第 44 卷 第 10 期　　西南师范大学学报(自然科学版)　　2019 年 10 月
Vol. 44 No. 10　　Journal of Southwest China Normal University (Natural Science Edition)　　Oct. 2019

DOI:10.13718/j.cnki.xsxb.2019.10.004

单群 $O_5(4)$ 和 $O_5(9)$ 的新刻画[①]

余海燕[1]，　艾海明[2]，　晏燕雄[1]

1. 西南大学 数学与统计学院，重庆 400715；2. 北京开放大学 科学技术学院，北京 100081

摘要： 有限群的特征标给出了群结构的许多重要信息. 利用特征标的维数来刻画有限群的结构是群论研究中一个重要的课题，Huppert 猜想要求考虑群的所有不可约特征标维数，条件较强. 只用群的阶和群的至多两个高维不可约特征标维数成功地刻画了单群 $O_5(4)$ 和 $O_5(9)$.

关 键 词： 有限群；群的阶；单群；特征标维数

中图分类号：O152.1　　**文献标志码：A**　　**文章编号：** 1000－5471(2019)10－0011－05

本文涉及的群均为有限群，特征标为复特征标. $\mathrm{Irr}(G)$ 表示群 G 的所有不可约特征标的集合，$\mathrm{cd}(G)=\{\chi(1):\chi\in\mathrm{Irr}(G)\}$ 表示群 G 的所有不可约特征标维数的集合，而 $\mathrm{cd}^*(G)$ 表示元素可以重复的多重集合. 特别地，有 $|\mathrm{cd}^*(G)|=|\mathrm{Irr}(G)|$. $L_i(G)$ 表示群 G 的不可约特征标的第 i 高维，其中 i 是正整数. $\mathrm{Syl}_p(G)$ 表示群 G 的全体 Sylow-p 子群的集合. $H\cdot M$ 表示群 H 被群 M 非可裂的中心扩张，$H\times M$ 表示群 H 被群 M 可裂的中心扩张. 文中未说明的符号和术语都是标准的(见文献[1-2]).

众所周知，有限群的特征标能反映出群结构的很多重要信息. 文献[3] 证明了有限单群能被其特征标表唯一决定. 在 2000 年，Huppter 提出如下猜想：

Huppter 猜想[4]　设 H 是非交换单群，若群 G 满足 $\mathrm{cd}(G)=\mathrm{cd}(H)$，则 $G\cong H\times A$，其中 A 是交换群.

Huppter 猜想指出：有限非交换单群 G 能够被它的所有不可约复特征标维数的集合所决定. Huppter 证明了单群 $L_2(q)$ 和 $S_z(q)$ 都是满足猜想的，同时还证明了猜想对 26 个散在单群中的 19 个，以及交错群 $A_n(n<11)$ 和部分李型单群也成立[4-6]. 文献[7-8] 证明了 3 个散在单群 Co_1, Co_2 及 Co_3 也满足 Huppter 猜想.

受 Huppter 猜想的启发，文献[9] 首先考虑了减弱 Huppter 猜想的条件对群结构产生的影响，并首次提出用群的阶和高维不可约特征标维数研究有限群结构的问题，且成功刻画出单 K_3－群、Mathieu 单群及 Janko 单群[9-11]. 此后，文献[12-13] 成功刻画了李型单群 $L_5(2)$、单 K_3－群的自同构群，部分单 K_4－群及 Mathieu 群的自同构群等.

本文继续了这一研究，主要结果如下：

定理 1　设 G 是有限群，M 是非交换单群，且 $|G|=|M|$，

(i) 若 $M\cong O_5(4)$，则 $G\cong M$ 当且仅当 $L_2(G)=L_2(M)$，$L_3(G)=L_3(M)$；

(ii) 若 $M\cong O_5(9)$，则 $G\cong M$ 当且仅当 $L_2(G)=L_2(M)$，$L_4(G)=L_4(M)$.

定理 1 的证明　定理 1 的必要性是显然的，下面只证充分性.

---

① 收稿日期：2019－03－07

基金项目：国家自然科学基金项目(11671324，11471266)；中央高校基本科研业务费项目(XDJK2019B030)；西南大学教改项目(2018JY061).

作者简介：余海燕(1993－)，女，硕士研究生，主要从事有限群论的研究.

通信作者：晏燕雄，副教授.

(i) $M=O_5(4)$

此时，$|G|=2^8\cdot 3^2\cdot 5^2\cdot 17$. 令 $\beta,\gamma\in \mathrm{Irr}(G)$，使得

$$\beta(1)=L_2(G)=2^8 \qquad \gamma(1)=L_3(G)=3\cdot 5\cdot 17$$

先证 G 不可解.（反证法）假设 G 可解，则 G 中存在指数为 9 的 Hall 子群 T. 考虑 G 在 T 的右陪集上的置换表示，有 $G/T_G\lesssim S_9$，其中 T_G 为该置换表示的核. 应用Magma计算，且考虑G的阶，则对称群 S_9 的阶可被 9 整除的可解子群的阶只可能是 $2^m\cdot 3^2$，其中 $0\leqslant m\leqslant 7$. 因此

$$|T_G|=2^{8-m}\cdot 5^2\cdot 17$$

当 $|T_G|=2^8\cdot 5^2\cdot 17$ 时，有 $|G/T_G|=9$. 易知 $O_2(T_G)=1$. 否则，由 $O_2(T_G)\ \mathrm{Char}\ T_G\trianglelefteq G$ 知 $O_2(T_G)\trianglelefteq G$. 根据文献[1] 的定理 6.2，令 $\theta\in \mathrm{Irr}(O_2(T_G))$ 使得$[\beta_{O_2(T_G)},\theta]\neq 0$，则

$$\beta(1)/\theta(1)\ \Big|\ |G:O_2(T_G)|$$

故 $|O_2(T_G)|\ \Big|\ \theta(1)$. 矛盾. 同理得 $O_{17}(T_G)=1$. 所以

$$F(T_G)=O_2(T_G)\times O_5(T_G)\times O_{17}(T_G)=O_5(T_G)\neq 1$$

因此$|F(T_G)|=5$ 或$|F(T_G)|=5^2$. 由 N/C 定理有

$$T_G/C_{T_G}(F(T_G))\lesssim \mathrm{Aut}(F(T_G))$$

由 T_G 可解，有

$$C_{T_G}(F(T_G))\subseteq F(T_G)$$

若 $|F(T_G)|=5$，则 $|\mathrm{Aut}(F(T_G))|=4$，于是

$$17\ \Big|\ |T_G/C_{T_G}(F(T_G))|\ \Big|\ |\mathrm{Aut}(F(T_G))|$$

矛盾. 若 $|F(T_G)|=5^2$，则 $F(T_G)$ 是交换群，根据文献[1] 的定理 6.15，有

$$\gamma(1)\ \Big|\ |G:F(T_G)|=2^8\cdot 3^2\cdot 17$$

矛盾. 当 $|T_G|=2^7\cdot 5^2\cdot 17$ 时，由于 T_G 可解，令 $T_{17}\in \mathrm{Syl}_{17}(T_G)$，根据文献[11] 的引理 2 知，$T_{17}\trianglelefteq T_G\trianglelefteq G$，故 $T_{17}\trianglelefteq G$. 因为 T_{17} 交换，而 $\gamma(1)\nmid |G:T_{17}|$，与文献[1] 的定理 6.15 矛盾. 类似的方法可证明

$$|T_G|\neq 2^{8-r}\cdot 5^2\cdot 17 \qquad 2\leqslant r\leqslant 7$$

因此 G 不可解. 根据文献[10] 的引理 1 知，存在 G 的一个正规群列 $1\trianglelefteq H\trianglelefteq K\trianglelefteq G$，使得 K/H 同构于非交换单群的直积，且 $|G/K|\ \Big|\ |\mathrm{Out}(K/H)|$. 由于 $|G|=2^8\cdot 3^2\cdot 5^2\cdot 17$，由文献[2] 知，$K/H$ 只可能同构于 $A_5,A_6,L_2(17),L_2(16),A_5\times A_5$ 或 $O_5(4)$.

情形 1　$K/H\ncong A_5$

若 $K/H\cong A_5$，则由

$$|A_5|=2^2\cdot 3\cdot 5 \qquad |\mathrm{Out}(A_5)|=2$$

知 $|G/K|=1,2$. 因 $|G/K|=2$ 时的讨论方法完全类似于 $|G/K|=1$ 的情形，故只证 $|G/K|=1$ 时的情形.

若 $|G/K|=1$，则 $|H|=2^6\cdot 3\cdot 5\cdot 17$. 根据文献[1] 的定理 6.2，令 $\theta,\varphi\in \mathrm{Irr}(H)$，使$[\gamma_H,\theta]\neq 0$，$[\beta_H,\varphi]\neq 0$，则

$$\gamma(1)/\theta(1)\ \Big|\ |G:H|=2^2\cdot 3\cdot 5$$

故 $17\mid\theta(1)$. 又由 $\beta(1)/\varphi(1)\ \Big|\ |G:H|$，得 $2^6\mid\varphi(1)$. 如果 H 可解，令 $H_{17}\in \mathrm{Syl}_{17}(H)$，由文献[11] 的引理 2 知 $H_{17}\trianglelefteq H\trianglelefteq G$，故 $H_{17}\trianglelefteq G$. 因为 H_{17} 交换，而 $\gamma(1)\nmid |G:H_{17}|$，与文献[1] 的定理 6.15 矛盾. 因此 H 不可解，由文献[10] 的引理1知，存在 H 的正规群列 $1\trianglelefteq N\trianglelefteq M\trianglelefteq H$，使得 M/N 同构于非交换单群的直积，且 $|H/M|\ \Big|\ |\mathrm{Out}(M/N)|$. 因为 $|H|=2^6\cdot 3\cdot 5\cdot 17$，则 M/N 同构于 A_5 或 $L_2(16)$.

当 $M/N\cong A_5$ 时，则 $|H/M|=1,2$. 于是 $|N|=2^4\cdot 17,2^3\cdot 17$. 根据文献[1] 的定理 6.2，令 $\varepsilon\in$

$\mathrm{Irr}(N)$ 使得 $[\theta_N, \varepsilon] \neq 0$，则 $\theta(1)/\varepsilon(1) \,\Big|\, |H:N|$，故 $17 \mid \varepsilon(1)$. 但 $\varepsilon(1)^2 \geqslant 17^2 > |N|$，矛盾.

当 $M/N \cong L_2(16)$ 时，则 $|H/M| = 1,2,4$. 若 $|H/M| = 1$，则 $|N| = 2^2$，从而 $\varphi(1) \,\Big|\, |H:N|$，矛盾. 若 $|H/M| = 2$，则 $|N| = 2$ 且 $N \leqslant Z(H)$，从而 H 为 N 被 $L_2(16)$ 的中心扩张. 由于 $L_2(16)$ 的 Shur 乘子为 1，因此 H 是 N 被 $L_2(16)$ 可裂的中心扩张，故 $H \cong L_2(16) \times C_2$. 因为 $2^6 \mid \varphi(1)$，但 H 中不可能有 64 的倍数维不可约特征标，矛盾. 若 $|H/M| = 4$，则 $|N| = 1$，且 $M \cong L_2(16)$，故 $H \cong L_2(16) \times C_4$ 或 $H \cong L_2(16) \times C_2 \times C_2$，但 $2^6 \mid \varphi(1)$，这显然不可能.

情形 2　$K/H \ncong A_6$

若 $K/H \cong A_6$，则 $|G/K| = 2^r$，其中 $0 \leqslant r \leqslant 2$，于是 $|H| = 2^{5-r} \cdot 5 \cdot 17$. 因 H 可解，根据文献[11]的引理 2，令 $H_{17} \in \mathrm{Syl}_{17}(H)$，有 $H_{17} \trianglelefteq H \trianglelefteq G$，故 $H_{17} \trianglelefteq G$. 从而 $\gamma(1) \,\Big|\, |G:H_{17}| = 2^8 \cdot 3^2 \cdot 5^2$，矛盾.

情形 3　$K/H \ncong L_2(17)$

若 $K/H \cong L_2(17)$，则

$$|L_2(17)| = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 17 \qquad |\mathrm{Out}(L_2(17))| = 2$$

从而 $|G/K| = 1,2$.

当 $|G/K| = 1$ 时，则 $|H| = 2^4 \cdot 5^2$. 令 $\theta, \varphi \in \mathrm{Irr}(H)$，使得 $[\gamma_H, \theta] \neq 0$，$[\beta_H, \varphi] \neq 0$，则

$$\gamma(1)/\theta(1) \,\Big|\, |G:H| = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 17$$

故 $\theta(1) = 5$. 由 $\beta(1)/\varphi(1) \,\Big|\, |G:H|$ 知 $\varphi(1) = 2^4$. 由 Magma 验算知，$5,16 \notin \mathrm{cd}^*(H)$，矛盾. 当 $|G/K| = 2$ 时，则 $|H| = 2^3 \cdot 5^2$. 因为 H 可解，令 $H_5 \in \mathrm{Syl}_5(H)$，由文献[11]的引理 2 知 $H_5 \trianglelefteq H$，由于 $H \trianglelefteq G$，故 $H_5 \trianglelefteq G$. 因 H_5 交换，而 $\gamma(1) \nmid |G:H_5|$，矛盾.

情形 4　$K/H \ncong L_2(16)$

若 $K/H \cong L_2(16)$，则 $|L_2(16)| = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17$. 从而

$$|\mathrm{Out}(L_2(16))| = 4 \qquad |G/K| = 1,2,4$$

当 $|G/K| = 1$ 时，则 $|H| = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$. 令 $\theta \in \mathrm{Irr}(H)$ 使得 $[\beta_H, \theta] \neq 0$，则

$$\beta(1)/\theta(1) \,\Big|\, |G:H| = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17$$

故 $2^4 \mid \theta(1)$，但 $\theta(1)^2 \geqslant 2^8 > |H|$，矛盾. 当 $|G/K| = 2$ 时，则 $|H| = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$. 根据文献[1]的定理 6.2，令 $\varphi \in \mathrm{Irr}(H)$ 使得 $[\beta_H, \varphi] \neq 0$，则

$$\beta(1)/\varphi(1) \,\Big|\, |G:H| = 2^5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17$$

故 $\theta(1) = 2^3$. 令 $\phi \in \mathrm{Irr}(H)$ 使得 $[\gamma_H, \phi] = e \neq 0$，则 $\gamma_H = e\sum_{i=1}^{t}\phi_i$，其中 $t = |G:I_G(\phi)|$，且 $\gamma(1) = et\phi(1) = 3 \cdot 5 \cdot 17$. 由 Magma 计算知 $8 \in \mathrm{cd}^*(H)$，则只可能

$$\mathrm{cd}^*(H) = \{1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 4, 4, 8\}$$

因此只能 $\phi(1) = 1$. 从而 $t \leqslant 5$，$e \geqslant 3 \cdot 17$，但 $[\gamma_H, \gamma_H] = e^2 t \geqslant 3^2 \cdot 17^2 \cdot 5 > |G:H|$，矛盾于文献[1]的引理 2.29. 同理，$|G/K| \neq 4$.

情形 5　$K/H \ncong A_5 \times A_5$

若 $K/H \cong A_5 \times A_5$，则由 $|A_5 \times A_5| = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$，知 $|\mathrm{Out}(A_5 \times A_5)| = 8$. 于是 $|G/K| = 2^r$，其中 $0 \leqslant r \leqslant 3$. 从而 $|H| = 2^{4-r} \cdot 17$. 令 $\theta \in \mathrm{Irr}(H)$ 使得 $[\gamma_H, \theta] \neq 0$，则

$$\gamma(1)/\theta(1) \,\Big|\, |G:H| = 2^{4+r} \cdot 3^2 \cdot 5^2$$

故 $17 \mid \theta(1)$，但 $\theta(1)^2 \geqslant 17^2 > |H|$，矛盾.

情形 6　$K/H \cong O_5(4)$

通过比较 G 与 $O_5(4)$ 的阶，知 $|H| = 1$. 故 $G \cong O_5(4)$.

(ii) $M = O_5(9)$

此时 $|G| = 2^8 \cdot 3^8 \cdot 5^2 \cdot 41$. 令 $\beta,\gamma \in \mathrm{Irr}(G)$ 使得

$$\beta(1) = L_2(G) = 3^8 \qquad \gamma(1) = L_4(G) = 2^8 \cdot 5^2$$

先证明 G 不可解. 假设 G 可解，令 X 为 G 的极小正规子群，X 是初等交换 p-群，其中 $p = 2,3,5,41$. 下面根据 X 的阶取值不同进行讨论.

若 $|X| = 2^r$，其中 $1 \leqslant r \leqslant 8$，则

$$|G:X| = 2^{8-r} \cdot 3^8 \cdot 5^2 \cdot 41$$

根据文献[1] 的定理 6.15，故 $\gamma(1) \nmid |G:X|$，矛盾. 类似的方法可证明 $|X| \neq 3^s$，其中 $1 \leqslant s \leqslant 8$ 和 $|X| \neq 5^m$，$1 \leqslant m \leqslant 2$. 若 $|X| = 41$，则 $|G:X| = 2^8 \cdot 3^8 \cdot 5^2$. 令 $\delta \in \mathrm{Irr}(X)$ 使得 $[\beta_X, \delta] = e \neq 0$，则 $\beta_X = e\sum_{i=1}^{t}\delta_i$，其中 $t = |G:I_G(\delta)|$，且 $\beta(1) = et\delta(1) = 3^8$. 由于 X 交换，故 $\delta(1) = 1$，因此 $et = 3^8$. 因为 $|\mathrm{Out}(X)| = 40 = 2^3 \cdot 5$，所以 $t \leqslant 1$. 但 $[\beta_X, \beta_X] = e^2 t \geqslant 3^{16} > |G:X|$，矛盾于文献[1] 的引理 2.29，且有 $O_{41}(G) = 1$，因此 G 不可解. 根据文献[10] 的引理 1，存在 G 的一个正规群列 $1 \trianglelefteq H \trianglelefteq K \trianglelefteq G$，使得 K/H 同构于非交换单群的直积，且 $|G/K| \mid |\mathrm{Out}(K/H)|$. 考虑 G 的阶，且根据文献[2] 知，K/H 只可能同构于 $A_5, A_6, U_4(2), L_2(3^4), A_5 \times A_5, A_6 \times A_6, O_5(9)$.

情形 1　$K/H \ncong A_5$

若 $K/H \cong A_5$，则由 $|A_5| = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$，知 $|\mathrm{Out}(A_5)| = 2$，于是 $|G/K| = 1,2$. 下面只证 $|G/K| = 1$ 时的情形，因为 $|G/K| = 2$ 时的证明完全类似.

当 $|G/K| = 1$ 时，$|H| = 2^6 \cdot 3^7 \cdot 5 \cdot 41$. 如果 H 可解，令 $H_{41} \in \mathrm{Syl}_{41}(H)$，根据文献[11] 的引理 2，故 $H_{41} \trianglelefteq H$，从而 $O_{41}(H) \neq 1$. 因为 $H \trianglelefteq G$，有 $O_{41}(H) \subseteq O_{41}(G)$，矛盾，因此 H 不可解. 由文献[10] 的引理 1，存在 H 的一个正规群列 $1 \trianglelefteq N \trianglelefteq M \trianglelefteq H$，使得 M/N 同构于非交换单群的直积，且 $|H/M| \mid |\mathrm{Out}(M/N)|$. 由于 $|H| = 2^6 \cdot 3^7 \cdot 5 \cdot 41$，$M/N$ 只可能同构于单群 $A_5, A_6, U_4(2), L_2(3^4)$.

若 $M/N \cong A_5$，则 $|H/M| = 1,2$. 当 $|H/M| = 1$ 时，则 $|N| = 2^4 \cdot 3^6 \cdot 41$. 由于 N 可解，令 $N_{41} \in \mathrm{Syl}_{41}(N)$，根据文献[11] 的引理 2 知 $N_{41} \trianglelefteq N$，又由于 $N \trianglelefteq H$，故 $N_{41} \trianglelefteq H$，从而 $O_{41}(H) \neq 1$. 由 $H \trianglelefteq G$ 知 $O_{41}(H) \subseteq O_{41}(G)$，矛盾. 同理可证 $|H/M| \neq 2$.

类似地证明 $M/N \ncong A_6, U_4(2)$.

若 $M/N \cong L_2(3^4)$，则 $|\mathrm{Out}(L_2(3^4))| = 2^3$. 由于 $|H|_2 = 2^6$，则 $|H/M| \neq 8$，即 $|H/M| = 1,2,4$. 当 $|H/M| = 1$ 时，则 $|N| = 2^2 \cdot 3^3$. 根据文献[1] 的定理 6.2，令 $\varepsilon \in \mathrm{Irr}(N)$，使得 $[\beta_N, \varepsilon] \neq 0$，则

$$\beta(1)/\varepsilon(1) \mid |G:N| = 2^6 \cdot 3^5 \cdot 5^2 \cdot 41$$

故 $3^3 \mid \varepsilon(1)$. 但 $\varepsilon(1)^2 \geqslant 3^6 > |N|$，矛盾. 同理可证 $|H/M| \neq 2,4$.

类似于情形 1 的方法可证 $K/H \ncong A_6, U_4(2)$.

情形 2　$K/H \ncong L_2(3^4)$

若 $K/H \cong L_2(3^4)$，则由 $|L_2(3^4)| = 2^4 \cdot 3^4 \cdot 5 \cdot 41$ 知 $|\mathrm{Out}(L_2(3^4))| = 8$，从而 $|G/K| = 2^r$，其中 $0 \leqslant r \leqslant 3$，此时 $|H| = 2^{4-r} \cdot 3^4 \cdot 5$. 令 $\varphi \in \mathrm{Irr}(H)$ 使得 $[\beta_H, \varphi] \neq 0$，则

$$\beta(1)/\varphi(1) \mid |G:H| = 2^{4+r} \cdot 3^4 \cdot 5 \cdot 41$$

故 $3^4 \mid \varphi(1)$，但 $\varphi(1)^2 > |H|$，矛盾.

完全类似的方法可证明 $K/H \ncong A_5 \times A_5$.

情形 3　$K/H \ncong A_6 \times A_6$

若 $K/H \cong A_6 \times A_6$，则由 $|A_6 \times A_6| = 2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^2$ 知 $|\mathrm{Out}(A_6 \times A_6)| = 2^5$. 因为 $|G|_2 = 2^8$，故 $|G/K| = 2^r$，其中 $0 \leqslant r \leqslant 2$. 若 $|G/K| = 1$，则 $|H| = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 41$. 由于 H 可解，令 $H_{41} \in \mathrm{Syl}_{41}(H)$，根据文献[11] 的引理 2，有 $H_{41} \trianglelefteq H$，且 $O_{41}(H) \neq 1$. 由 $H \trianglelefteq G$ 知 $O_{41}(H) \subseteq O_{41}(G)$，即 $O_{41}(G) \neq 1$，矛盾. 同理可证 $|G/K| \neq 2$. 若 $|G/K| = 4$，则 $|H| = 3^4 \cdot 41$. 令 $\psi \in \mathrm{Irr}(H)$ 使得 $[\beta_H, \psi] \neq 0$，则

$$\beta(1)/\psi(1) \,\Big|\, |G:H| = 2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2$$

故 $3^4 \mid \psi(1)$，但 $\psi(1)^2 > |H|$，矛盾.

情形 4　$K/H \cong O_5(9)$

通过比较 G 与 $O_5(9)$ 的阶知 $|H|=1$，故 $G \cong O_5(9)$.

参考文献：

[1] ISAACS I M. Character Theory of Finite Groups [M]. New York：Academic Press，1976.

[2] CONWAY J H，CURTIS R T，NORTON S P，et al. Atlas of Finite Groups [M]. New York：Clarendon Press，1985.

[3] CHEN G Y. A New Characterization of Finite Simple Groups [J]. Chinese Science Bulletin，1995，40(6)：446-450.

[4] HUPPERT B. Some Simple Groups which are Determined by The Set of Their Character Degrees I [J]. Illinois J Math，2000，44(4)：828-842.

[5] HUPPERT B，BLACKBURM N. Finite Groups II [M]. New York：Springer-Verlag，1982.

[6] HUPPERT B，BLACKBURM N. Finite Groups III [M]. New York：Springer-Verlag，1982.

[7] ALAVI S H，DANESHKHAH A，TONG-VIET H P，et al. On Huppert's Conjecture for the Conway and Fischer Families of Sporadic Simple Groups [J]. J Austral Math Soc，2013，94(3)：289-303.

[8] ALAVI S H，DANESHKHAH A，TONG-VIET H P，et al. Huppert's Conjecture for Fi_{23} [J]. Rend Semin Math Univ Padova，2011，126：201-211.

[9] 徐海静. 群的特征标性质与群结构的研究 [D]. 重庆：西南大学，2011.

[10] XU H J，CHEN G Y，YAN Y X. A New Characterization of Simple K_3-Groups by Their Orders and Large Degrees of Their Irreducible Characters [J]. Communications in Algebra，2014，42(12)：5374-5380.

[11] XU H J，YAN Y X，CHEN G Y. A New Characterization of Mathieu-Groups by The Order and One Irreducible Character Degree [J]. J Inequal Appl，2013(1)：209.

[12] 张　伟，晏燕雄，赵先鹤. 李型单群 $L_5(2)$ 的新刻画 [J]. 西南师范大学学报(自然科学版)，2014，39(7)：18-21.

[13] 晏燕雄. 弱条件下有限群的数量性质与群结构的研究 [D]. 重庆：西南大学，2013.

A New Characterization of Simple Groups $O_5(4)$ and $O_5(9)$

YU Hai-yan[1]，　AI Hai-ming[2]，　YAN Yan-xiong[1]

1. *School of Mathematics and Statistics，Southwest University，Chongqing 400715，China*；

2. *School of Science and Technology，Beijing Open University，Beijing 100081，China*

Abstract：The characters of a finite group can give some important information about the group's structure. It is an important subject in the study of group theory to characterize the structure of finite groups by the dimension of character，Huppter's conjecture requires that all irreducible characteristic dimension of the group with strong conditions. In this paper，we successfully characterize the simple group $O_5(4)$ and $O_5(9)$ only with the order of a group and the scalar dimension of at most two large irreducible character degrees.

Key words：finite group；order of finite group；simple group；character degree

责任编辑　廖　坤