DOI:10.13718/j.cnki.xsxb.2019.08.007

一类带非局部源的反应扩散方程解的整体存在与爆破[①]

赵阳洋，　崔泽建

西华师范大学 数学与信息学院，四川 南充 637002

摘要：研究了一类具有非局部内吸收和带有非线性 Neumann 边界条件的拟线性反应扩散方程的整体解和爆破解. 通过构造出适当的辅助函数，利用改进的微分不等式技巧，首先得到了整体解存在的充分条件，然后研究了解在有限时间的爆破，同时得到了解的爆破时间 t^* 的上界和下界估计.

关　键　词：反应扩散方程；爆破；非线性 Neumann 边界条件；非局部内吸收

中图分类号：O175.29　　**文献标志码：A**　　**文章编号：**1000-5471(2019)08-0034-05

本文考虑如下具有 Neumann 边界条件和带有非局部源的非线性抛物方程的初边值问题：

$$\begin{cases}(g(u))_t = \nabla \cdot (\rho(|\nabla u|^2)\nabla u) - b(x)f(u) & x \in \Omega \times (0, t^*) \\ \rho(|\nabla u|^2)\dfrac{\partial u}{\partial \upsilon} = h(u) & x \in \partial\Omega \times (0, t^*) \\ u(x, 0) = u_0(x) & x \in \overline{\Omega}\end{cases} \tag{1}$$

其中 $\Omega \subset \mathbb{R}^n (n \geqslant 2)$ 是非空具有光滑边界 $\partial\Omega$ 的有界区域，υ 是相对于 $\partial\Omega$ 的向外法向量. 若爆破发生，用 t^* 表示爆破时间；若不爆破，则用 $t^* = \infty$ 表示. 在整篇文章中，g 是属于 $C^2(\overline{\mathbb{R}_+})$ 的函数，且满足当 $s > 0$ 时，$g'(s) > 0$；ρ 是属于 $C^2(\overline{\mathbb{R}_+})$ 的函数；b 是属于 $C(\overline{\Omega})$ 的函数；f 和 h 都是属于 $C^1(\mathbb{R}_+)$ 的非负函数，u_0 是正函数且满足兼容条件. 其中函数 ρ 可符合不同的数学模型，例如：在流体动力学中，描述地下水运动的模型方程(多孔介质方程)中则退化为 $\rho(u) = 0$；在核反应堆的热传导方程中 $\rho(u) > 0$，且 $\rho(u)$ 没有上界.

近年来，关于扩散方程的研究可以参考文献[1-5]. 在很多情况下，这些方法用于研究局部源的反应扩散问题. 从某种意义上说，非局部模型比局部模型更接近实际问题，但现在许多局部理论已不再成立，为此我们通过一定改进的微分不等式，对反应扩散方程的非局部问题进行研究[6-11].

受以上工作的启发，本文研究方程(1)的整体解的存在性和爆破现象. 利用适当的微分不等式技巧，分别建立了在有限时间内存在整体解或者爆破的条件. 若爆破发生，我们推导出爆破时间的上界和下界估计.

为了得到方程解的整体存在性，假设函数 ρ, f, g, h 和 b 满足如下条件

$$b(x)f(s(x, t)) \geqslant b_1(s(x, t))^p \qquad h(s) \leqslant a_1 s^q \qquad \rho(s) \geqslant c_1 \qquad g'(s) \leqslant d_1 \qquad s > 0 \tag{2}$$

其中 $b_1 > 0, a_1 \geqslant 0, q > 1, p > 2q-1, l+1 > 0$. 最后，构造如下辅助函数：

---

① 收稿日期：2019-04-11

基金项目：国家自然科学基金项目(11301419)；西华师范大学英才科研项目(17YC382).

作者简介：赵阳洋(1995-)，女，硕士研究生，主要从事偏微分方程的研究.

通信作者：崔泽建，教授.

$$\Phi(t)=\int_{\Omega}\varphi(u(x,t))\mathrm{d}x \qquad t\geqslant 0 \qquad \varphi(s)=(l+1)\int_0^s g'(y)y^l\mathrm{d}y \tag{3}$$

定理 1　u 是方程(1)的非负古典解且条件(2)成立，则 u 在度量 $\Phi(t)$ 意义下整体存在.

证　由散度定理和条件(2)，可以得到

$$\Phi'(t)=\int_{\Omega}\varphi'(u)u_t\leqslant a_1(l+1)\int_{\partial\Omega}u^{l+q}\mathrm{d}s-\frac{4c_1 l}{l+1}\int_{\Omega}|\nabla u^{\frac{l+1}{2}}|^2\mathrm{d}x-(l+1)b_1\int_{\Omega}u^{p+l}\mathrm{d}x \tag{4}$$

$$\int_{\partial\Omega}u^{l+q}\mathrm{d}s\leqslant\frac{N}{\rho_0}\int_{\Omega}u^{l+q}\mathrm{d}x+\frac{(l+q)d_0}{\rho_0}\int_{\Omega}u^{l+q-1}|\nabla u|\mathrm{d}x \tag{5}$$

其中 $\rho_0=\min_{x\in\partial\Omega}(x\cdot\upsilon)$，$d_0=\max_{x\in\bar{\Omega}}|x|$. 现在对不等式(5)的右边使用 Young 不等式，得到

$$\frac{N}{\rho_0}\int_{\Omega}u^{l+q}\mathrm{d}x\leqslant\frac{1}{2}\int_{\Omega}u^{l+1}\mathrm{d}x+\frac{1}{2}\left(\frac{N}{\rho_0}\right)^2\int_{\Omega}u^{l+2q-1}\mathrm{d}x \tag{6}$$

$$\frac{(l+q)d_0}{\rho_0}\int_{\Omega}u^{l+q-1}|\nabla u|\mathrm{d}x\leqslant\frac{(l+q)^2d_0^2}{2\rho_0^2\theta_1}\int_{\Omega}u^{l+2q-1}\mathrm{d}x+\frac{2\theta_1}{(l+1)^2}\int_{\Omega}|\nabla u^{\frac{l+1}{2}}|^2\mathrm{d}x \tag{7}$$

其中 θ_1 为待定的正数. 将(5)－(7)式代入(4)式中，取 $\theta_1=\dfrac{2c_1 l}{a_1}$，结合 Hölder 不等式和 Young 不等式可以分别推出

$$\Phi'(t)\leqslant\frac{1}{2}a_1(l+1)\int_{\Omega}u^{l+1}\mathrm{d}x+a_1(l+1)\left[\frac{1}{2}\left(\frac{N}{\rho_0}\right)^2+\frac{(l+q)^2d_0^2}{2\rho_0\theta_1}\right]\int_{\Omega}u^{l+2q-1}\mathrm{d}x-(l+1)b_1\int_{\Omega}u^{p+l}\mathrm{d}x \tag{8}$$

$$\int_{\Omega}u^{l+2q-1}\mathrm{d}x\leqslant\alpha\kappa^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}\int_{\Omega}u^{l+1}\mathrm{d}x+(1-\alpha)\kappa\int_{\Omega}u^{p+l}\mathrm{d}x \tag{9}$$

其中 $\alpha=\dfrac{p-2q-1}{p-1}\in(0,1)$，且常数 κ 满足

$$0<\kappa<\frac{(l+1)b_1|\Omega|^{\frac{1-p}{l+1}}}{a_1(l+1)\left[\frac{1}{2}\left(\frac{N}{\rho_0}\right)^2+\frac{(l+q^2d_0^2)}{2\rho_0\theta_1}\right](1-\alpha)}$$

由 Hölder 不等式得

$$\int_{\Omega}u^{l+1}\mathrm{d}x\leqslant\left(\int_{\Omega}u^{p+l}\mathrm{d}x\right)^{\frac{l+1}{p+l}}|\Omega|^{1-\frac{l+1}{p+l}} \qquad \int_{\Omega}u^{p+l}\mathrm{d}x\geqslant\left(\int_{\Omega}u^{l+1}\mathrm{d}x\right)^{\frac{p+l}{l+1}}|\Omega|^{\frac{1-p}{l+1}} \tag{10}$$

将(9)式代入(8)式，可以得到

$$\Phi'(t)\leqslant K_1\int_{\Omega}u^{l+1}\mathrm{d}x-K_2\int_{\Omega}u^{p+l}\mathrm{d}x \tag{11}$$

其中

$$K_1=a_1(l+1)\ \frac{1}{2}+\left[\frac{1}{2}\left(\frac{N}{\rho_0}\right)^2+\frac{(l+q)^2d_0^2}{2\rho_0\theta_1}\right]\times\alpha\kappa^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}>0$$

$$K_2=b_1(l+1)-a_1(l+1)\left[\frac{1}{2}\left(\frac{N}{\rho_0}\right)^2+\frac{(l+q)^2d_0^2}{2\rho_0\theta_1}\right](1-\alpha)\kappa>0$$

将(10)式代入(11)式，(2)式代入(3)式，分别得到

$$\Phi'(t)\leqslant K_3\left(\int_{\Omega}u^{p+l}\mathrm{d}x\right)^{\frac{l+1}{p+l}}-K_2\int_{\Omega}u^{p+l}\mathrm{d}x\leqslant\left(\int_{\Omega}u^{p+l}\mathrm{d}x\right)^{\frac{l+1}{p+l}}\left[K_3-K_4\left(\int_{\Omega}u^{l+1}\mathrm{d}x\right)^{\frac{p-1}{l+1}}\right] \tag{12}$$

$$\varphi(u)=(l+1)\int_o^u g'(y)y^l\mathrm{d}y=d_1u^{l+1}\cdot\int_{\Omega}u^{l+1}\mathrm{d}x\geqslant\frac{1}{d_1}\int_{\Omega}\varphi(u)\mathrm{d}x=\frac{1}{d_1}\Phi(t) \tag{13}$$

将(13)式代入(12)式，推导出

$$\Phi'(t)\leqslant\left(\int_{\Omega}u^{p+l}\mathrm{d}x\right)^{\frac{l+1}{p+l}}\left[K_3-K_4d_1^{\frac{1-p}{l+1}}\Phi(t)^{\frac{p-1}{l+1}}\right]$$

且 $K_3=K_1|\Omega|^{1-\frac{l+1}{p+l}}>0$，$K_4=K_2|\Omega|^{\frac{-(p-1)^2}{(l+1)(p+l)}}>0$. 由于 $p>1$，则有 $\dfrac{p-1}{l+1}>0$ 成立. 定理 1 证明完毕.

现在，构造以下辅助函数：

$$E(s)=2\int_0^s \eta g'(\eta)\mathrm{d}\eta \qquad F(s)=\int_0^s f(\eta)\mathrm{d}\eta \qquad P(s)=\int_0^s \rho(\eta)\mathrm{d}\eta \qquad H(s)=\int_0^s h(\eta)\mathrm{d}\eta \qquad s>0 \tag{14}$$

$$\Phi(t)=\int_\Omega E(u(x,t))\mathrm{d}x,\ \Psi(t)=2\int_{\partial\Omega} H(u)\mathrm{d}s-\int_\Omega P(|\nabla u|^2)\mathrm{d}x-2\int_\Omega b(x)F(u)\mathrm{d}x \qquad t\geqslant 0 \tag{15}$$

定理 2 假设 u 为方程(1) 的非负古典解. 函数 ρ, f, h, g 和 b 满足

$$\rho(s)s\leqslant(1+a)p(S) \qquad g''(s)\leqslant 0 \qquad sh(s)\geqslant 1(1+a)H(s) \qquad s>0 \tag{16}$$

$$\int_\Omega b(x)s(x,t)f(s(x,t))\mathrm{d}x\leqslant 2(1+a)\int_\Omega b(x)F(s(x,t))\mathrm{d}x \qquad s>0 \tag{17}$$

a 为非负数. 且假设初始值 $\Psi(0)>0$. 则方程(1) 的解 $u(x,t)$ 在度量 $\Phi(t)$ 的意义下必在有限时间 t^* 爆破，且 $t^*\leqslant T$，其中：当 $a>0$ 时，$T=\dfrac{\Phi(o)}{2a(1+a)\Phi(0)}$；当 $a=0$ 时，$T=\infty$.

证 利用条件(16) 和(17)，以及散度定理和格林公式，分别得到

$$\Phi'(t)\geqslant 4(1+a)\int_{\partial\Omega}H(u)\mathrm{d}s-2(1+a)\int_\Omega P(|\nabla u|^2)\mathrm{d}x-4(1+a)\int_\Omega b(x)F(u)\mathrm{d}x=2(1+a)\Psi(t) \tag{18}$$

$$\Psi'(t)=2\int_{\partial\Omega}h(u)u_t\mathrm{d}s-2\int_\Omega\rho(|\nabla u|^2)(\nabla u\cdot\nabla u_t)\mathrm{d}x-2\int_\Omega b(x)f(u)u_t\mathrm{d}x=2\int_\Omega g'(u)u_t^2\mathrm{d}x\geqslant 0 \tag{19}$$

因为 $\Psi(0)>0$，由此对 $t\in(0,t^*)$，都有 $\Psi(t)>0$. 再利用 Hölder 不等式和(16) 式可分别推出

$$2(1+a)\Psi(t)\Phi'(t)\leqslant(\Phi'(t))^2=4\left(\int_\Omega g'(u)u_tu\mathrm{d}x\right)^2\leqslant 4\left(\int_\Omega g'(u)u^2\mathrm{d}x\right)\left(\int_\Omega g'(u)u_t{}^2\mathrm{d}x\right) \tag{20}$$

$$E(u)=2\int_0^u\eta g'(\eta)\mathrm{d}\eta=\int_0^u g'(\eta)d(\eta^2)=g'(u)u^2-\int_0^u\eta g''(\eta)\mathrm{d}\eta\geqslant g'(u)u^2 \tag{21}$$

将(21) 式代入(20) 式可得

$$(1+a)\Psi(t)\Phi'(t)\leqslant 2\left(\int E(u)\mathrm{d}x\right)\left(\int_\Omega g'(u)u_t{}^2\mathrm{d}x\right)\leqslant\Phi(t)\Psi'(t) \qquad (\Psi(t)\Phi^{-(1+a)}(t))'\geqslant 0 \tag{22}$$

将不等式(22) 两边同时关于时间，从 0 到 t 进行积分，并且由(18) 式可知

$$\Psi(t)\Phi^{-(1+a)}(t)\geqslant\Psi(0)\Phi^{-(1+a)}(0) \qquad \Phi'(t)\Phi^{-(1+a)}(t)\geqslant 2(1+a)\Psi(0)\Phi^{-(1+a)}(0) \tag{23}$$

当 $a>0$ 时，对(23) 式第二个不等式在$[o,t]$上进行积分，得到 $\Phi^{-a}(t)\leqslant-2a(1+a)\Psi(0)\Phi^{-(1+a)}(0)t+\Phi^{-a}$，则 $\Phi(t)$ 必在有限时刻 $t^*\leqslant T$ 处爆破，即当 $t\to T=\dfrac{\Phi(0)}{2a(1+a)\Psi(0)}$ 时，$\Phi(t)\to\infty$. 因此：当 $a>0$ 时，$t^*\leqslant T=\dfrac{\Phi(0)}{2a(1+a)\Psi(0)}$；当 $a=0$ 时，从(23) 式可知 $\Phi(t)\geqslant\Phi(0)\mathrm{e}^{2\Phi^{-1}(0)\Psi(0)t}$，对所有 $t>0$ 成立，即 $T=\infty$.

定理 3 假定 $\Omega\subset\mathbb{R}^n(n\geqslant 3)$ 是非空且具有光滑边界的有界区域. u 为方程(1) 的非负古典解，而且在 t^* 处爆破，函数 ρ 和 h 满足条件(2)，函数 f 和 b 满足

$$b(x)f(s(x,t))\geqslant b_1(s(x,t))^p\left(\int_\Omega(s(x,t))^{l+1}\mathrm{d}x\right)^m \qquad g'(s)\geqslant d_2>0 \tag{24}$$

其中 $b_1>0$，$a_1\geqslant 0$，$q>1$，$l+1>0$，$m>0$. l 满足 $1<m(l+1)+p\leqslant 2q-1$，$l+1>4(N-2)(q-1)$. 则有 $t^*\geqslant T=\displaystyle\int_{\Phi(0)}^\infty\frac{\mathrm{d}\tau}{k_1\tau+k_2+k_3\tau^{\frac{3(N-2)}{3N-8}}}$.

证 首先，对函数 $\Phi(t)$ 进行求导. 利用格林公式，并由(6)，(7)，(10) 和(24) 式，可以推出

$$\Phi'(t)\leqslant\frac{1}{2}a_1(l+1)\int_\Omega u^{l+1}\mathrm{d}x+a_1(l+1)\left[\frac{1}{2}\left(\frac{N}{\rho_0}\right)^2+\frac{(l+q)^2d_0^2}{2\rho_0\beta_1}\right]\int_\Omega u^{l+2q-1}\mathrm{d}x+$$
$$\left(\frac{2a_1\beta_1-4c_1l}{l+1}\right)\int_\Omega|\nabla u^{\frac{l+1}{2}}|^2\mathrm{d}x-(l+1)b_1|\Omega|^{\frac{1-p}{l+1}}\left(\int_\Omega u^{l+l}\mathrm{d}x\right)^{\frac{p+1}{l+1}+m} \tag{25}$$

其中 β_1 是待定常数. 结合 Hölder 不等式和 Young 不等式，可以得到

$$\int_\Omega u^{l+2q-1}\mathrm{d}x\leqslant\lambda_1|\Omega|+\lambda_2\int_\Omega u^{\frac{(l+1)(2N-3)}{2(N-2)}}\mathrm{d}x \tag{26}$$

其中

$$\lambda_1=1-\frac{2(l+2q-1)(N-2)}{(l+1)(2N-3)}$$

$$\lambda_2=\frac{2(l+2q-1)(N-2)}{(l+1)(2N-3)}$$

且 $\lambda_1,\lambda_2\in(0,1)$. 对(26)式利用 Schwarz 不等式

$$\int_\Omega u^{\frac{(l+1)(2N-3)}{2(N-2)}}\mathrm{d}x\leqslant\left(\int_\Omega u^{l+1}\mathrm{d}x\right)^{\frac{3}{4}}\left(\int_\Omega\left(u\,\frac{l+1}{2}\right)^{\frac{2N}{N-2}}\mathrm{d}x\right)^{\frac{1}{4}}\tag{27}$$

当 $N\geqslant3$ 时，由文献[12]中的 Sobolev 不等式，利用 Young 不等式得到

$$\int_\Omega u^{\frac{(l+1)(2N-3)}{2(N-2)}}\mathrm{d}x\leqslant C_b\left(\int_\Omega u^{l+1}\mathrm{d}x\right)^{\frac{2N-3}{2(N-2)}}+\frac{(3N-8)C_b^{\frac{4(N-2)}{3N-8}}}{4(N-2)\beta_2^{\frac{N}{3N-8}}}\left(\int_\Omega u^{l+1}\mathrm{d}x\right)^{\frac{3(N-2)}{3N-8}}+\frac{N\beta_2}{4(N-2)}\int_\Omega|\nabla u^{\frac{l+1}{2}}|^2\mathrm{d}x\tag{28}$$

其中：当 $N=3$ 时，$C_b=2^{\frac{1}{2}}(C_s^{\frac{3}{2}})$；当 $N>3$ 时，$C_b=(c_s^{\frac{N}{2(N-2)}})$. $\beta_2>0$ 是待定常数. 由 Young 不等式得

$$\left(\int_\Omega u^{l+1}\mathrm{d}x\right)^{\frac{2N-3}{2(N-2)}}\leqslant\lambda_3\beta_3^{-\frac{\lambda_4}{\lambda_3}}\left(\int_\Omega u^{l+1}\mathrm{d}x\right)^{\frac{3(N-2)}{3N-8}}+\lambda_4\beta_3\left(\int_\Omega u^{l+1}\mathrm{d}x\right)^{\frac{p+l}{l+1}+m}\tag{29}$$

其中

$$\lambda_3=\frac{(3N-8)[(2N-3)(L+1)-2m(N-2)(L+1)-2(N-2)(p+l)]}{2(N-2)[3(N-2)(L+1)-m(3N-8)(l+1)-(p+l)(3N-8)]}$$

$$\lambda_3=\frac{(l+1)[6(N-2)^2-2(N-3)(3N-8)]}{2(N-2)[3(N-2)(L+1)-m(3N-8)(l+1)-(p+l)(3N-8)]}$$

$\lambda_3+\lambda_4=1$，$\beta_3>0$ 为待定常数. 把(26),(28)式和(29)式代入到(25)式中，得到

$$\Phi'(t)\leqslant\omega_1\int_\Omega u^{l+1}\mathrm{d}x+\omega_2+\omega_3\left(\int_\Omega u^{l+1}\mathrm{d}x\right)^{\frac{3(N-2)}{3N-8}}+\omega_4\int_\Omega|\nabla u^{\frac{l+1}{2}}|^2\mathrm{d}x+\omega_5\left(\int u_\Omega^{l+l}\mathrm{d}x\right)^{\frac{p+1}{l+1}+m}\tag{30}$$

其中

$$\omega_1=\frac{1}{2}(l+1)a_1\qquad\omega_2=\lambda_1\omega_6\,|\,\Omega\,|\qquad\omega_3=\omega_6\lambda_2[C_b\lambda_3\beta_3^{-\frac{\lambda_4}{\lambda_3}}]\qquad4\omega_4=\frac{2a_1\beta_1-4c_1l}{l+1}+\omega_6\frac{N\beta_2}{4(N-2)}$$

$$\omega_5=\lambda_2C_b\lambda_4\beta_3\omega_6-(l+1)b_1\,|\,\Omega\,|^{\frac{l-p}{l+1}}4\qquad\omega_6=a_1(l+1)\left[\frac{1}{2}\left(\frac{N}{\rho_0}\right)^2+\frac{(l+q)^2d_0^2}{2\rho_0^2\beta_1}\right]$$

由(3)式和(24)式，可得

$$\varphi(u)=(l+1)\int_o^u g'(y)y^l\mathrm{d}y\geqslant=d_2u^{l+1}\qquad\int_\Omega u^{l+1}\mathrm{d}x\leqslant\frac{1}{d_2}\int_\Omega\varphi(u)\mathrm{d}x=\frac{1}{d_2}\Phi(t)\tag{31}$$

取定 β_1，使其满足 $0<\beta_1<\dfrac{2c_1l}{a_1}$，然后再取 $\beta_2=\dfrac{8(2c_1l-a_1\beta_1)(N-2)}{\omega_6N(l+1)}$，使得 $\omega_4=0$，同时取 $\beta_3=\dfrac{(l+1)b_1\,|\,\Omega\,|^{\frac{l-p}{l+1}}}{\lambda_2C_b\lambda_4\omega_6}$，使得 $\omega_5=0$. 将(31)式代入(30)式可得

$$\Phi'(t)\leqslant\omega_1d_2^{-1}\Phi(u)+\omega_2+\omega_3d_2^{\frac{3(2-N)}{3(N-8)}}\Phi(u)^{\frac{3(N-2)}{3N-8}}$$

如果 $\lim\limits_{t\to t^*}\Phi(t)=\infty$，对此式子两边关于时间 t 在$[0,t^*]$上进行积分，可化简为

$$t^*\geqslant T=\int_{\Phi(0)}^{\infty}\frac{\mathrm{d}\tau}{k_1\tau+k_2+k_3\tau^{\frac{3(N-2)}{3N-8}}}$$

参考文献：

[1] STRAUGHAN B. Explosive Instabilities in Mechanics [M]. Berlin：Springer，1998.

[2] QUITTNER R，SOUPLET P. Superlinear Parabolic Problems：Blow-up，Global Existence and Steady States [M]. Basel：Birkhauser，2007.

[3] HU B. Blow-up Theories for Semilinear Parabolic Equations [M]. Berlin：Springer，2011.

[4] 刘芮琪，吴行平，唐春雷．高维空间中一类奇异 Kirchhoff 型问题正解的存在性[J]．西南大学学报(自然科学版)，2016，38(4)：67-71.

[5] DENG K，LEVINE H A. The Role of Critical Exponents in Blow-up Theorems：The Sequel[J]. J Math Anal Appl，2000，243：85-126.

[6] 李红英．一类非局部问题的多解性[J]．西南师范大学学报(自然科学版)，2017，42(6)：24-27.

[7] 唐之韵，欧增奇．一类非局部问题解的存在性与多重性[J]．西南大学学报(自然科学版)，2018，40(4)：48-52.

[8] BAO A G，SONG X F. Bounds for the Blow-up Time of the Solutions to Quasi-Linear Parabolic Problems[J]. Z Angew Math Phys，2014，65：115-123.

[9] TANG G S，LI Y F，YANG X T. Lower Bounds for the Blow-up Time of the Nonlinear Non-local Reaction Diffusion Problems in $\mathbb{R}^N$ ($N \geqslant 3$)[J]. Bound Value Probl，2014，265：1-5.

[10] MA L W，FANG Z B. Blow-up Analysis for a Reaction-Diffusion Equation with Weighted Nonlocal Inner Absorptions Under Nonlinear Boundary Flux[J]. Nonlinear Anal，2016，32：338-354.

[11] DING J T，SHEN X H. Blow-up Analysis in Quasilinear Reaction-Diffusion Problems with Weighted Nonlocal Source[J]. Comput Math Anal，2018，75：1288-1301.

[12] BREZIS H. Functional Analysis，Sobolev Spaces and Partial Differential Equations[M]. New York：Springer-Verlag，2011.

On Existence of Global Solutions and Blow-up of a Nonlocal Reaction-Diffusion Equation

ZHAO Yang-yang， CUI Ze-jian

College of Mathematics and Information，West China Normal University，Nanchong Sichuan 637002，China

Abstract：In this paper，an initial-boundary value problem has been investigated for a quasilinear reaction-diffusion equation with weighted nonlocal inner absorption and nonlinear Neumann boundary condition. We establish，respectively，first，sufficient conditions for the existence of global solutions are obtained，and second，the blow-up in finite time is studied and the upper and lower bounds of the blow-up time t^* are obtained.

Key words：reaction-diffusion equation；blow-up；Neumann boundary condition；nonlocal inner absorption

责任编辑 廖 坤