(t+1) = \frac{1}{2} X_{i,j}(t) + \theta (p - X_{i,j}(t))$$

$$X_{i,j}(t+1) = X_{i,j}(t) + \Delta X_{i,j}(t+1) \quad (15)$$

PSO 算法的寻优过程可以看做是一个动态系统变化的过程.

$$\mathbf{y}(t+1) = \mathbf{A}\mathbf{y}(t) + \mathbf{B}p \quad (16)$$

结合(16)式有

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} \Delta X_{i,j}(t) \\ X_{i,j}(t) \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\theta \\ \frac{1}{2} & 1-\theta \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \theta \\ \theta \end{bmatrix} \quad (17)$$

矩阵 $\mathbf{A}$ 在动态系统中称为状态矩阵, $\mathbf{B}$ 称为输出矩阵. 这个动态系统能否收敛是由矩阵 $\mathbf{A}$ 的特征值 λ 所决定的:

$$\lambda^2 - \left(\frac{3}{2} - \theta\right)\lambda + \frac{1}{2} = 0 \quad (18)$$

由此可以得到矩阵 $\mathbf{A}$ 的特征值为:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{3}{4} - \frac{\theta}{2} + \frac{\sqrt{\left(\frac{3}{2} - \theta\right)^2 - 2}}{2} \\ \lambda_2 &= \frac{3}{4} - \frac{\theta}{2} - \frac{\sqrt{\left(\frac{3}{2} - \theta\right)^2 - 2}}{2} \end{aligned} \quad (19)$$

该系统收敛的充分必要条件是矩阵 $\mathbf{A}$ 的特征值小于 1, 即 $|\lambda_2| < 1$, 由此可得

$$\omega = 0.9, c_1 = c_2 = 2 \quad (20)$$

在 PSO 算法中 n, M, β 一般都取大于 0 的常数, 所以上表达式都成立. 由此可知改进的 PSO 算法依然满足动态系统收敛的充分必要条件, 所以该算法收敛.

4 仿真实验

4.1 测试函数

采用 7 个测试函数进行仿真实验:

$$F_1 = \sum_{i=1}^n x_i^2$$

$$F_2 = \sum_{i=1}^n (ix_i^2)$$
$$F_3 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_j^2$$
$$F_4 = 10n + \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i)]$$
$$F_5 = \{-13 + x_1 + [(5 - x_2)x_2 - 2]x_2\}^2 + \{-29 + x_1 + [(1 + x_2)x_2 - 14]x_2\}^2$$
$$F_6 = (1.5 - x_1 + x_1x_2)2 + (2.25 - x_1 + x_1x_2^2)^2 + (2.625 - x_1 + x_1x^3x_2)^2$$
$$F_7 = 20 + e - 20\exp\left[-0.2\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i^2}\right] - \exp\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i)\right)$$

表 1 为每个对应的测试函数的自变量搜索范围；表 2 为本文 LC-PSO 算法与目前常规的 2 种改进 PSO 算法(LPSO 和 GPSO 算法)的参数设定. 将每种算法运行 200 次, 给出每种算法求解结果的平均值(表 3). 对比 3 种算法的求解结果发现, 相对于以往的 PSO 改进算法, 本文提出的 LC-PSO 算法是求解精度最高的一种算法, 即使面对复杂的函数优化问题也能够较好求出次优解. 同时由表 4 可知, LC-PSO 的计算时间总体上要小于其它两种改进的 PSO 算法. 这是由于与以往的改进算法相比, LC-PSO 算法在迭代公式的设计上并没有增加自适应参数或者混合算法的过程, 仅仅是通过学习与竞争的机制来体现种群的进化过程. 3 种算法迭代过程的变化图如图 4—10 所示.

表 3 实验结果

测试函数	GPSO	LPSO	LC-PSO
F_1	0.231	0	0
F_2	0	5.121	0
F_3	10.113	6.993	0
F_4	12.176	5.129	1.829
F_5	0.541	5.29e-2	6.98e-3
F_6	2.551	1.011	0.321
F_7	3.791	1.802	3.98e-2

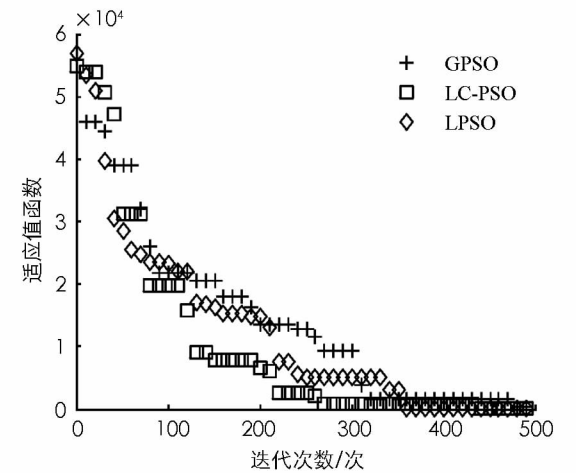


图 4 3 种算法在 F_1 上的测试结果

表 1 测试函数搜索范围

函数	搜索区间
F_1	$[-10.24, 10.24]$
F_2	$[-10.24, 10.24]$
F_3	$[-100, 100]$
F_4	$[-2.048, 2.048]$
F_5	$[-50, 50]$
F_6	$[-10, 10]$
F_7	$[-32.32]$

表 2 对比算法的参数选择

函数	参数值
GPSO	$\omega = 0.9 \quad c_1 = c_2 = 2$
LPSO	$\omega = 0.9 \quad c_1 = c_2 = 2$
LC-PSO	$\omega = 0.9 \quad c_1 = c_2 = 2$

表 4 计算时间统计 /s

测试函数	GPSO	LPSO	LC-PSO
F_1	34	42	30
F_2	45	41	31
F_3	56	58	45
F_4	68	72	68
F_5	61	51	53
F_6	44	48	40
F_7	61	65	66

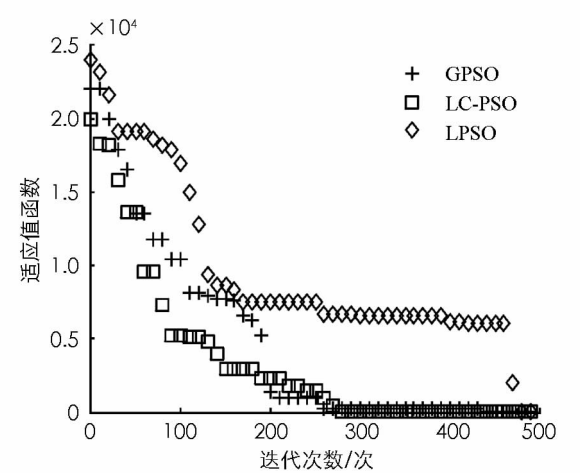


图 5 3 种算法在 F_2 上的测试结果

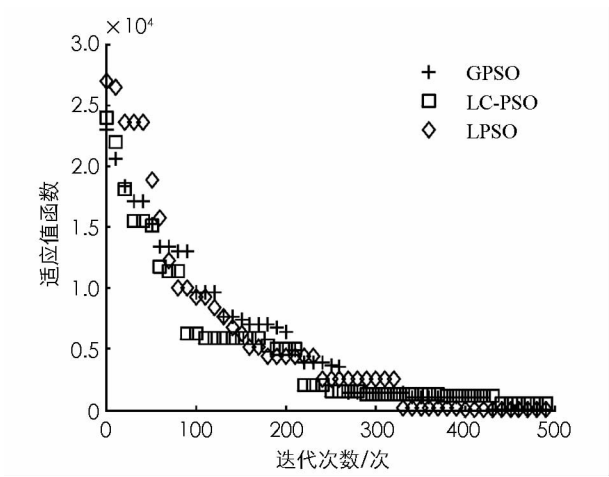


图 6 3 种算法在 F3 上的测试结果

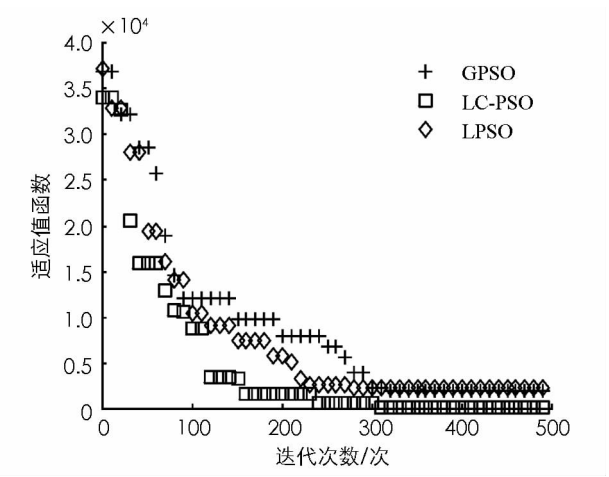


图 7 3 种算法在 F4 上的测试结果

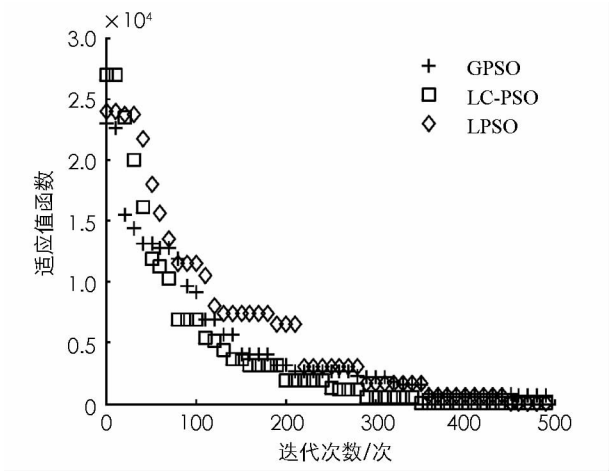


图 8 3 种算法在 F5 上的测试结果

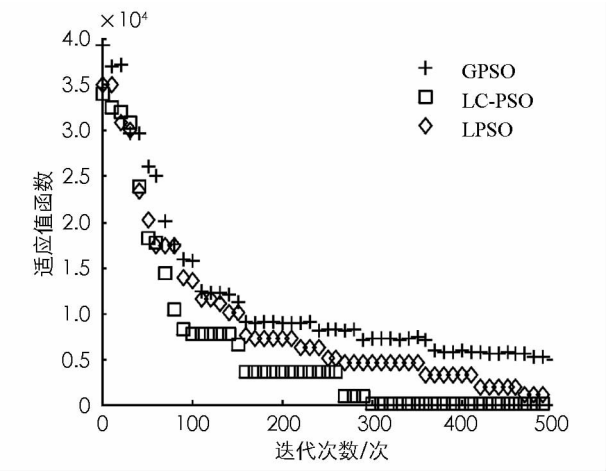


图 9 3 种算法在 F6 上的测试结果

由图 4—10 可知本文所给出的基于学习与竞争的改进 PSO 算法(LC-PSO)收敛速度更快, 计算结果更准确。

另外为了证明本文算法的优越性, 将本文算法与改进遗传算法(GA)^[16] 进行对比实验. 求解问题为非线性约束的二元函数优化问题, 数学模型为:

$$\begin{aligned} \min f(x, y) &= (x - 10)^3 + (y - 20)^3 \\ \text{s. t. } (x - 5)^2 + (y - 5)^2 - 100 &\geq 0 \\ 0 - (x - 6)^2 - (y - 5)^2 + 82.81 &\geq 0 \end{aligned} \quad (21)$$

其中: $13 \leq x \leq 100, 0 \leq y \leq 100$. 已知全局最优解为 $(x, y) = (14.095, 0.842\ 96)$, $F(x, y) = -6\ 961.813\ 381$. 实验结果见表 5.

表 5 2 种算法求解最优问题的实验结果

方法	进化代数 / 次	时间	最优解
改进 GA	500	42 h	$(x, y) = (14.095\ 010, 0.842\ 980\ 2)$ $F(x, y) = -6\ 961.792\ 000$
LC-PSO	20	10 s	$(x, y) = (14.095\ 000, 0.842\ 965\ 4)$ $F(x, y) = -6\ 961.809\ 000$

由表 5 中数据可知本文算法在求解精度和时间性能方面都优于改进 GA 算法。

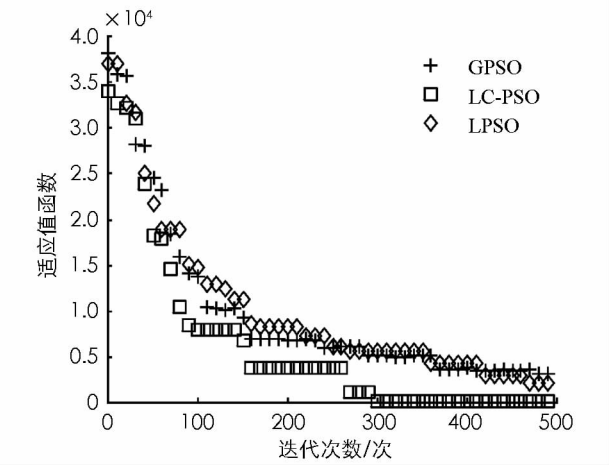


图 10 3 种算法在 F7 上的测试结果

5 结 论

本文提出了一种基于学习与竞争的粒子群算法(LC-PSO). 将学习和竞争的机制与基本的 PSO 算法结合, 让种群中适应值差的个体来学习适应值好的个体, 同时好的个体和差的个体之间相互竞争, 由此替代了基本 PSO 算法的迭代公式, 构成了新的 PSO 算法. 该算法在提高搜索精度和寻优能力的同时并没有增大算法的计算量. 该改进算法求解函数优化问题收敛速度更快, 计算结果更准确.

参考文献:

- [1] 蔡林益. 基于粒子群算法的云计算资源配置研究 [J]. 西南师范大学学报(自然科学版), 2017, 42(9): 128-132.
- [2] 沈海洋. 基于遗传 PSO 的无线传感网络覆盖优化算法研究 [J]. 微电子学与计算机, 2013, 30(3): 148-151.
- [3] 庄 夏. 基于并行粒子群和 RL 的无人机航路规划算法设计 [J]. 西南师范大学学报(自然科学版), 2016, 41(3): 31-36.
- [4] 周相兵. 一种基于粒子群优化的虚拟资源分配方法 [J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版), 2014, 26(5): 686-693.
- [5] 黄少荣. 粒子群优化算法综述 [J]. 计算机工程与设计, 2009, 30(8): 1977-1980.
- [6] 王铁君, 邬月春. 基于混沌粒子群算法的物流配送路径优化 [J]. 计算机工程与应用, 2011, 47(29): 218-221.
- [7] 靳其兵, 张 建, 权 玲, 等. 基于混合 PSO-SQP 算法同时实现多变量的结构和参数辨识 [J]. 控制与决策, 2011, 26(9): 1373-1376, 1381.
- [8] 李志华, 许 新, 黎作鹏, 等. PSO-MEA 混合优化算法及其收敛性分析 [J]. 微电子学与计算机, 2017, 34(6): 118-122, 127.
- [9] 王 甫, 郑亚平, 刘天琪. 一种基于调节因子的小生境粒子群优化算法 [J]. 计算机工程, 2014, 40(8): 147-151.
- [10] MAHI M, BAYKAN Ö K, KODAZ H. A New Hybrid Method Based on Particle Swarm Optimization, Ant Colony Optimization and 3-Opt Algorithms for Traveling Salesman Problem [J]. Applied Soft Computing, 2015, 30: 484-490.
- [11] GONG M G, CAI Q, CHEN X W, et al. Complex Network Clustering by Multiobjective Discrete Particle Swarm Optimization Based on Decomposition [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2014, 18(1): 82-97.
- [12] 阚超豪. 多向学习自适应的粒子群算法 [J]. 计算机工程与应用, 2013, 49(6): 23-28.
- [13] 胡 勇. 用随机模式和调整机制改进粒子群优化算法 [J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版), 2010, 22(1): 99-102.
- [14] THANH T P, THE L N, ELNAFFAR S, et al. LPSO: Another Algorithm for Workflow Scheduling in the Cloud [J]. Journal of Computer Science, 2016, 12(12): 611-617.
- [15] 李玲纯, 田 丽, 王 静. 免疫粒子群算法在变电站选址中的应用 [J]. 贵州师范大学学报(自然科学版), 2013, 31(5): 107-111.
- [16] 张 毅, 代恩灿, 罗 元. 基于改进遗传算法的移动机器人路径规划 [J]. 计算机测量与控制, 2016, 24(1): 313-316.

On a Modified PSO Algorithm Based on Learning and Competitiveness

CAI Huan-huan

Finance and Information Department of Guangxi Vocational College of Technology and Business, Nanning 530003, China

Abstract: As PSO algorithm for the general rate of convergence is slow and difficult to converge to the global optimal solution of the problem, a competition-based learning and improvement of PSO has been proposed in this paper. The algorithm by studying populations and competitive internal thoughts and PSO algorithm combined population of individuals so that by competing with each other and learning strategies to replace the original PSO algorithm iteration formula. This method based on PSO algorithm without increasing the computational complexity, can overcome the lack of basic PSO algorithm. Enhance searching precision. On seven different test functions for improved algorithm experimentally tested. Experimental results show that the improved algorithm than the traditional PSO algorithm has better search accuracy. The results prove that the new algorithm has higher precision and lower search time complexity than conventional PSO algorithm. The improved algorithm for solving function optimization problems more efficiently, faster convergence rate.

Key words: learning; competitiveness; PSO; convergence

责任编辑 张 构