第 46 卷 第 5 期 西南师范大学学报(自然科学版) 2021 年 5 月
Vol. 46 No. 5 Journal of Southwest China Normal University (Natural Science Edition) May 2021

DOI:10.13718/j.cnki.xsxb.2021.05.004

一个具有幼年-成年两个阶段的种群模型的解的存在唯一性[①]

李 状, 王明龙

西南大学 数学与统计学院,重庆 400715

摘要:生物群中许多物种具有两个阶段的成长过程,本文通过年龄结构和大小结构分别对种群的幼年-成年两个阶段进行建模得到耦合的年龄-大小结构偏微分方程组并利用特征线法将方程组转化为积分方程形式再通过不动点定理证明模型解的存在唯一性.

关 键 词:年龄结构;大小结构;特征线法;不动点定理

中图分类号:O175 **文献标志码**:A **文章编号**:1000-5471(2021)05-0019-06

近几十年来,用于描述生物种群动力学行为的偏微分方程模型引起了许多研究者的兴趣,其中两个重要的建模形式为以年龄结构建模以及大小结构建模,而对所建立的模型最值得关注的问题之一就是如何证明方程(组)的(弱)解的存在唯一性,其中称之为半群理论的一种方法是研究自治系统适定性和通过逼近得到收敛性的常用手段[1-2],除此之外还有其他几种,例如不动点定理[3-5]、差分格式[6]以及比较原理[7-9].其中,差分格式与不动点定理则可用于增长率依赖于种群总量的非线性非自治系统中,比较原理一般用于增长率与种群总量无关或常微分与偏微分耦合的系统[10].不动点定理的运用很广泛,例如:文献[3]利用不动点定理等方法,给出了线性矩阵不等式条件的反应扩散马尔科夫跳跃周期模糊时滞系统的随机稳定性判据,并通过建立在乘积空间上的压缩映射克服了反应扩散模型带来的数学上的困难;文献[5]利用不动点定理证明了具有非线性自然增长率的大小结构模型的偏微分方程的解的存在唯一性;文献[4]用不动点定理证明了 n 个种群耦合的大小结构模型方程组的解的存在唯一性并分析了种群的共存与排斥;文献[6]利用差分格式证明了弱解的存在唯一性,值得一提的是,文献[4-5]仅考虑了具有单一阶段的物种模型,而在现实世界中,有很多物种是具有两个阶段的,例如蝌蚪与青蛙,蚕与蚕蛾.因此对于此类物种,模型的建立与文献[4-5]有所不同.文献[9]将种群分成了幼年与成年两个阶段,并分别用 $J(a,t)$,$A(x,t)$ 来表示,其中幼年阶段 $J(a,t)$ 用年龄结构进行建模,成年阶段 $A(x,t)$ 用大小结构进行建模.但值得注意的是,文献[9]利用比较原理以及单调有界定理证明解的存在唯一性时,非线性增长率 g 通常无法依赖 $\varphi(t)$,而本文主要参考文献[9]中的模型,即仍然以年龄结构和大小结构分别对物种的两个阶段(幼年与成年)进行建模,并假设幼年阶段的死亡率 v,成年阶段的增长率 g,死亡率 μ,繁殖率 β 均依赖于种群的总数量 $\varphi(t)$:

$$\varphi(t)=\tilde{\varphi}(t)+\hat{\varphi}(t)=\int_0^{a_{\max}} J(a,t)\mathrm{d}a+\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} A(x,t)\mathrm{d}x$$

① 收稿日期:2020-09-11
基金项目:国家自然科学基金项目(11871060).
作者简介:李 状,硕士研究生,主要从事生物数学和动力系统研究.

再利用特征线法和不动点定理证明模型的解的存在唯一性. 显然，对每个参数作如此假设是符合现实意义的，原因是在资源有限(例如有限的光照、有限的水资源、有限的食物等等)的环境中，会同时存在种内竞争与种间竞争.

1 模型的积分形式解

给出模型如下：

$$\begin{cases} J_t(a,t)+J_a(a,t)+v(\varphi(t))J(a,t)=0 & a\in(0,a_{\max}) \quad t\in(0,T) \\ A_t(x,t)+(g(\varphi(t))A(x,t))_x+\mu(\varphi(t))A(x,t)=0 & x\in(x_{\min},x_{\max}) \quad t\in(0,T) \\ J(0,t)=\int_{x_{\min}}^{x_{\max}}\beta(\varphi(t))A(x,t)\mathrm{d}x & t\in[0,T] \\ g(\varphi(t))A(x_{\min},t)=J(a_{\max},t) & t\in[0,T] \\ J(a,0)=J_0(a) & a\in[0,a_{\max}] \\ A(x,0)=A_0(x) & x\in[x_{\min},x_{\max}] \end{cases} \tag{1}$$

先对模型的参数作一些假设.

(H1) 对 $\forall\varphi\in[0,\infty)$，$g(\varphi)>0$ 且连续可微.

(H2) 对 $\forall\varphi\in[0,\infty)$，$v(\varphi)>0$ 且连续可微.

(H3) 对 $\forall\varphi\in[0,\infty)$，$\mu(\varphi)>0$ 且连续可微.

(H4) 对 $\forall\varphi\in[0,\infty)$，$\beta(\varphi)>0$ 连续可微且有界，即 $\beta(\varphi(t))\leqslant\beta_M$.

(H5) $J(a_{\max},t)(>0)\in L^{\infty}[0,T]$.

(H6) $J_0(a)(>0)\in L^1[0,a_{\max}]$，$A_0(x)(>0)\in L^1[x_{\min},x_{\max}]$.

我们可以通过特征线法[4-5]求出模型(1) $J(a,t)$，$A(x,t)$ 的解析表达式为

$$J(a,t)=J_0(a-t)\exp(-\int_0^t v(\varphi(\tau))\mathrm{d}\tau) \qquad t\leqslant a \tag{2}$$

$$J(a,t)=\int_{x_{\min}}^{x_{\max}}\beta(\varphi(t-a))A(x,t-a)\mathrm{d}x\ \exp\left(-\int_{t-a}^t v(\varphi(\tau))\mathrm{d}\tau\right) \qquad t>a \tag{3}$$

$$A(x,t)=A_0(X(0;t,x))\exp\left(-\int_0^t\mu(\varphi(\tau))\mathrm{d}\tau\right) \qquad x\geqslant X(t;0,x_{\min}) \tag{4}$$

$$A(x,t)=\frac{J(a_{\max},\Gamma(x_{\min};x,t))}{g(\varphi(\Gamma(x_{\min};x,t)))}\exp\left(-\int_{\Gamma(x_{\min};x,t)}^t\mu(\varphi(\tau))\mathrm{d}\tau\right) \qquad x<X(t;0,x_{\min}) \tag{5}$$

其中 J，A 的特征线由下列常微分方程组给出

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}a(t)}{\mathrm{d}t}=1 \\ \dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}=g(\varphi(t)) \end{cases} \tag{6}$$

由方程组(6)可解出 $a=t+c$，进而得到(2)式与(3)式，对于方程组(6)第2式由(H1)中关于 $g>0$ 的假设可知，x 关于 t 是严格单增的，从而方程组(6)第2式对于任意初值 (t_0,x_0) 有唯一解 $X(t;t_0,x_0)$，且对应有唯一反函数 $\Gamma(x;x_0,t_0)$，而 $(t,X(t;0,x_{\min}))$ 则表示一条过点 $(0,x_{\min})$ 且将平面分为两部分的特征线，因此结合初边值条件可得到(4)式与(5)式. 再对(2)－(3)式与(4)－(5)式分别关于 a 与 x 进行积分，得到如下关于 $\varphi(t)$ 的表达式：

$$\varphi(t)=\int_0^t\int_{x_{\min}}^{x_{\max}}\beta(\varphi(t-a))A(x,t-a)\mathrm{d}x\ \exp\left(-\int_{t-a}^t v(\varphi(\tau))\mathrm{d}\tau\right)\mathrm{d}a+$$

$$\int_t^{a_{\max}}J_0(a-t)\exp(-\int_0^t v(\varphi(\tau))\mathrm{d}\tau)\mathrm{d}a+$$

$$\begin{aligned}
&\int_{x_{\min}}^{X(t;\,0,\,x_{\min})}\frac{J(a_{\max},\,\Gamma(x_{\min};\,x,\,t))}{g(\varphi(\Gamma(x_{\min};\,x,\,t)))}\exp\Big(-\int_{\Gamma(x_{\min};\,x,\,t)}^{t}\mu(\varphi(\tau))\mathrm{d}\tau\Big)\mathrm{d}x+\\
&\int_{X(t;\,0,\,x_{\min})}^{x_{\max}}A_0(X(0;\,t,\,x))\exp\Big(-\int_0^t\mu(\varphi(\tau))\mathrm{d}\tau\Big)\mathrm{d}x=\\
&\int_0^t\int_{x_{\min}}^{x_{\max}}\beta(\varphi(t-a))A(x,\,t-a)\mathrm{d}x\,\exp\Big(-\int_{t-a}^{t}v(\varphi(\tau))\mathrm{d}\tau\Big)\mathrm{d}a+\\
&\int_t^{a_{\max}}J_0(a-t)\exp\Big(-\int_0^t v(\varphi(\tau))\mathrm{d}\tau\Big)\mathrm{d}a+\\
&\int_0^t J(a_{\max},\,\eta)\exp\Big(-\int_\eta^t\mu(\varphi(\tau))\mathrm{d}\tau\Big)\mathrm{d}\eta+\\
&\int_{x_{\min}}^{x_{\max}}A_0(\xi)\exp\Big(-\int_0^t\mu(\varphi(\tau))\mathrm{d}\tau\Big)\mathrm{d}\xi
\end{aligned}\tag{7}$$

在(7) 式的右端作两次变量代换：$x\to\eta(X(t;\,\eta,\,x_{\min})=x$，即 $\eta=\Gamma(x_{\min};\,x,\,t))$，以及 $x\to\xi:=X(0;\,t,\,x)$. 因此，如果 $\varphi(t)$ 是(7) 式的非负连续解，则(1) 式有连续解.

2　解的存在唯一性

由于已经建立(1) 式与(7) 式的对应关系，因此要研究原模型解的存在唯一性，只需要关注问题(7) 的可解性. 首先令 $K>\|J_0\|_{L^1}+\|A_0\|_{L^1}=\int_0^{a_{\max}}J_0(a)\mathrm{d}a+\int_{x_{\min}}^{x_{\max}}A_0(x)\mathrm{d}x$，$S_{T,\,K}=\Big\{f\in C[0,\,T]\mid f(0)=\|J_0\|_{L^1}+\|A_0\|_{L^1},\,0\leqslant f(x)\leqslant K\Big\}$，再定义算子 O：$S_{T,\,K}\longrightarrow S_{T,\,K}$，由于 $S_{T,\,K}$ 是 Banach 空间 $C[0,\,T]$ 的闭子空间，故也是完备的，因此仍可取范数为 $C[0,\,T]$ 的范数，最后定义$(O\varphi)(t)$ 为等式(7) 右端函数组.

定理 1　假设(H1)－(H6) 成立，则存在充分小的 T_0 满足 $T>T_0>0$，使得问题(1) 在$[0,\,T_0]$存在唯一解.

证　首先令$(O\varphi)(t)\in S_{T,\,K}$. 由于对任意的 $\varphi\in S_{T,\,K}$，有

$$(O\varphi)(t)\leqslant\beta_M(\|J\|_\infty T+\|A_0\|_{L^1})T+\|J_0\|_{L^1}+\|J\|_\infty T+\|A_0\|_{L^1}$$

当 T 充分小时，总可以使得$(O\varphi)(t)\leqslant K$. 因此 O：$S_{T,\,K}\longrightarrow S_{T,\,K}$.

注意到(4)－(5) 式与(7) 式的后两项，得到：

$$\begin{aligned}
\hat{\varphi}(t)=\int_{x_{\min}}^{x_{\max}}A(x,\,t)\mathrm{d}x=&\int_0^t J(a_{\max},\,\eta)\exp\Big(-\int_\eta^t\mu(\varphi(\tau))\mathrm{d}\tau\Big)\mathrm{d}\eta+\\
&\int_{x_{\min}}^{x_{\max}}A_0(\xi)\exp\Big(-\int_0^t\mu(\varphi(\tau))\mathrm{d}\tau\Big)\mathrm{d}\xi
\end{aligned}$$

为了简便可记

$$\begin{aligned}
B(t):=&\int_{x_{\min}}^{x_{\max}}\beta(\varphi(t))A(x,\,t)\mathrm{d}x=\\
&\int_0^t\beta(\varphi(t))J(a_{\max},\,\eta)\exp\Big(-\int_\eta^t\mu(\varphi(\tau))\mathrm{d}\tau\Big)\mathrm{d}\eta+\\
&\int_{x_{\min}}^{x_{\max}}\beta(\varphi(t))A_0(\xi)\exp\Big(-\int_0^t\mu(\varphi(\tau))\mathrm{d}\tau\Big)\mathrm{d}\xi
\end{aligned}$$

再证明算子 O 是压缩映射. 对任意的 $\varphi_1,\varphi_2\in S_{T,\,K}$. 此时对应有 B_1,B_2，则有

$$\begin{aligned}
|O\varphi_1-O\varphi_2|=\Big|&\int_0^t B_1(t-a)\exp\Big(-\int_{t-a}^t v(\varphi_1(\tau))\mathrm{d}\tau\Big)\mathrm{d}a+\\
&\int_t^{a_{\max}}J_0(a-t)\exp\Big(-\int_0^t v(\varphi_1(\tau))\mathrm{d}\tau\Big)\mathrm{d}a+
\end{aligned}$$

$$\int_0^t J(a_{\max},\eta)\exp\left(-\int_\eta^t \mu(\varphi_1(\tau))\mathrm{d}\tau\right)\mathrm{d}\eta +$$
$$\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} A_0(\xi)\exp\left(-\int_0^t \mu(\varphi_1(\tau))\mathrm{d}\tau\right)\mathrm{d}\xi -$$
$$\int_0^t B_2(t-a)\exp\left(-\int_{t-a}^t v(\varphi_2(\tau))\mathrm{d}\tau\right)\mathrm{d}a -$$
$$\int_t^{a_{\max}} J_0(a-t)\exp\left(-\int_0^t v(\varphi_2(\tau))\mathrm{d}\tau\right)\mathrm{d}a -$$
$$\int_0^t J(a_{\max},\eta)\exp\left(-\int_\eta^t \mu(\varphi_2(\tau))\mathrm{d}\tau\right)\mathrm{d}\eta -$$
$$\left.\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} A_0(\xi)\exp\left(-\int_0^t \mu(\varphi_2(\tau))\mathrm{d}\tau\right)\mathrm{d}\xi\right| \leqslant$$
$$\int_0^t |B_1(t-a)-B_2(t-a)|\mathrm{d}a +$$
$$\int_0^t B_2(t-a)\int_{t-a}^t |v(\varphi_1(\tau))-v(\varphi_2(\tau))|\mathrm{d}\tau\mathrm{d}a +$$
$$\int_t^{a_{\max}} J_0(a-t)\int_0^t |v(\varphi_1(\tau))-v(\varphi_2(\tau))|\mathrm{d}\tau\mathrm{d}a +$$
$$\int_0^t J(a_{\max},\eta)\int_\eta^t |\mu(\varphi_1(\tau))-\mu(\varphi_2(\tau))|\mathrm{d}\tau\mathrm{d}\eta +$$
$$\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} A_0(\xi)\int_0^t |\mu(\varphi_1(\tau))-\mu(\varphi_2(\tau))|\mathrm{d}\tau\mathrm{d}\xi$$

注意到

$$|B_1(t-a)-B_2(t-a)| = \left|\int_0^{t-a}\beta(\varphi_1(t-a))J(a_{\max},\eta)\exp\left(-\int_\eta^{t-a}\mu(\varphi_1(\tau))\mathrm{d}\tau\right)\mathrm{d}\eta +\right.$$
$$\int_{x_{\min}}^{x_{\max}}\beta(\varphi_1(t-a))A_0(\xi)\exp\left(-\int_0^{t-a}\mu(\varphi_1(\tau))\mathrm{d}\tau\right)\mathrm{d}\xi -$$
$$\int_0^{t-a}\beta(\varphi_2(t-a))J(a_{\max},\eta)\exp\left(-\int_\eta^{t-a}\mu(\varphi_2(\tau))\mathrm{d}\tau\right)\mathrm{d}\eta -$$
$$\left.\int_{x_{\min}}^{x_{\max}}\beta(\varphi_2(t-a))A_0(\xi)\exp\left(-\int_0^{t-a}\mu(\varphi_2(\tau))\mathrm{d}\tau\right)\mathrm{d}\xi\right| =$$
$$\left|\int_0^{t-a}\beta(\varphi_1(t-a))J(a_{\max},\eta)\exp\left(-\int_\eta^{t-a}\mu(\varphi_1(\tau))\mathrm{d}\tau\right)\mathrm{d}\eta -\right.$$
$$\int_0^{t-a}\beta(\varphi_2(t-a))J(a_{\max},\eta)\exp\left(-\int_\eta^{t-a}\mu(\varphi_1(\tau))\mathrm{d}\tau\right)\mathrm{d}\eta +$$
$$\int_0^{t-a}\beta(\varphi_2(t-a))J(a_{\max},\eta)\exp\left(-\int_\eta^{t-a}\mu(\varphi_1(\tau))\mathrm{d}\tau\right)\mathrm{d}\eta -$$
$$\int_0^{t-a}\beta(\varphi_2(t-a))J(a_{\max},\eta)\exp\left(-\int_\eta^{t-a}\mu(\varphi_2(\tau))\mathrm{d}\tau\right)\mathrm{d}\eta +$$
$$\int_{x_{\min}}^{x_{\max}}\beta(\varphi_1(t-a))A_0(\xi)\exp\left(-\int_0^{t-a}\mu(\varphi_1(\tau))\mathrm{d}\tau\right)\mathrm{d}\xi -$$
$$\int_{x_{\min}}^{x_{\max}}\beta(\varphi_2(t-a))A_0(\xi)\exp\left(-\int_0^{t-a}\mu(\varphi_1(\tau))\mathrm{d}\tau\right)\mathrm{d}\xi +$$
$$\int_{x_{\min}}^{x_{\max}}\beta(\varphi_2(t-a))A_0(\xi)\exp\left(-\int_0^{t-a}\mu(\varphi_1(\tau))\mathrm{d}\tau\right)\mathrm{d}\xi -$$
$$\left.\int_{x_{\min}}^{x_{\max}}\beta(\varphi_2(t-a))A_0(\xi)\exp\left(-\int_0^{t-a}\mu(\varphi_2(\tau))\mathrm{d}\tau\right)\mathrm{d}\xi\right| \leqslant$$

$$\beta_K \| \varphi_1 - \varphi_2 \|_{C[0,T]} \| J \|_\infty T + \beta_M \| J \|_\infty \mu_K \| \varphi_1 - \varphi_2 \|_{C[0,T]} T^2 +$$
$$\beta_K \| \varphi_1 - \varphi_2 \|_{C[0,T]} \| A_0 \|_{L^1} + \beta_M \| A_0 \|_{L^1} \mu_K \| \varphi_1 - \varphi_2 \|_{C[0,T]} T =$$
$$(\beta_K \| J \|_\infty T + \beta_M \| J \|_\infty \mu_K T^2 + \beta_K \| A_0 \|_{L^1} + \beta_M \mu_K \| A_0 \|_{L^1} T) \| \varphi_1 - \varphi_2 \|_{C[0,T]} := $$
$$Q(T) \| \varphi_1 - \varphi_2 \|_{C[0,T]}$$

其中 $\beta_K = \sup_{\varphi \in [0,K]} | \beta'(\varphi) |$，$\mu_K = \sup_{\varphi \in [0,K]} | \mu'(\varphi) |$. 从而

$$\begin{aligned} | O\varphi_1 - O\varphi_2 | \leqslant & Q(T) T \| \varphi_1 - \varphi_2 \|_{C[0,T]} + (\beta_M \| J \|_\infty T + \beta_M \| A_0 \|_{L^1}) v_K \| \varphi_1 - \varphi_2 \|_{C[0,T]} T^2 + \\ & v_K T \| \varphi_1 - \varphi_2 \|_{C[0,T]} \| J_0 \|_{L^1} + \| J \|_\infty \mu_K \| \varphi_1 - \varphi_2 \|_{C[0,T]} T^2 + \\ & \mu_K T \| \varphi_1 - \varphi_2 \|_{C[0,T]} \| A_0 \|_{L^1} = \\ & (Q(T) + N(T)) T \| \varphi_1 - \varphi_2 \|_{C[0,T]} \end{aligned}$$

其中

$$N(T) := (\beta_M \| J \|_\infty T + \beta_M \| A_0 \|_{L^1}) v_K T + v_K \| J_0 \|_{L^1} + \| J \|_\infty \mu_K T + \mu_K \| A_0 \|_{L^1}$$

当 T 充分小时(即在$[0, T_0]$ 内)，可得出 O 是压缩的，从而存在唯一的不动点 φ^* 使得 $O\varphi^* = \varphi^*$，此即说明(7) 式有唯一解，故而(1) 式有唯一解，证毕.

进一步，为了建立问题(1) 在$[0, T]$ 上的解的存在唯一性，我们先证明 $\varphi(t)$ 有上界. 由于

$$\varphi(t) \leqslant \beta_M \int_0^t \varphi(\tau) \mathrm{d}\tau + \| J_0 \|_{L^1} + \| J \|_\infty T + \| A_0 \|_{L^1}$$

由 Gronwall 不等式可知

$$\varphi(t) \leqslant (\| J_0 \|_{L^1} + \| J \|_\infty T + \| A_0 \|_{L^1}) \mathrm{e}^{\beta_M t}$$

故而由文献[5] 中定理 3 的证明可知问题(1) 在$[0, T]$ 内有唯一解.

3　结论与讨论

本文中，我们利用不动点定理证明了模型(1) 的解的存在唯一性，值得注意的是，我们仅考虑了各种参数依赖于种群总量 $\varphi(t)$，后续值得进一步研究的问题如下：① 可将参数设为依赖大小 x，年龄 a，时间 t 来建立模型从而考虑用差分方式来证明解的存在唯一性；② 选取适当的函数应用到死亡率、增长率、繁殖率中再通过有限差分法进行数值模拟，清晰刻画种群动力学变化，即种群的持久与灭绝；③ 现实中，种群所在的环境大多存在污染物，可建立有关模型考虑不同的污染物浓度是怎样影响种群的动力学行为的.

参考文献：

[1] BANKS H T, KAPPEL F. Transformation Semigroups and L^1-Approximation for Size-Structured Population Models [J]. Semigroup Forum, 1989, 38(1): 141-155.

[2] PAZY A. Semigroups of Linear Operators and Applications to Partial Differential Equations [M]. New York: Springer-Verlag, 1983.

[3] 李兴贵，黄家琳. 不动点技巧在反应扩散模糊随机周期时滞系统稳定性分析中的应用 [J]. 西南大学学报(自然科学版)，2019，41(6)：64-72.

[4] ACKLEH A S, DENG K, WANG X B. Competitive Exclusion and Coexistence for a Quasilinear Size-Structured Population Model [J]. Mathematical Biosciences, 2004, 192(2): 177-192.

[5] CALSINA A, SALDANA J. A Model of Physiologically Structured Population Dynamics with a Nonlinear Individual Growth Rate [J]. Journal of Mathematical Biology, 1995, 33(4): 335-364.

[6] HUANG Q H, WANG H. A Toxin-Mediated Size-Structured Population Model: Finite Difference Approximation and Well-Posedness [J]. Mathematical Biosciences and Engineering, 13(4): 697-722.

[7] ACKLEH A S, DENG K. A Monotone Approximation for the Nonautonomous Size-Structured Population Model [J].

Quarterly of Applied Mathematics, 1999, 57(2): 261-267.

[8] ACKLEH A S, DENG K, THIBODEAUX J J. A Monotone Approximation for a Size-Structured Population Model with a Generalized Environment [J]. Journal of Biological Dynamics, 2007, 1(4): 305-319.

[9] ACKLEH A S, DENG K. A Nonautonomous Juvenile-Adult Model: Well-Posedness and Long-Time Behavior via a Comparison Principle [J]. SIAM Journal on Applied Mathematics, 2009, 69(6): 1644-1661.

[10] ACKLEH A S, DENG K, WANG X B. Existence-Uniqueness and Monotone Approximation for a Phytoplankton-Zooplankton Aggregation Model [J]. Ztschrift Für Angewandte Mathematik Und Physik Zamp, 2006, 57(5): 733-749.

[11] CUSHING J M. The Dynamics of Hierarchical Age-Structured Populations [J]. Journal of Mathematical Biology, 1994, 32(7): 705-729.

Existence and Uniqueness of Solution for a Juvenile-Adult Population Model

LI Zhuang, WANG Ming-long

School of Mathematics and Statistics, Southwest University, Chongqing 400715, China

Abstract: In this paper, the age-structured and size-structured methods have been used to model the juvenile-adult population and the coupled partial differential equations been obtained. The characteristic method has been used to transform the coupled partial differential equations into a integral equation. The existence and uniqueness of the solution of the model is proved by means of the fixed point theorem.

Key words: age-structured; size-structured; characteristics method; fixed point theorem

责任编辑 张 构