

# 结合 Curvelet 变换与加权 双边滤波的图像去噪方法<sup>①</sup>

秦 毅<sup>1</sup>, 赵二刚<sup>2</sup>

1. 重庆电子工程职业学院 人工智能与大数据学院, 重庆 401331;

2. 南开大学 电子信息与光学工程学院, 天津 300071

**摘要:** 针对加权双边滤波方法在边缘纹理方面保留不好使得图像模糊的问题, 提出一种结合 Curvelet 变换与加权双边滤波的图像去噪方法. 该方法使用加权双边滤波器将噪声图像分解为低频部分和高频部分, 然后将 Curvelet 变换的折衷阈值应用于高频部分用以保留图像纹理细节, 最后将低频部分和处理后的高频部分进行重构得到去噪图像. 实验结果表明, 相对于其他方法, 本文方法在去噪和边缘信息保留方面都有明显的改善. 对于包含边缘信息的去噪图像, 峰值信噪比(PSNR), 视觉信息保真度(VIF)和结构相似性指数(SSIM)测量值有实质性的提高.

**关键词:** 图像去噪; 加权双边滤波; Curvelet 变换; 边缘纹理信息

**中图分类号:** TP391

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1000-5471(2021)01-0007-06

图像和视频通信已经成为人们日常生活的重要组成部分, 使用当前的图像捕获技术, 噪声不可避免地会在图像中产生, 尤其是在低光照条件下获取的图像, 最常见的噪声类型是加性白高斯噪声<sup>[1]</sup> (Additive White Gaussian Noise, AWGN). 由于噪声降低了图像的视觉质量和计算机视觉算法的性能, 因此近年来图像去噪已经成为图像处理方面的热点问题.

图像去噪<sup>[2]</sup>要求在有效去除噪声和不引入人为特征(阶梯、振铃现象)的同时, 尽可能地保留边缘信息和纹理细节. 目前, 图像去噪<sup>[3]</sup>方法大致可以分为空间域和变换域两类. 空间域去噪以高斯滤波<sup>[4]</sup>、基于偏微分方程滤波<sup>[5]</sup>、双边滤波<sup>[6]</sup>等算法为代表, 可以得到较高的峰值信噪比, 但在边缘信息和纹理细节方面保留较少. 变换域去噪以小波变换<sup>[7]</sup>、contourlet 变换<sup>[8]</sup>、Curvelet 变换<sup>[9]</sup>等方法为代表, 可以很好地保留图像的几何信息, 但是该类方法的计算较为复杂.

双边滤波(Bilateral Filter, BF)去噪算法具有容易实现且计算简单的特点, 可以识别显著的边缘细节, 在消除噪声的同时能够保留部分几何信息. 但是, 当噪声变大后, 双边滤波的抑噪能力会变差. Chaudhury 等<sup>[10]</sup>提出了加权双边滤波(Weighted Bilateral Filter, WBF)方法, 采用鲁棒双边滤波的预处理结果来引导标准双边滤波去噪, 对有较大方差的噪声具有鲁棒性, 但是由于采用了均值滤波, 会使得图像在去噪过程中丢失一些纹理结构. 芦碧波等<sup>[11]</sup>提出了一种利用全变分方式引导双边滤波器进行去噪的方法, 该算法在去噪能力和边缘信息保持方面都有所提升, 但是利用双边滤波在消除图像中高频部分噪声的同时, 也会将分布在高频处的边缘纹理信息滤除. Curvelet 变换是建立在小波变换和脊波变换的理论基础之上, 继承了小波变换良好的时频分析能力和脊波变换的方向选择特性, 能够更好地保持去噪图像的边缘信息, 但是在重构过程中容易产生振铃效应和伪影现象.

① 收稿日期: 2019-10-31

基金项目: 重庆市高等教育教学改革研究重点项目(162071); 重庆市教育委员会科学技术研究项目(KJ1729408).

作者简介: 秦 毅, 副教授, 主要从事计算机应用技术研究.

针对 WBF 在边缘纹理方面保留不好的问题, 通过结合空间域和变换域去噪方法的优点, 提出了一种结合 Curvelet 变换与 WBF 的图像去噪方法. 本文首先使用加权双边滤波器将噪声图像分解为低频图像和高频图像, 然后对高频图像应用 Curvelet 变换, 通过设定合适的阈值函数使得图像中保留更多的边缘纹理细节, 最后将低频图像和处理后的高频图像进行重构, 得到保存有更多几何信息的去噪图像. 实验结果表明, 相对于其他方法, 本文方法在去噪性能方面有了明显的改善, 在边缘信息保留方面也有实质性的提高, 并且重构过程中避免了振铃、伪影现象的出现.

## 1 双边滤波

标准双边滤波(Standard Bilateral Filter, SBF) 是一种非线性滤波器, 可以达到保持边缘、降噪平滑的效果. 双边滤波不仅考虑了像素的欧氏距离, 还考虑了像素范围域中的颜色差异, 其原理是将一个与空间距离相关的高斯函数和一个与灰度距离相关的高斯函数相乘.

$$\hat{I}_1(x) = \frac{\sum_{j \in \Omega} f_{\sigma_s}(j) f_{\sigma_r}(I(x-j) - I(x)) I(x-j)}{\sum_{j \in \Omega} f_{\sigma_s}(j) f_{\sigma_r}(I(x-j) - I(x))} \quad (1)$$

其中,  $x$  表示像素位置,  $\Omega$  为像素  $x$  的邻域,  $j$  是邻域  $\Omega$  内的像素,  $I(x)$  和  $\hat{I}_1(x)$  分别表示噪声图像和双边滤波后的输出图像,  $f_{\sigma_s}(x) = e^{-\frac{|x|^2}{2\sigma_s^2}}$  和  $f_{\sigma_r}(t) = e^{-\frac{|t|^2}{2\sigma_r^2}}$  分别表示几何邻近关系的空间滤波函数和灰度相似关系的灰度滤波函数,  $\sigma_s$  和  $\sigma_r$  表示高斯函数中的标准差, 其大小决定了双边滤波器的性能.

由于这两个参数与噪声方差有关, 不是独立的, 因此在鲁棒双边滤波器(Robust Bilateral Filter, RBF) 中将这两个参数设置为单独可调整的值.

$$\hat{I}_2(x) = \frac{\sum_{j \in \Omega} f_{\sigma_s}(j) f_{\sigma_r}(\bar{I}(x-j) - \bar{I}(x)) \bar{I}(x-j)}{\sum_{j \in \Omega} f_{\sigma_s}(j) f_{\sigma_r}(\bar{I}(x-j) - \bar{I}(x))} \quad (2)$$

其中,  $\bar{I}(x) = \frac{1}{(2L+1)^2} \sum_{j \in \{-L, L\}^2} I(x-j)$ ,  $L$  用于控制平滑量.

为了在所有噪声水平下获得最佳去噪性能, 加权双边滤波器(Weighted Bilateral Filter, WBF) 定义为标准双边滤波器和鲁棒双边滤波器的线性组合.

$$\hat{I} = \theta_1 \hat{I}_1 + \theta_2 \hat{I}_2 \quad (3)$$

其中,  $\theta_1$  和  $\theta_2$  是最佳权重, 一般通过去噪图像和原始图像之间的均方误差(Mean Squared Error, MSE) 最小化方式求得.

## 2 加权双边滤波和 Curvelet 变换联合去噪方法

本文方法是在加权双边滤波器(WBF) 的基础上, 利用 Curvelet 变换进行去噪的方法. 在实现过程中, 使用加权双边滤波器将噪声图像分解为低频(Low Frequency, LF) 部分和高频(High Frequency, HF) 部分, 低频图像是加权双边滤波器滤波后的图像, 高频图像则需要经过 Curvelet 的阈值处理, 获取分布在高频部分的几何信息, 具体流程如图 1 所示.

### 2.1 WBF 图像分解

利用加权双边滤波器可以将噪声图像  $I$  分解为低频图像  $I_{LF}$  和高频图像  $I_{HF}$ , 分解后的图像大部分信息保留在低频部分中, 而边缘和纹理细节存在于图像的高频部分中. 虽然加权双边滤波器在对噪声图像  $I$  平滑滤波的同时, 可以利用平均像素方法保留部分的几何细节, 但是丢失了大部分分布在高频部分的几何细节.

在处理过程中, WBF 需要根据噪声图像  $I$  计算出最优权重系数  $\theta_1$  和  $\theta_2$ , 然后利用均方误差(MSE) 最小化方法估计权重系数. 最后, 根据公式(3) 将噪声图像分解成低频图像  $I_{LF}$  和高频图像  $I_{HF}$ .

## 2.2 基于 Curvelet 变换的图像细节保留

在图像处理中, 大多数自然图像由曲线线条构成。相对于小波变换而言, Curvelet 变换是一种具有高方向灵敏度的多尺度变换, 可以很好地捕获到图像的曲线边缘, 并且 Curvelet 变换只需很少的非零系数就能够准确地表示平滑函数和边缘信息。

本文采用第二代快速离散 Curvelet 变换中的 Wrapping 算法, 该算法是基于特殊选择采样的傅里叶变换的卷绕。

利用二维傅里叶变换将给定的时域函数  $f[t_1, t_2]$  变换至频率域  $f[\omega_1, \omega_2]$ 。

对  $f[\omega_1, \omega_2]$  函数进行重采样

$$f_l = f[\omega_1, \omega_2 - \omega_1 \tan \theta_l] \quad (4)$$

其中,  $l$  表示角度。

将插值后的  $f_l$  与窗函数  $U_j[\omega_1, \omega_2]$  相乘

$$f_{j,l} = f_l \cdot U_j[\omega_1, \omega_2] \quad (5)$$

其中,  $j$  表示尺度。

围绕原点 Wrapping 局部化

$$\tilde{f}_{j,l} = W(f_l, U_j) \quad (6)$$

对  $\tilde{f}_{j,l}$  进行二维傅里叶逆变换, 得到离散 Curvelet 系数  $C^D$ 。

Curvelet 变换有很好的方向选择性, 当选择的方向与图像边缘方向一致时, 可以获得较大的图像系数, 较小的噪声系数。Curvelet 变换通过设定合适的阈值达到图像去噪的目的。Curvelet 变换的阈值函数可以分为 3 种:

硬阈值函数定义为

$$S_\delta(w) = \begin{cases} 0, & |w| < \delta \\ w, & |w| \geq \delta \end{cases} \quad (7)$$

其中,  $w$  和  $S_\delta(w)$  表示 Curvelet 实际系数和估计系数,  $\delta$  表示阈值。

软阈值函数定义为

$$S_\delta(w) = \begin{cases} 0, & |w| < \delta \\ \text{sgn}(w) \cdot (|w| - \delta), & |w| \geq \delta \end{cases} \quad (8)$$

其中,  $\text{sgn}$  表示符号函数。

在去噪过程中, 硬阈值函数在阈值处不连续, 重构信号可能会出现跳跃现象; 软阈值函数在  $|S_\delta(w)| > \delta$  时,  $S_\delta(w)$  与  $w$  存在差异, 对接近实际信号有很大影响。因此, 本文采取软、硬阈值函数相折衷的方式。

$$S_\delta(w) = \begin{cases} 0, & |w| < \delta \\ \text{sgn}(w) \cdot (|w| - \alpha\delta), & |w| \geq \delta \end{cases} \quad (9)$$

其中,  $0 \leq \alpha \leq 1$ 。采取软、硬阈值函数相折衷的方式可以有效避免上述问题的出现, 去噪效果更显著, 图像纹理更清晰, 高频细节更突出。

基于 Curvelet 变换的阈值去噪方法可以分成 3 个步骤:

- 1) 对高频噪声图像进行曲波变换, 得到不同尺度上的 Curvelet 系数;
- 2) 采取折衷阈值函数, 对 Curvelet 系数做阈值处理;
- 3) 利用曲波逆变换对阈值处理后的 Curvelet 系数进行重构, 得到去噪图像。

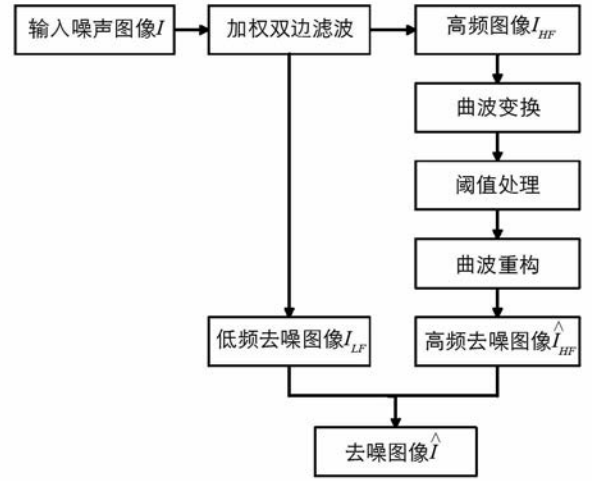


图 1 联合去噪方法处理流程

### 2.3 图像融合

将高频滤波图像  $\hat{I}_{HF}$  和低频滤波图像  $I_{LF}$  融合成一幅图像  $\hat{I}$ .

$$\hat{I} = I_{LF} + \hat{I}_{HF} \quad (10)$$

与采用加权双边滤波器进行去噪的图像  $I_{LF}$  相比,本文方法的去噪图像  $\hat{I}$  具有更多的边缘信息和纹理细节.

## 3 评价指标与实验结果分析

所有实验在一台配置为 Intel(R) Core(TM)i5-3320 CPU @2.60 GHz 和 4 GB RAM 的笔记本电脑上进行,所有测试均在 Matlab 2014a 环境下实现. 选取数字图像处理常用数据集 Set12 进行实验, Set12 数据集包括 Lena, Cameraman, Barbara, House 等在内的 12 张灰度图像, 尺寸为  $256 \times 256$ . 将测试结果与标准双边滤波(SBF)、加权双边滤波算法(WBF)、LPG-PCA、Curvelet 变换、WBF + Wavelet 和 Curvelet- 双边滤波联合算法(JBF + Curvelet) 等算法进行对比分析.

所有实验中主要是对常见的加性高斯白噪声进行研究处理, 通过设定不同的噪声方差( $\sigma = 10, 20, 50$ ), 对比所提出的方法和其他方法的去噪性能. 加权双边滤波器(WBF) 的分解过程主要通过选择两个参数  $\sigma_s$  和  $\sigma_r$  的窗口大小来控制. 本文算法选择的参数为空间内核  $\sigma_s = 4$ , 范围内核  $\sigma_r = 20$  和窗口尺寸为  $11 \times 11$ .

### 3.1 评价指标

为了评价算法的去噪性能, 采用图像处理中常用的 3 种指标进行估计: 峰值信噪比(PSNR)、结构相似性指数(SSIM) 和视觉信息保真度(VIF).

PSNR 表示滤波图像的最大像素值与噪声的比值, 定义为

$$PSNR = 10 \times \lg \frac{(f_{\max} - f_{\min})^2}{MSE} \quad (11)$$

其中 MSE 表示均方误差,  $f_{\max}$  和  $f_{\min}$  分别表示去噪图像的最大像素和最小像素. PSNR 越大, 说明去噪图像失真越小, 图像的去噪效果越好.

基于感知模型的归一化度量 SSIM 定义为

$$S(x, y) = f(l(x, y), c(x, y), s(x, y)) \quad (12)$$

其中,  $l(x, y) = \frac{2u_x u_y + c_1}{u_x^2 + u_y^2 + c_1}$ ,  $c(x, y) = \frac{2\sigma_x \sigma_y + c_2}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + c_2}$ ,  $s(x, y) = \frac{\sigma_{xy} + c_3}{\sigma_x \sigma_y + c_3}$  分别表示亮度比较、对比度比较和结构比较,  $x, y$  分别为参考图像和去噪图像,  $u_x, u_y$  分别表示图像  $x, y$  的均值,  $\sigma_x^2, \sigma_y^2$  表示  $x, y$  的方差,  $\sigma_{xy}$  表示  $x, y$  的协方差,  $c_1, c_2, c_3$  为很小的常数. SSIM 从亮度(均值)、对比度(方差)和结构 3 个层次比较图像失真, 但经常用于比较去噪图像与原始图像间的结构相似形, SSIM 在  $[-1, 1]$  区间范围内取值, 其值越接近 1, 说明两者结构相似性越好, 相反相似性越差.

VIF 通过计算去噪图像与原始图像之间的互信息来衡量去噪图像的质量优劣, 该指标与主观视觉具有更高的一致性, VIF 可以定义为

$$VIF = \frac{\sum_{j \in M} I(\vec{C}^{N,j}; \vec{F}^{N,j} | s^{N,j})}{\sum_{j \in M} I(\vec{C}^{N,j}; \vec{E}^{N,j} | s^{N,j})} \quad (13)$$

其中,  $M$  表示小波分解的子带个数,  $\vec{C}^{N,j}$  表示第  $j$  个子带上随机场的  $N$  个元素,  $\vec{E}^{N,j}$  和  $\vec{F}^{N,j}$  分别表示原始图像和失真图像的人类视觉系统模型的输出. VIF 值越大, 表明图像质量越好.

### 3.2 实验结果分析

使用 RBF、WBF、LPG-PCA、Curvelet 变换、WBF + Wavelet、JBF + Curvelet 和本文算法在加入标准差  $\sigma = 30$  的高斯白噪声后, 不同算法获得的去噪图形 PSNR 值分别对应 20.87, 27.92, 28.85, 28.36, 28.59, 28.70, 29.68 dB, 从而说明本文算法比其他算法具备更优的去噪性能. 可以更好地保留图像中的纹

理细节和边缘信息, 并且很好地抑制边缘细节的扭曲(表 1).

表 1—表 3 给出了多个噪声标准偏差情况下, 不同去噪方法的  $PSNR, SSIM, VIF$  方面的比较结果, 该结果是不同算法利用数据集 Set12 中 12 张灰度图进行测试的平均值. 从表 1, 表 2, 表 3 中可以看出, 在不同的噪声标准偏差情况下, 本文方法在  $PSNR, SSIM, VIF$  指标上比其他去噪方法表现更好, 明显地体现出本文方法在去噪方面的优越性.

表 1 不同去噪方法在  $\sigma=10, 20, 30, 40, 50$  时的  $PSNR$  值 dB

| 标准差          | 10    | 20    | 30    | 40    | 50    |
|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 噪声图片         | 28.12 | 22.09 | 18.51 | 16.07 | 14.15 |
| SBF          | 32.23 | 25.39 | 20.87 | 17.51 | 15.09 |
| WBF          | 32.45 | 29.75 | 27.92 | 26.17 | 25.02 |
| LPG-PCA      | 34.19 | 31.21 | 28.85 | 27.08 | 26.11 |
| Curvelet     | 32.77 | 30.08 | 28.36 | 26.49 | 25.37 |
| WBF+Wavelet  | 33.36 | 30.87 | 28.59 | 26.77 | 25.61 |
| JBF+Curvelet | 33.45 | 30.99 | 28.70 | 27.05 | 26.18 |
| 本文算法         | 34.86 | 31.32 | 29.68 | 28.51 | 27.00 |

表 2 不同去噪方法在  $\sigma=10, 20, 30, 40, 50$  时的  $SSIM$  值

| 标准差          | 10    | 20    | 30    | 40    | 50    |
|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 噪声图片         | 0.756 | 0.545 | 0.421 | 0.335 | 0.274 |
| SBF          | 0.912 | 0.688 | 0.492 | 0.372 | 0.296 |
| WBF          | 0.915 | 0.841 | 0.802 | 0.737 | 0.653 |
| LPG-PCA      | 0.924 | 0.867 | 0.820 | 0.781 | 0.745 |
| Curvelet     | 0.933 | 0.864 | 0.828 | 0.796 | 0.767 |
| WBF+Wavelet  | 0.912 | 0.836 | 0.790 | 0.722 | 0.637 |
| JBF+Curvelet | 0.929 | 0.899 | 0.844 | 0.801 | 0.771 |
| 本文算法         | 0.936 | 0.902 | 0.862 | 0.829 | 0.790 |

表 3 不同去噪方法在  $\sigma=10, 20, 30, 40, 50$  时的  $VIF$  值

| 标准差          | 10    | 20    | 30    | 40    | 50    |
|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 噪声图片         | 0.413 | 0.262 | 0.194 | 0.150 | 0.121 |
| SBF          | 0.463 | 0.299 | 0.211 | 0.158 | 0.127 |
| WBF          | 0.475 | 0.382 | 0.327 | 0.273 | 0.230 |
| LPG-PCA      | 0.558 | 0.439 | 0.367 | 0.316 | 0.291 |
| Curvelet     | 0.489 | 0.400 | 0.345 | 0.289 | 0.261 |
| WBF+Wavelet  | 0.494 | 0.381 | 0.319 | 0.269 | 0.228 |
| JBF+Curvelet | 0.529 | 0.414 | 0.335 | 0.298 | 0.279 |
| 本文算法         | 0.561 | 0.443 | 0.377 | 0.329 | 0.295 |

## 4 结 语

本文提出一种结合 Curvelet 变换与加权双边滤波的图像去噪方法, 该方法采用加权双边滤波法去除图像中的噪声, 然后通过 Curvelet 变换很好地保留了图像的边缘信息和纹理细节, 在图像中恢复这些细节不仅可以提高图像质量, 还可以引发用户对图像纹理细节更深层次的理解. 通过与其他一些先进图像去噪方法的对比实验可以看出, 本文算法在  $PSNR, VIF$  和  $SSIM$  方面均优于其他算法, 并且在有效去除图像噪声的同时, 对图像中的纹理和伪像进行了细化. 因此, 本文方法可以用于诸如医学成像领域, 专门增强超声和磁共振图像中的图像质量.

## 参考文献:

- [1] DENG X Y, MA Y D, DONG M. A New Adaptive Filtering Method for Removing Salt and Pepper Noise Based on Multilayered PCNN [J]. Pattern Recognition Letters, 2016, 79: 8-17.
- [2] 李鹏程, 吴 涛, 张善卿. 基于 Gabor 小波和 CNN 的图像失真类型判定算法 [J]. 计算机应用研究, 2019, 36(10): 3179-3182.
- [3] 张真真, 王建林. 结合第二代 Bandelet 变换分块的字典学习图像去噪算法 [J]. 计算机科学, 2018, 45(7): 264-270.
- [4] 宋人杰, 刘 超, 王保军. 一种自适应的 Canny 边缘检测算法 [J]. 南京邮电大学学报(自然科学版), 2018, 38(3): 72-76.
- [5] MENG X Y, CHE L, LIU Z H, et al. Towards a Partial Differential Equation Remote Sensing Image Method Based on Adaptive Degradation Diffusion Parameter [J]. Multimedia Tools and Applications, 2017, 76(17): 17651-17667.
- [6] 王 涛, 陈凡胜, 苏晓锋. 基于各向异性双边滤波红外背景抑制方法研究 [J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2018, 45(2): 119-126.
- [7] CASTILLO J, MOCQUET A, SARACCO G. Wavelet Transform: a Tool for the Interpretation of Upper Mantle Converted Phases at High Frequency [J]. Geophysical Research Letters, 2001, 28(22): 4327-4330.
- [8] LI D M, ZHANG L J, YANG J H, et al. Research on Wavelet-based Contourlet Transform Algorithm for Adaptive Optics Image Denoising [J]. Optik, 2016, 127(12): 5029-5034.
- [9] MA G S, ZHAO J M. Quaternion Ridgelet Transform and Curvelet Transform [J]. Advances in Applied Clifford Algebras, 2018, 28(4): 1-21.
- [10] CHAUDHURY K N, RITHWIK K. Image Denoising Using Optimally Weighted Bilateral Filters: a Sure and Fast Approach [C]//2015 IEEE International Conference on Image Processing (ICIP). Quebec City: IEEE, 2015.
- [11] 芦碧波, 王乐蓉. 全变分引导的双边滤波图像去噪方法 [J]. 光学技术, 2018, 44(2): 194-200.

## On Image Denoising Method Combined with Curvelet Transform and Weighted Bilateral Filtering

QIN Yi<sup>1</sup>, ZHAO Er-gang<sup>2</sup>

1. School of Big Data and Artificial Intelligence, Chongqing College of Electronic Engineering, Chongqing 401331, China;

2. School of Electronic Information and Optical Engineering, Nankai University, Tianjin 300071, China

**Abstract:** Aiming at the problem that the weighted bilateral filtering method cannot preserve the edge texture well and make the image blurred, an image denoising method combining Curvelet transform and weighted bilateral filtering has been proposed. According to the method, weighted bilateral filters have been used to decompose the noisy image into low-frequency and high-frequency parts. Then the compromise threshold of Curvelet transform has been applied to high-frequency part to preserve the texture details of the image. Finally, the low-frequency part and the processed high-frequency part have been reconstructed to get the denoised image. The experimental results indicate that comparing with other methods, the proposed method can effectively remove noises while preserving more structure and edge details. The PSNR, VIF and SSIM measurements of this method are substantially improved for denoised images including the edge information.

**Key words:** image denoising; weighted bilateral filtering; curvelet transform; edge and texture information

责任编辑 夏 娟