DOI:10.13718/j.cnki.xsxb.2020.05.001

一类接种率受媒体报道影响的传染病模型分析①

王艳妮, 刘贤宁

西南大学 数学与统计学院,重庆 400715

摘要: 研究了一类接种率受媒体报道影响的 SIR 传染病模型,同时考虑到媒体报道延迟对模型动力学性态的影响. 首先计算了模型的基本再生数 R_0:$R_0<1$ 时,利用 LaSalle 不变集原理得到了无病平衡点的全局稳定性;$R_0>1$ 时,研究了地方病平衡点的局部稳定性. 根据媒体报道是否延迟,分别讨论了以接触率和时滞作为分支参数,系统产生 Hopf 分支的条件.

关 键 词: 接种;媒体报道;Hopf 分支

中图分类号: O175 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-5471(2020)05-0001-06

传染病作为人类的一项重大威胁,数学模型的建立始终是从理论上预测和控制传染病传播的重要方法[1-4]. 近年来,媒体作为当今时代的重要信息来源,影响着公众对疾病的认识和防范. 媒体对传染病的报道会使公众提高意识、加强防备,因此在传染病模型中考虑信息反馈更符合实际[5-6]. 其中媒体报道的信息主要分为两种反馈方式:一种是对公众行为的直接影响,例如减少外出,戴口罩等,由此减小有效接触率[5,7];另一种是对接种的影响,父母会根据媒体对传染病的报道判断是否对孩子进行接种[6,8],从而影响接种率. 事实上,在自愿接种的前提下,当媒体对传染病的报道较少时,人类预测到的感染风险也较低,导致接种的可能性降低[6,9]. 文献[9]建立了一类接种率受媒体报道影响的传染病模型,其中报道的信息只与当前的疾病流行率相关,讨论了系统的平衡点全局稳定的条件. 由于人类获取到的信息会流失,同时考虑到媒体对传染病报道的延迟,本文建立如下模型

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}=\Lambda-\beta SI-(p_0+p(M))S-dS\\[2mm] \dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}=\beta SI-dI-rI\\[2mm] \dfrac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t}=(p_0+p_1(M))S-dR+rI\\[2mm] \dfrac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t}=\alpha_0 I(t-\tau)-\lambda_0 M\end{cases}$$

初值条件为

$$S(0)=S_0\geqslant 0,\ I(s)=\phi(s)\geqslant 0,\ -\tau\leqslant s<0,\ I(0)=I_0\geqslant 0,\ R(0)=R_0\geqslant 0,\ M(0)>M_0\geqslant 0 \tag{1}$$

其中:S,I,R 代表易感染人群、已感染人群和免疫人群的密度;M 为媒体报道的信息量;Λ 为易感染人群的常数输入率;β 为有效接触率;p_0 为不受媒体报道影响的接种率,$p(M)$ 则表示与媒体报道相关的接种率;

---

① 收稿日期:2019-07-18

基金项目:国家自然科学基金项目(11671327).

作者简介:王艳妮(1996-),女,硕士研究生,主要从事生物数学及动力系统理论及其应用研究.

通信作者:刘贤宁,教授,博士研究生导师.

d 为人群的自然死亡率；r 为感染者的恢复率；$\alpha_0 I$ 为媒体依据传染病的流行情况而报道的的信息增长量；τ 为媒体对病情报道的延迟时滞；λ_0 为信息的流失率. 在本文的研究中，设 $p(M)$ 满足下列条件

1) $p(0)=0$；

2) $p'(M)>0$，$M>0$；

3) $\left(\dfrac{p(M)}{M}\right)'\leqslant 0$.

由于系统(1) 中的第一、二、四个方程与 R 无关，因此，系统(1) 的动力学性质等价于下列系统

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}=\Lambda-\beta SI-(p_0+p(M))S-dS\\ \dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}=\beta SI-dI-rI\\ \dfrac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t}=\alpha_0 I(t-\tau)-\lambda_0 M\end{cases}\tag{2}$$

令 $X=C([-\tau,0],\mathbb{R}_+^3)$，由解的存在唯一性定理，对任意的 $\phi\in X$，系统(2) 存在唯一解.

1　解的非负性和有界性

本节研究系统(2) 在条件(1) 下解的非负有界性，记

$$\Gamma=\left\{(S,I,M)\in\mathbb{R}_+^3\mid 0\leqslant S\leqslant\frac{\Lambda}{p_0+d},\ 0\leqslant I\leqslant\frac{\Lambda}{d},\ M\leqslant\frac{\alpha_0\Lambda}{\lambda_0 d}\right\}$$

则由下面的定理可知 Γ 为系统(2) 的正向不变集.

定理 1　系统(2) 在条件(1) 下的解 $(S(t),I(t),M(t))$ 始终非负且有界.

证　首先证明解的非负性. 由系统(2) 的第二个方程得

$$I(t)=I(0)\mathrm{e}^{\int_0^t[\beta S(\xi)-d-r]\mathrm{d}\xi}$$

由 $I(0)\geqslant 0$ 得对任意的 $t>0$，有 $I(t)\geqslant 0$. 令 $t_1=\inf\{t: t>0,\ S(t)=0\}$，由系统(2) 的第一个方程得

$$S'(t_1)=\Lambda>0$$

则存在充分小的 $\varepsilon_1>0$，在 $(t_1-\varepsilon_1,t_1)$ 上有 $S(t)<0$，这与 $(0,t_1)$ 上有 $S(t)>0$ 相矛盾，因此对任意的 $t>0$，$S(t)>0$. 同理可证对任意的 $t>0$，有 $M(t)>0$.

下面证明解的有界性. 令 $N=S+I$，则根据解的非负性有

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}=\Lambda-\beta SI-(p_0+p(M))S-dS\leqslant\Lambda-(p_0+d)S$$

及

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}\leqslant\Lambda-dN$$

由比较定理得

$$\limsup_{t\to+\infty}S\leqslant\frac{\Lambda}{p_0+d},\ \limsup_{t\to+\infty}N\leqslant\frac{\Lambda}{d}$$

由系统(2) 的第三个方程得

$$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t}\leqslant\frac{\alpha_0\Lambda}{d}-\lambda_0 M$$

因此

$$\limsup_{t\to+\infty}M\leqslant\frac{\alpha_0\Lambda}{\lambda_0 d}$$

证毕.

2　基本再生数和平衡点的存在性

系统(2) 始终存在一个无病平衡点 $\boldsymbol{E}_0=\left(\dfrac{\Lambda}{p_0+d},0,0\right)$. 计算基本再生数可得

$$R_0 = \frac{\beta\Lambda}{(p_0+d)(d+r)}$$

定理 2　当$R_0>1$时，系统(2)存在唯一地方病平衡点$\boldsymbol{E}^*=(S^*, I^*, M^*)$，其中$S^*=\frac{d+r}{\beta}$，$M^*=\frac{\alpha_0 I^*}{\lambda_0}$.

证　令系统(2)的右端等于0，若$I\neq 0$，计算得$S=\frac{d+r}{\beta}$，$M=\frac{\alpha_0 I^*}{\lambda_0}$，整理得

$$\beta\Lambda-(p_0+d)(d+r)-\beta(d+r)I-(d+r)p(M)=0 \tag{3}$$

令

$$g(I)=\beta\Lambda-(p_0+d)(d+r)-\beta(d+r)I-(d+r)p(M)$$

由于

$$g'(I)=-\beta(d+r)-\frac{\alpha_0(d+r)}{\lambda_0}p(M)<0$$

$$g(0)=\beta\Lambda-(p_0+d)(d+r)=(p_0+d)(d+r)(R_0-1)$$

$$\lim_{I\to+\infty}g(I)=-\infty$$

因此，当$R_0>1$时，$g(0)>0$，方程(3)存在唯一正实根，则系统(2)存在唯一的地方病平衡点$\boldsymbol{E}^*=(S^*, I^*, M^*)$. 证毕.

3　稳定性分析

3.1　无病平衡点的稳定性

定理 3　对一切$\tau\geqslant 0$，当$R_0<1$时，系统(2)的无病平衡点$\boldsymbol{E}_0$局部渐近稳定，当$R_0>1$时不稳定.

证　系统(2)关于无病平衡点$\boldsymbol{E}_0$的线性化矩阵为

$$\begin{pmatrix} -p_0-d & -\frac{\beta\Lambda}{p_0+d} & \frac{-p'(M)\Lambda}{p_0+d} \\ 0 & \frac{\beta\Lambda}{p_0+d}-(d+r) & 0 \\ 0 & \alpha_0 e^{-\lambda\tau} & -\lambda_0 \end{pmatrix}$$

可得系统(2)关于无病平衡点$\boldsymbol{E}_0$的特征方程

$$(\lambda+p_0+d)(\lambda+\lambda_0)[\lambda-(d+r)(R_0-1)]=0$$

因此无病平衡点的稳定性与时滞τ无关，当且仅当$R_0<1$时，所有特征值有负实部，由 Routh-Hurwitz 判据得，$R_0<1$时，$\boldsymbol{E}_0$局部渐近稳定，$R_0>1$时，$\boldsymbol{E}_0$不稳定. 证毕.

定理 4　对一切$\tau\geqslant 0$，当$R_0<1$时，系统(2)的无病平衡点$\boldsymbol{E}_0$在Γ内全局渐近稳定.

证　构造 Lyapunov 函数$V=\frac{1}{2}I^2$，V沿着系统(2)轨线的全导数为

$$\frac{dV}{dt}=(\beta SI-dI-rI)I\leqslant\left[\frac{\beta\Lambda}{p_0+d}-(d+r)\right]I^2=(R_0-1)(d+r)I^2$$

当$R_0\leqslant 1$时，$\frac{dV}{dt}\leqslant 0$，且$\left\{x\in\Gamma\,\middle|\,\frac{dV}{dt}=0\right\}=\{E_0\}$，由 LaSalle 不变集原理得，无病平衡点$\boldsymbol{E}_0$在$\Gamma$内全局渐近稳定. 证毕.

3.2　地方病平衡点的稳定性

下面研究地方病平衡点的局部稳定性，将系统(2)关于$\boldsymbol{E}^*$线性化得

$$\frac{d\boldsymbol{Y}}{dt}=\boldsymbol{J}_1\boldsymbol{Y}(t)+\boldsymbol{J}_2\boldsymbol{Y}(t-\tau)$$

其中$\boldsymbol{Y}(t)=(S, I, M)^{\mathrm{T}}$，

$$\boldsymbol{J}_1=\begin{pmatrix}-\beta I^*-p_0-p(M^*)-d & -\beta S^* & -p'(M^*)S^*\\ \beta I^* & \beta S^*-(d+r) & 0\\ 0 & 0 & -\lambda_0\end{pmatrix},\ \boldsymbol{J}_2=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&\alpha_0&0\end{pmatrix}$$

系统(2)关于 $\boldsymbol{E}^*$ 的特征方程为

$$D(\lambda,\tau)=\det(\lambda\boldsymbol{E}-(\boldsymbol{J}_1+\mathrm{e}^{-\lambda\tau}\boldsymbol{J}_2))=\lambda^3+B_1\lambda^2+B_2\lambda+B_3+B_4\mathrm{e}^{-\lambda\tau}=0 \tag{4}$$

其中

$$B_1=\lambda_0+\frac{\Lambda}{S^*},\ B_2=\frac{\Lambda}{S^*}\lambda_0+\beta^2I^*S^*,\ B_3=\beta^2I^*S^*\lambda_0,\ B_4=(d+r)\lambda_0M^*p'(M^*) \tag{5}$$

令

$$R^*=\frac{[\beta\Lambda+(d+r)\lambda_0]\beta\Lambda}{(d+r)^3(p_0+d)}+1$$

定理5 $\tau=0$ 时，若 $1<R_0<R^*$，则系统(2)的地方病平衡点 $\boldsymbol{E}^*$ 局部渐近稳定.

证 $\tau=0$ 时，系统(2)关于 $\boldsymbol{E}^*$ 的特征方程为

$$\lambda^3+B_1\lambda^2+B_2\lambda+B_3+B_4=0 \tag{6}$$

显然，$B_i>0(i=1,2,3,4)$. 由于 $I^*=\frac{\lambda_0}{\alpha_0}M^*$，$\left(\frac{p(M)}{M}\right)'\leqslant 0$，且由方程(3)得

$$p(M^*)=\frac{\beta\Lambda}{d+r}-(p_0+d)-\frac{\beta\lambda_0}{\alpha_0}M^*$$

因此

$$\begin{aligned}B_1B_2-(B_3+B_4)=&\left(\lambda_0+\frac{\Lambda}{S^*}\right)\left(\frac{\Lambda}{S^*}\lambda_0+\beta^2I^*S^*\right)-\beta^2I^*S^*\lambda_0-(d+r)\lambda_0M^*p'(M^*)=\\&\left(\lambda_0+\frac{\Lambda}{S^*}\right)\left(\frac{\Lambda}{S^*}\lambda_0\right)+\beta^2\Lambda I^*-(d+r)\lambda_0M^*p'(M^*)\geqslant\\&\left(\lambda_0+\frac{\Lambda}{S^*}\right)\left(\frac{\Lambda}{S^*}\lambda_0\right)-\beta\Lambda\lambda_0+(d+r)(p_0+d)\lambda_0+\\&\left(\frac{\beta^2\Lambda\lambda_0}{\alpha_0}+\frac{\beta(d+r)\lambda_0^2}{\alpha_0}\right)M^*\end{aligned}$$

若 $\left(\lambda_0+\frac{\Lambda}{S^*}\right)\left(\frac{\Lambda}{S^*}\lambda_0\right)-\beta\Lambda\lambda_0+(d+r)(p_0+d)\lambda_0>0$，即 $R_0<R^*$ 时，有 $B_1B_2-(B_3+B_4)>0$，由Routh-Hurwitz 判据得，地方病平衡点 $\boldsymbol{E}^*$ 局部渐近稳定. 证毕.

接下来研究 $\tau=0$ 时，固定除 β 外的其他参数，系统(2)以 β 为参数产生 Hopf 分支的情况. 假设

(L_1) $\frac{\mathrm{d}(B_3+B_4)}{\mathrm{d}\beta}-B_2\frac{\mathrm{d}B_1}{\mathrm{d}\beta}-B_1\frac{\mathrm{d}B_2}{\mathrm{d}\beta}>0$

定理6 $\tau=0$ 时，设 β^* 为方程 $B_1B_2-(B_3+B_4)=0$ 的根. 若假设(L_1)成立，则 $\beta<\beta^*$ 时，$\boldsymbol{E}^*$ 局部渐近稳定，$\beta>\beta^*$ 时，$\boldsymbol{E}^*$ 变为不稳定，且系统(2)在 $\beta=\beta^*$ 处产生 Hopf 分支.

证 设 $B_1B_2-(B_3+B_4)=0$ 时，$\beta=\beta^*$，此时方程(6)变为

$$(\lambda^2+B_2)(\lambda+B_1)=0$$

因此，方程(6)必有一对纯虚根 $\pm\sqrt{B_2}\mathrm{i}$，下面讨论系统(2)在 $\beta=\beta^*$ 处产生 Hopf 分支的横截条件. 将方程(6)关于 β 求导得

$$\frac{\mathrm{d}\lambda}{d\beta}=-\frac{\lambda^2\frac{\mathrm{d}B_1}{\mathrm{d}\beta}+\lambda\frac{\mathrm{d}B_2}{\mathrm{d}\beta}+\frac{\mathrm{d}(B_3+B_4)}{\mathrm{d}\beta}}{3\lambda^2+2B_1\lambda+B_2}$$

将纯虚根 $\sqrt{B_2}\mathrm{i}$ 代入得

$$\operatorname{sign}\left[\frac{\mathrm{d}(Re(\lambda))}{\mathrm{d}\beta}\right]\bigg|_{\lambda=\sqrt{B_2}\mathrm{i}}=\operatorname{sign}\left[Re\left(\frac{\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}\beta}\right)\right]\bigg|_{\lambda=\sqrt{B_2}\mathrm{i}}=\operatorname{sign}\left[\frac{\frac{\mathrm{d}(B_3+B_4)}{\mathrm{d}\beta}-B_2\frac{\mathrm{d}B_1}{\mathrm{d}\beta}-B_1\frac{\mathrm{d}B_2}{\mathrm{d}\beta}}{2B_2+2B_1^2}\right]$$

当假设(L_1)成立时，$\dfrac{d(Re(\Lambda))}{d\beta}>0$，则$\beta<\beta^*$时，$\boldsymbol{E}^*$局部渐近稳定，$\beta>\beta^*$时，$\boldsymbol{E}^*$不稳定，且系统$(L_1)$在$\beta=\beta^*$处产生 Hopf 分支.

接下来讨论$B_1B_2-(B_3+B_4)>0$时，时滞τ对系统(2)的影响. 若$\tau>0$，地方病平衡点$\boldsymbol{E}^*$稳定性改变的必要条件是方程(4)存在纯虚根. 假设方程(4)存在纯虚根$i\theta(\theta>0)$. 由方程(4)得

$$-\theta^3+B_2\theta=B_4\sin\theta\tau-B_1\theta^2+B_3=-B_4\cos\theta\tau \tag{7}$$

整理得

$$f(\theta)=\theta^6+\omega_1\theta^4+\omega_2\theta^2+\omega_3=0 \tag{8}$$

其中

$$\omega_1=B_1^2-2B_2,\ \omega_2=B_2^2-2B_1B_3,\ \omega_3=B_3^2-B_4^2$$

令$l=\theta^2$，则方程(8)变为

$$l^3+\omega_1l^2+\omega_2l+\omega_3=0 \tag{9}$$

接下来讨论方程(9)存在正实根的条件. 令

$$h_1=-\frac{\omega_1^2}{3}+\omega_2,\ h_2=\frac{2\omega_1^3}{27}-\frac{\omega_1\omega_2}{3}+\omega_3,\ \Delta=\frac{h_2^2}{4}+\frac{h_1^3}{27},\ \sigma=\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$$

$$y_1=\sqrt[3]{-\frac{h_2}{2}+\Delta}+\sqrt[3]{-\frac{h_2}{2}-\Delta},\ y_2=\sigma\sqrt[3]{-\frac{h_2}{2}+\Delta}+\sigma^2\sqrt[3]{-\frac{h_2}{2}-\Delta}$$

$$y_3=\sigma^2\sqrt[3]{-\frac{h_2}{2}+\Delta}+\sigma\sqrt[3]{-\frac{h_2}{2}-\Delta},\ z_i=y_i-\frac{p_1}{3},\ h(z)=z^3+\omega_1z^2+\omega_2z+\omega_3$$

根据文献[10]，有如下结论

引理 1[10] 1) 若$\omega_3<0$，则方程(9)至少存在一个正根；

2) 若$\omega_3>0$，$\Delta>0$，则方程(9)存在正根当且仅当$z_1>0$且$h(z_1)<0$；

3) 若$\omega_3>0$，$\Delta<0$，则方程(9)存在正根当且仅当存在$z^*\in\{z_1,z_2,z_3\}$使得$z^*>0$且$h(z^*)\leqslant0$.

假设引理 1 中保证方程(9)存在正根的任意一个条件成立，不妨设l_k，$k=1,\cdots,k_0(1\leqslant k_0\leqslant3)$为方程(9)的正根，则方程(8)存在相应的正根$\theta_k=\sqrt{l_k}$. 令

$$\tau_k^{(n)}=\frac{1}{\theta_k}\left[\arccos\frac{B_1\theta_0^2-2B_3}{B_4}+2\pi n\right],\ n\in\mathbb{N}$$

定义

$$\tau^*=\min\{\tau_k^{(n)}\mid k=1,\cdots,k_0,\ n\in\mathbb{N}\}$$

令$\Lambda(\tau)=\xi(\tau)+i\theta(\tau)$为方程(4)的根，满足$\xi(\tau^*)=0$，$\theta(\tau^*)=\theta_0$. 假设

(L_2) $3\theta_0^4+(2B_1^2-4B_2)\theta_0^2+(B_2^2-2B_1B_3)>0$.

定理 7　$\tau>0$时，若$B_1B_2-(B_3+B_4)>0$，且条件(L_2)成立，则地方病平衡点$\boldsymbol{E}^*$对于$\tau<\tau^*$局部渐近稳定，对于$\tau>\tau^*$变为不稳定，且系统(2)在$\tau=\tau^*$处产生 Hopf 分支.

证　根据以上讨论，现在研究系统(2)在$\tau=\tau^*$处产生 Hopf 分支的横截条件. 将方程(4)关于时滞τ求导得

$$\frac{d\tau}{d\lambda}=\frac{(3\lambda^2+2B_1\lambda+B_2)e^{\lambda\tau}}{B_4\lambda}-\frac{\tau}{\lambda}$$

利用式(7)可得

$$\operatorname{sign}\left[\frac{d(Re(\lambda))}{d\tau}\right]\Bigg|_{\tau=\tau^*}=\operatorname{sign}\left[Re\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)\right]\Bigg|_{\tau=\tau^*}=\operatorname{sign}\left[\frac{3\theta_0^4+(2B_1^2-4B_2)\theta_0^2+(B_2^2-2B_1B_3)}{B_4^2}\right]$$

当条件(L_2)成立时，$\dfrac{d(Re(\lambda))}{d\tau}>0$，因此地方病平衡点$\boldsymbol{E}^*$对于$\tau<\tau^*$局部渐近稳定，对于$\tau>\tau^*$变为不稳定，且系统(2)在$\tau=\tau^*$处产生 Hopf 分支. 证毕.

4　结论和讨论

研究了一类接种率受媒体报道影响的传染病模型，且考虑了媒体对传染病的报道存在延迟的情况. 讨

论了无病平衡点和地方病平衡点的稳定性，发现无病平衡点的全局稳定性不受时滞影响，当 $R_0<1$ 时，无病平衡点全局渐近稳定．而对于地方病平衡点，一方面，若时滞不存在，即媒体根据当前的疾病流行情况进行报道时，系统会以接触率为参数产生 Hopf 分支；另一方面，若存在时滞，随着时滞的增加，在地方病平衡点附近也会产生周期解．时滞越长，周期解的振荡幅度越大，这意味着传染病越难控制．因此，媒体对传染病病情的及时报道将有利于对传染病的控制．

参考文献：

[1] DUSHOFF J, HUANG W Z, CASTILLO-CHAVEZ C. Backwards Bifurcations and Catastrophe in Simple Models of Fatal Diseases [J]. Journal of Mathematical Biology, 1998, 36(3): 227-248.

[2] BOZZETTE S A, BOER R, BHATNAGAR V, et al. A Model for a Smallpox-Vaccination Policy [J]. New England Journal of Medicine, 2003, 348(5): 416-425.

[3] ZHANG X, LIU X N. Backward Bifurcation of an Epidemic Model with Saturated Treatment Function [J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2008, 348(1): 433-443.

[4] STONE L, SHULGIN B, AGUR Z. Theoretical Examination of the Pulse Vaccination Policy in the SIR Epidemic Model [J]. Mathematical and Computer Modelling, 2000, 31(4-5): 207-215.

[5] D'ONOFRIO A, MANFREDI P. Information-related Changes in Contact Patterns may Trigger Oscillations in the Endemic Prevalence of Infectious Diseases [J]. Journal of Theoretical Biology, 2009, 256(3): 473-478.

[6] D'ONOFRIO A, MANFREDI P, SALINELLI E. Vaccinating Behaviour, Information, and the Dynamics of SIR Vaccine Preventable Diseases [J]. Theoretical Population Biology, 2007, 71(3): 301-317.

[7] 刘　亭，张国洪．一个考虑信息负反馈和饱和治疗的传染病模型 [J]．西南师范大学学报(自然科学版)，2019，44(1)：7-13.

[8] LACITIGNOLA D, D'ONOFRIO A, BUONOMO B. Rational Exemption to Vaccination for Non-fatal SIS Diseases: Globally Stable and Oscillatory Endemicity [J]. Mathematical Biosciences and Engineering, 2010, 7(3): 561-578.

[9] BUONOMO B, D'ONOFRIO A, LACITIGNOLA D. Modeling of Pseudo-rational Exemption to Vaccination for SEIR Diseases [J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2013, 404(2): 385-398.

[10] 石卫国．实系数一元三次方程有正(负)根的条件 [J]．中国科教创新导刊，2010(1)：85.

Analysis of a Kind of Epidemic Model with Vaccination Rate Related to Media Coverage

WANG Yan-ni, LIU Xian-ning

School of Mathematics and Statistic, Southwest University, Chongqing 400715, China

Abstract: In this paper, a kind of epidemic model with vaccination rate related to media coverage has been studied, and the influence of media coverage delay on the dynamics of the model been considered. Firstly, the basic reproduction number R_0 of the system has been calculated. Then the global stability of disease-free equilibrium been obtained by LaSalle invariant set principle when $R_0<1$, and the local stability of endemic equilibrium been studied when $R_0>1$. According to whether the media coverage is delayed or not, the conditions for Hopf bifurcation have been discussed with contact rate and time delay as bifurcation parameters respectively. Finally, the results have been verified by numerical simulation.

Key words: vaccination; media coverage; Hopf bifurcation

责任编辑　张　构