

吸烟传播模型的动力学性态分析^①

贺建花, 侯 强

中北大学 理学院, 太原 030051

摘要: 同时考虑个体传播与媒介宣传这两个风险因素, 建立反映吸烟传播动态的数学模型, 研究这两个因素耦合作用对动力学模型性态的影响. 结果发现, 模型会发生后向分支, 这意味着即使吸烟传播阈值 $R_0 < 1$, 吸烟者仍然可能持续存在; 另外, 发现模型无烟平衡点局部渐近稳定, 这说明把吸烟控制在低水平的重要性; 最后发现, 当 $R_0 > 1$ 时, 系统存在唯一的吸烟平衡点且模型是一致持续的, 这暗示吸烟会一直持续存在.

关 键 词: 基本再生数; 后向分支; 一致持续; 全局渐近稳定

中图分类号: O175.1

文献标志码: A

文章编号: 1000-5471(2021)07-0009-07

吸烟是吸烟者罹患肺癌的主要致病因素, 而肺癌是全世界癌症死亡的主要原因, 每年有 100 多万人死于肺癌^[1]. 吸烟行为的传播有多种影响因素, 尤其是在青少年期间, 父母以及身边好友是否吸烟对青少年有着很大的影响. 另外, 青少年的吸烟行为与烟草行业大量的广告以及社会吸烟风气也有着巨大的关系^[2]. 2015 年, 根据世界卫生组织报告, 全球烟草流行每年导致约 600 万人死亡, 其中 60 多万人是死于二手烟吸入的非吸烟者, 预计到 2030 年, 烟草流行将每年导致 800 多万人死亡^[3]. 吸烟已经对人类的健康造成很大的负面影响, 因此, 研究吸烟的传播特点和动态行为是控烟的首要任务.

像许多传染病一样, 吸烟的动态过程可以用数学模型来刻画. 2000 年, 文献 [4] 首次建立了吸烟的数学模型, 在这个模型中将总人口分为潜在吸烟者、吸烟者与永久戒烟者; 2008 年, 文献 [5] 考虑到戒烟不彻底的实际情况, 将临时戒烟者纳入到模型中^[5]; 文献 [6] 扩展了上述模型, 将偶尔吸烟者作为一个子种群考虑到模型之中; 文献 [7-8] 考虑了个体接触对个体吸烟者传播的影响; 文献 [9] 考虑了媒介传播与非线性接触率吸烟模型. 本文同时考虑个体接触与媒介传播的因素, 建立吸烟传播动力学模型研究这两个风险因素耦合作用对吸烟传播行为的影响.

1 模型的建立

本文基于吸烟者的特点, 将种群分为潜在吸烟者、被动吸烟者、主动吸烟者与戒烟者. 根据吸烟的传播特点, 本文作如下假设和说明:

1) 假设被动吸烟是主动吸烟者与潜在吸烟者通过有效接触形成.

2) 考虑被动吸烟者与主动吸烟者之间的两种传播方式: 其一是被动吸烟者通过与每一个主动吸烟者接触从而变为主动吸烟者; 另一种是被动吸烟者通过烟草行业大量的广告以及社会媒介等影响因素转变为主动吸烟者.

3) 考虑戒烟不彻底从而返回到潜在吸烟者.

建立模型如下:

① 收稿日期: 2020-08-31

作者简介: 贺建花, 硕士研究生, 主要从事动力系统及其应用.

通信作者: 侯 强, 博士, 副教授.

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = A - \beta SI_2 - \mu S + \delta R \\ \frac{dI_1}{dt} = \beta SI_2 - \mu I_1 - \sigma I_1 - \alpha I_1 I_2 \\ \frac{dI_2}{dt} = \sigma I_1 + \alpha I_1 I_2 - \mu I_2 - \gamma I_2 \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I_2 - \mu R - \delta R \end{cases} \quad (1)$$

其中: S, I_1, I_2, R 分别表示 t 时刻潜在吸烟者、被动吸烟者、主动吸烟者以及戒烟者的数量; β 表示潜在吸烟者与主动吸烟者的传播接触率系数; μ 表示自然死亡率; σ 表示由被动吸烟者转化为主动吸烟者的转化率; α 表示被动吸烟者与主动吸烟者的传播接触率系数; γ 表示戒烟率; δ 表示为戒烟不成功又再次成为潜在吸烟者的比率. 所有的变量是非负的, 参数是正的.

2 平衡点和后向分支

系统(1) 的可行域为

$$\Omega = \left\{ (S, I_1, I_2, R) \in \mathbb{R}_+^4 : 0 < S + I_1 + I_2 + R \leq \frac{A}{\mu} \right\} \quad (2)$$

系统(1) 存在无烟平衡点. 利用下一代生成矩阵^[10], 计算出系统(1) 的基本再生数为:

$$R_0 = \frac{\beta A}{\mu(\mu + \sigma)(\mu + \gamma)} \quad (3)$$

设系统(1) 存在正(吸烟)平衡点 $E^* = (S^*, I_1^*, I_2^*, R^*)$, 则 E^* 满足

$$\begin{cases} A - \beta S^* I_2^* - \mu S^* + \delta R^* = 0 \\ \beta S^* I_2^* - \mu I_1^* - \sigma I_1^* - \alpha I_1^* I_2^* = 0 \\ \sigma I_1^* + \alpha I_1^* I_2^* - \mu I_2^* - \gamma I_2^* = 0 \\ \gamma I_2^* - \mu R^* - \delta R^* = 0 \end{cases} \quad (4)$$

可得

$$S^* = \frac{A}{\beta I_2^* + \mu} + \frac{\delta \gamma I_2^*}{(\mu + \delta)(\beta I_2^* + \mu)}$$

$$I_1^* = \frac{(\mu + \gamma) I_2^*}{\sigma + \alpha I_2^*} \quad R^* = \frac{\gamma I_2^*}{\mu + \delta}$$

且 I_2^* 满足:

$$f(I_2^*) = A I_2^{*2} + B I_2^* + C = 0 \quad (5)$$

其中

$$A = \alpha \beta \delta \gamma - \alpha \beta (\mu + \delta) (\mu + \gamma) < 0$$

$$B = A \alpha \beta (\mu + \delta) + \beta \delta \gamma - (\mu + \gamma) (\mu + \delta) [\beta (\mu + \sigma) + \alpha \mu]$$

$$C = \mu (\mu + \delta) (\mu + \sigma) (\mu + \gamma) (R_0 - 1)$$

通过分析, 有以下结论:

定理 1 1) 当 $R_0 > 1$ 时, 系统(1) 有一个正平衡点.

2) 当 $R_0 < 1$ 时

(i) 当 $B < 0$ 时, 系统(1) 没有正平衡点;

(ii) 当 $B > 0$ 时, 若 $B^2 = 4AC$, 则有一个正平衡点, 若 $B^2 > 4AC$, 则有两个正平衡点(如图 1 所示).

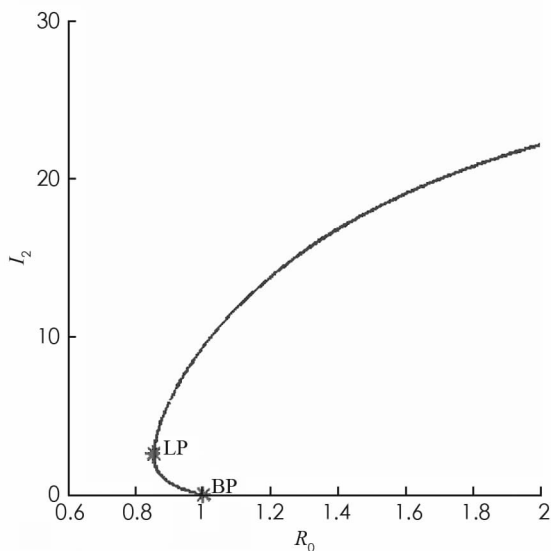


图 1 变量 I_2 随 R_0 变化的分支图

由定理 1 可知, 当 $R_0 < 1$ 时, 系统(1) 可能存在正平衡点. 这意味着, 系统可能会发生后向分支. 下面应用文献 [11] 中的方法, 分析系统(1) 后向分支的存在性.

考虑 $R_0 = 1$, 我们选择 $\beta^* = \beta$ 作为分支参数, 则有

$$\beta^* = \frac{\mu(\mu + \sigma)(\mu + \gamma)}{\sigma A}$$

定义 $S = x_1$, $I_1 = x_2$, $I_2 = x_3$, $R = x_4$. 系统(1) 变为:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= A - \beta x_1 x_3 - \mu x_1 + \delta x_4 \triangleq f_1 \\ \frac{dx_2}{dt} &= \beta x_1 x_3 - \mu x_2 - \sigma x_2 - \alpha x_2 x_3 \triangleq f_2 \\ \frac{dx_3}{dt} &= \sigma x_2 + \alpha x_2 x_3 - \mu x_3 - \gamma x_3 \triangleq f_3 \\ \frac{dx_4}{dt} &= \gamma x_3 - \mu x_4 - \delta x_4 \triangleq f_4\end{aligned}$$

系统在无病平衡点的雅可比矩阵为

$$J(E_0, \beta^*) = \begin{bmatrix} -\mu & 0 & -\beta^* \frac{A}{\mu} & \delta \\ 0 & -\mu - \sigma & \beta^* \frac{A}{\mu} & 0 \\ 0 & \sigma & -\mu - \gamma & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -\mu - \delta \end{bmatrix}$$

系统有特征值 $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = -\mu$, $\lambda_3 = -(\mu + \delta)$, $\lambda_4 = -(2\mu + \sigma + \gamma)$, 因此, 零特征值相关的右特征向量为 $\mathbf{w} = (w_1, w_2, w_3, w_4)^T$, 其中

$$w_1 = \frac{1}{\mu} \left\{ \frac{\delta \gamma}{\mu + \delta} - \beta^* \frac{A}{\mu} \right\} w_3 \quad w_2 = \frac{\mu + \gamma}{\sigma} w_3 \quad w_3 = w_3 > 0 \quad w_4 = \frac{\gamma}{\mu + \delta} w_3$$

对应的左特征向量为 $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3, v_4)$, 其中

$$v_1 = 0 \quad v_2 = \frac{\sigma}{\mu + \sigma} v_3 \quad v_3 = v_3 > 0 \quad v_4 = 0$$

选取 v_3 使 $\mathbf{v} \cdot \mathbf{w} = 1$, 则有

$$\begin{aligned}a &= \sum_{k,i,j=1}^4 v_k w_i w_j \frac{\partial^2 f_k(0,0)}{\partial x_i \partial x_j} = \\ &v_2 w_1 w_3 \frac{\partial^2 f_2(0,0)}{\partial x_1 \partial x_3} + v_2 w_2 w_3 \frac{\partial^2 f_2(0,0)}{\partial x_2 \partial x_3} + v_3 w_2 w_3 \frac{\partial^2 f_3(0,0)}{\partial x_2 \partial x_3} = \\ &\frac{1}{\mu + \sigma} v_3 w_3 \left(\frac{\sigma \delta \gamma}{\mu(\mu + \delta)} \beta^* + \frac{\alpha \mu(\mu + \gamma)}{\sigma} - A \sigma \left(\frac{\beta^*}{\mu} \right)^2 \right) w_3 \\ b &= \sum_{k,i=1}^4 v_k w_i \frac{\partial^2 f_k(0,0)}{\partial x_i \partial \beta^*} = \\ &v_2 w_3 \frac{\partial^2 f_2(0,0)}{\partial x_3 \partial \beta^*} = \\ &v_2 w_3 \frac{A}{\mu} > 0\end{aligned}$$

因此, $b > 0$, 当

$$\frac{\sigma \delta \gamma}{\mu(\mu + \delta)} \beta^* + \frac{\alpha \mu(\mu + \gamma)}{\sigma} > A \sigma \left(\frac{\beta^*}{\mu} \right)^2$$

时, $a > 0$. 系统出现后向分支(图 1), 即有以下结论:

定理 2 当

$$\frac{\sigma\delta\gamma}{\mu(\mu+\delta)}\beta^* + \frac{\alpha\mu(\mu+\gamma)}{\sigma} > A\sigma\left(\frac{\beta^*}{\mu}\right)^2$$

时, 系统(1) 在 $R_0 = 1$ 处存在后向分支.

3 平衡点的稳定性和系统的持续性

定理 3 当 $R_0 < 1$ 时, 系统(1) 的无烟平衡点 E_0 是局部渐近稳定的; 当 $R_0 > 1$ 时, E_0 不稳定.

证 系统(1) 在 E_0 处的 Jacobian 矩阵为

$$J(E_0) = \begin{pmatrix} -\mu & 0 & -\beta\frac{A}{\mu} & \delta \\ 0 & -\mu-\sigma & \beta\frac{A}{\mu} & 0 \\ 0 & \sigma & -\mu-\gamma & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -\mu-\delta \end{pmatrix}$$

特征方程为

$$(\lambda + \mu)(\lambda + \mu + \delta) \left[(\lambda + \mu + \sigma)(\lambda + \mu + \gamma) - \beta\frac{A}{\mu}\sigma \right] = 0 \quad (6)$$

(6) 式有两个负的特征根 $\lambda_1 = -\mu$, $\lambda_2 = -\mu - \delta$, 其余两个特征根满足下面方程

$$\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0 \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned} a_1 &= 2\mu + \gamma + \sigma \\ a_0 &= (\mu + \sigma)(\mu + \gamma)(1 - R_0) \end{aligned}$$

且 $a_1 > 0$, 我们得出:

(i) 当 $R_0 < 1$ 时, $a_0 > 0$, 则 $\lambda_3\lambda_4 > 0$, $\lambda_3 + \lambda_4 < 0$, 所以 λ_3, λ_4 均小于 0, 所以方程(6) 的所有根都具有负实部, 因此无烟平衡点 E_0 是局部渐近稳定的.

(ii) 当 $R_0 > 1$ 时, $a_0 < 0$, 则 $\lambda_3\lambda_4 < 0$, 所以 λ_3, λ_4 的值是一正一负的, 因此 E_0 是不稳定的.

定理 4 当

$$R_1 = \frac{\mu + \sigma}{\sigma}R_0 + \frac{\delta\gamma}{(\mu + \delta)(\mu + \gamma)} \leq 1$$

时, 无烟平衡点 E_0 是全局渐近稳定的.

证 这里容易验证 $R_1 > R_0$.

构造一个 Lyapunov 函数

$$L(t) = S - S_0 - S_0 \ln \frac{S}{S_0} + I_1 + I_2 + \frac{\delta}{\mu + \delta}R$$

其中 $S_0 = \frac{A}{\mu}$, $L(t) \geq 0$.

计算 $L(t)$ 沿系统(1) 解的全导数, 则有

$$\begin{aligned} L'(t) &= \left(1 - \frac{S_0}{S}\right)(A - \beta SI_2 - \mu S + \delta R) + \\ &\quad (\beta SI_2 - \mu I_1 - \sigma I_1 - \alpha I_1 I_2) + (\sigma I_1 + \alpha I_1 I_2 - \mu I_2 - \gamma I_2) + \frac{\delta}{\mu + \delta}(\gamma I_2 - \mu R - \delta R) = \\ &\quad 2\mu S_0 - \mu S - \frac{\mu S_0^2}{S} + \left(\beta S_0 + \frac{\delta\gamma}{\mu + \delta} - \mu - \gamma\right)I_2 - \frac{S_0}{S}\delta R \leq \\ &\quad \mu S_0 \left(2 - \frac{S}{S_0} - \frac{S_0}{S}\right) + (\mu + \gamma)(R_1 - 1)I_2 \end{aligned} \quad (8)$$

由于 $2 - \frac{S}{S_0} - \frac{S_0}{S} \leq 0$, 故 $R_1 \leq 1$ 时, $L'(t) \leq 0$, 且 $L'(t) = 0$ 当且仅当 $S = \frac{A}{\mu}$, $I_1 = 0$, $I_2 = 0$, $R = 0$.

那么, 集合 $\{(S, I_1, I_2, R): L'(t) = 0\}$ 的最大不变集为单点集 $\{E_0\}$. 根据定理 3 和 Lyapunov-Lasalle 原理^[12], $t \rightarrow \infty$ 时, 系统(1)所有的非负解均趋于无烟平衡点 E_0 , 所以当 $R_1 \leq 1$ 时, E_0 是全局渐近稳定的.

定理 5 对于模型(1), $R_0 > 1$ 时, 系统是一致持续的, 即存在一个正数 ϵ , 使得

$$\liminf_{t \rightarrow \infty} (I_1(t), I_2(t)) \geq (\epsilon, \epsilon)$$

证 定义

$$X := \left\{ (S, I_1, I_2, R) \in \mathbb{R}_+^4 : S + I_1 + I_2 + R \leq \frac{A}{\mu} \right\}$$

$$X_0 := \{(S, I_1, I_2, R) \in X : I_1 > 0, I_2 > 0\}, \partial X_0 = X \setminus X_0$$

为了证明疾病的一致持续性, 在 ∂X_0 中, 说明模型(1) 的解与 ∂X_0 的交集是空集.

首先, 容易看出 X 是正不变集, X_0 是正不变的, 且 ∂X_0 是 X 的相对闭集. 令 $P: X \rightarrow X$ 是系统(1) 的 Poincaré 映射, 即 $P(x^0) = \Phi(t, x^0)$, $x^0 \in X$, 其中 $\Phi(t, x^0)$ 是系统(1) 满足初值条件 $\Phi(0, x^0) = x^0$ 的唯一解. 记

$$M_\partial = \{(S^0, I_1^0, I_2^0, R^0) \in \partial X_0; P^m(S^0, I_1^0, I_2^0, R^0) \in \partial X_0, \forall m \geq 0\}$$

下面证明 $M_\partial = \{(S, 0, 0, R): S \geq 0, R \geq 0\}$. 即证明对所有 $t \geq 0$, 有 $I_1(t) = 0$ 和 $I_2(t) = 0$. 假设该结论不成立, 即可分以下两种情况讨论.

第一种情况: 存在 $t_0 \geq 0$ 使得 $I_1(t) > 0$, $I_2(t) = 0$, 即有

$$\frac{dI_2}{dt} = \sigma I_1 > 0$$

由此可见, 存在 $\delta > 0$, 当 $t_0 \leq t \leq t_0 + \delta$ 时 $\frac{dI_2}{dt} > 0$. 这说明 $t_0 \leq t \leq t_0 + \delta$ 时, $(S(t), I_1(t), I_2(t), R(t)) \notin M_\partial$, 推出矛盾.

第二种情况: 存在 $t_0 \geq 0$ 使得 $I_1(t) = 0$, $I_2(t) > 0$, 即有

$$\frac{dI_1}{dt} = \beta S(t_0) I_2(t_0) > 0$$

由此可见, 存在 $\delta > 0$, 当 $t_0 \leq t \leq t_0 + \delta$ 时 $\frac{dI_1}{dt} > 0$. 这说明 $t_0 \leq t \leq t_0 + \delta$ 时, $(S(t), I_1(t), I_2(t), R(t)) \notin M_\partial$, 推出矛盾. 这就证明了 $M_\partial = \{(S, 0, 0, R): S \geq 0, R \geq 0\}$.

已知 $E_0 = \left(\frac{A}{\mu}, 0, 0, 0\right)$ 是 P 在 M_∂ 上的一个不动点. 如果 $(S(t), I_1(t), I_2(t), R(t))$ 是系统(1) 在 M_∂ 上的一个解, 则 $\lim_{t \rightarrow \infty} S(t) = \frac{A}{\mu}$, $\lim_{t \rightarrow \infty} I_1(t) = 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} I_2(t) = 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} R(t) = 0$. 若 E_0 是孤立的, 则 $\{E_0\}$ 是一个非循环覆盖. 下面证明 E_0 是孤立的. 首先证明 $W^s(E_0) \cap X_0 = \varphi$ 成立. 由解对初值的连续依赖性, $\forall \eta > 0$, $\exists \epsilon > 0$, 使得

$$\forall x_0 = (S, I_1, I_2, R) \in X_0, \|x_0 - E_0\| \leq \epsilon$$

有

$$\|\Phi(t, x_0) - \Phi(t, E_0)\| \leq \eta, \forall t \in [0, w]$$

下证 $\limsup_{m \rightarrow \infty} d(P^m(x_0), E_0) \geq \epsilon$. 假设不成立, 则 $\exists x_0 \in X_0$, 使得 $\limsup_{m \rightarrow \infty} d(P^m(x_0), E_0) < \epsilon$, 则

$$\|\Phi(t, P^m(x_0)) - \Phi(t, E_0)\| < \eta, \forall m \geq 0, \forall t \in [0, c], \text{ 设 } t = mc + t_1, \text{ 其中 } t_1 \in [0, c], m = \left\lceil \frac{t}{c} \right\rceil,$$

则有

$$\|\Phi(t, P^m(x_0)) - \Phi(t, E_0)\| = \|\Phi(t_1, P^m(x_0)) - \Phi(t_1, E_0)\| \leq \eta, \forall t \geq 0$$

令 $(S(t), I_1(t), I_2(t), R(t)) = \Phi(t, \mathbf{x}_0)$, $t \geq 0$, 则

$$\begin{aligned}\frac{A}{\mu} - \eta &\leq S(t) \leq \frac{A}{\mu} + \eta \\ 0 &\leq I_1(t) \leq \eta \\ 0 &\leq I_2(t) \leq \eta \\ 0 &\leq R(t) \leq \eta\end{aligned}$$

由系统(1)可以得到

$$\begin{aligned}\frac{dI_1}{dt} &\geq -(\mu + \sigma)I_1 + \beta\left(\frac{A}{\mu} - \eta\right)I_2 - \alpha I_1 \eta \\ \frac{dI_2}{dt} &\geq \sigma I_1 - (\mu + \gamma)I_2\end{aligned}$$

考虑一个辅助系统

$$\begin{aligned}\frac{dI_1}{dt} &= -(\mu + \sigma)I_1 + \beta\left(\frac{A}{\mu} - \eta\right)I_2 - \alpha \eta I_1 \\ \frac{dI_2}{dt} &= \sigma I_1 - (\mu + \gamma)I_2\end{aligned}$$

因为 $R_0 > 1$, 由文献 [13] 中的引理 2.1 和比较定理可得:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} I_1(t) = \infty, \lim_{t \rightarrow \infty} I_2(t) = \infty$$

这与 $0 \leq I_1(t) \leq \eta$, $0 \leq I_2(t) \leq \eta$ 矛盾, 则 $W^s(\mathbf{E}_0) \cap X_0 = \varphi$, 即 M_∂ 中的每一个轨道都收敛于 $\mathbf{E}_0$, 则 $\mathbf{E}_0$ 在 M_∂ 中是非循环的. 由一致持续的非循环定理知, P 关于 $(X_0, \partial X_0)$ 是一致持续的. 由文献 [14] 可知, 系统(1)关于 $(X_0, \partial X_0)$ 是一致持续的.

4 结 论

本文基于吸烟传播的特点, 考虑个体传播和媒介宣传传播这两个重要风险因素, 建立了一个吸烟传播动力学模型. 本文首先定义吸烟传播阈值, 分析模型的平衡态, 发现 $R_0 < 1$ 时, 模型可能有两个平衡态, 其中一个为局部稳定的, 这意味着模型出现后向分支, 吸烟可能持续存在; $R_0 > 1$ 时, 模型有唯一平衡点且模型一致持续, 这说明在这种情况下, 吸烟一定一直持续存在. 最后, 本文证明了无烟平衡态的局部渐近稳定性, 说明了控烟到低水平的意义. 研究结果丰富了吸烟传播动力学, 拓展了人们对吸烟传播影响因素的认识, 有利于吸烟控制措施的制定.

参考文献:

- [1] WEN J, FU J H, ZHANG W, et al. Lung Carcinoma Signaling Pathways Activated by Smoking [J]. 癌症: 英文版, 2011, 30(8): 551-558.
- [2] 崔晓红. 青少年吸烟的影响因素及对策研究 [J]. 神州, 2013(35): 271.
- [3] 世界卫生组织. 2015 年世界无烟日: 制止烟草制品非法贸易 [J]. 健康向导, 2015, 21(3): 43.
- [4] CASTILLO-GARSOW C, JORDÁN-SALIVIA G, RODRIGUEZ-HERRERA A. Mathematical Models for the Dynamics of Tobacco Use, Recovery, and Relapse [EB/OL]. (1997-01-05) [2020-02-20]. https://qrlssp.asu.edu/sites/default/files/mathematical_models_for_dynamics_of_tobacco_use_recovery_relapse.pdf.
- [5] SHAROMI O, GUMEL A B. Curtailing Smoking Dynamics: a Mathematical Modeling Approach [J]. Applied Mathematics and Computation, 2008, 195(2): 475-499.
- [6] ZAMAN G. Qualitative Behavior of Giving up Smoking Models [J]. Bulletin of the Malaysian Mathematical Society, 2009, 34(2): 403-415.
- [7] ALKHUARI Z, AL-SHEIKH S, AL-TUWAIHQI S. The Effect of Occasional Smokers on the Dynamics of a Smoking Model [J]. International Mathematical Forum, 2014, 9: 1207-1222.

- [8] HUO H F, ZHU C C. Influence of Relapse in a Giving up Smoking Model [J]. Abstract and Applied Analysis, 2013, 2013: 1-12.
- [9] 王 霞, 李保林, 葛 情. 一类具有非线性接触率的戒烟模型 [J]. 信阳师范学院学报(自然科学版), 2019, 32(3): 362-366.
- [10] VAN DEN DRIESSCHE P, WATMOUGH J. Reproduction Numbers and Sub-Threshold Endemic Equilibria for Compartmental Models of Disease Transmission [J]. Mathematical Biosciences, 2002, 180(1-2): 29-48.
- [11] CASTILLO-CHAVEZ C, SONG B J. Dynamical Models of Tuberculosis and Their Applications [J]. Mathematical Biosciences and Engineering, 2004, 1(2): 361-404.
- [12] LASALLE J P. New Stability Results for Nonautonomous Systems [M]//Dynamical Systems. Amsterdam: Elsevier, 1977: 175-183.
- [13] ZHANG F, ZHAO X Q. A Periodic Epidemic Model in a Patchy Environment [J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2007, 325(1): 496-516.
- [14] ZHAO X Q. Dissipative Dynamical Systems [M]//Dynamical Systems in Population Biology. New York: Springer New, 2003: 1-35.

Dynamic Analysis of Smoking Transmission Model

HE Jian-hua, HOU Qiang

School of Science, North University of China, Taiyuan 030051, China

Abstract: In this paper, a mathematical model reflecting the dynamics of smoking transmission has been established, considering two risk factors, individual transmission and media publicity, and the effects of these two factors on the behavior of the dynamic model studied. It is found that the system occurs backward bifurcation, meaning that smokers are likely to persist when the smoking transmission threshold $R_0 < 1$. In addition, the smoking-free equilibrium point is locally asymptotically stable is found, indicating the importance of smoking at a low level. Finally, When $R_0 > 1$, the system has a unique smoking-present and the model is uniformly persistent, suggesting that smoking will persist forever.

Key words: basic reproduction number; backward bifurcation; uniform persistent; global stability

责任编辑 张 杓