

DOI:10.13718/j.cnki.xsxb.2021.09.005

广义相对论引力场方程光速不变解及其启示^①

杨建亮, 葛俊文

郑州大学 物理学院, 郑州 450001

摘要: 对广义相对论基本理论进行了一次系统的检查, 重新强调了坐标的意义, 纠正了以往因坐标意义不清带来的混乱. 在球对称的情况下求解出引力场方程的光速不变解, 揭示黑洞不是广义相对论的必然预言. 重新导出行星轨道进动的方程, 指出以往推导中的错误. 实现了广义相对论引力理论与狭义相对论力学在弱场近似下的衔接. 证明场方程的耦合常数并不唯一, 可由原来的 $-8\pi G$ 修改为 $4\pi G$. 揭示暗物质暗能量是物质的属性, 而非独立的存在. 给出一个活的、各方面正在逐渐加强的宇宙, 与以往那个逐渐衰亡的宇宙形成鲜明对比.

关键词: 广义相对论; 球对称引力场度规; 光速极限; 负压强

中图分类号: O412.1

文献标志码: A

文章编号: 1000-5471(2021)09-0033-10

Light Speed Invariant Solution and Its Enlightenment of Field Equation of General Relativity

YANG Jianliang, GE Junwen

College of Physics, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China

Abstract: A systematic examination to the basic theory of general relativity has been made to reemphasize the meaning of coordinates again and to correct the confusion caused by unclear meaning of coordinates. Firstly, the light speed invariant solution of gravitational field equation in the usual coordinate system has been solved, which shows that black holes are not the inevitable prediction of general relativity. The more exact formulas for calculating the curvature of light on the surface of the sun and the precession angle of the orbit of Mercury have been given, and the convergence of general relativistic gravity and special relativistic mechanics under the weak field approximation been realized. It shows that the coupling coefficient of the gravitational field equation is not unique and it may be modified as from $-8\pi G$, and reveal that dark matter and dark energy are the negative energy field in the matter, and present a living universe that is gradually strengthening in all aspects, which is in contrast with the current declining universe.

Key words: general relativity; metric of spherical symmetry; light speed limit; negative pressure

① 收稿日期: 2020-05-30

基金项目: 国家重点研究发展计划项目(A030101).

作者简介: 杨建亮, 教授, 主要从事引力理论和量子场论研究.

通信作者: 葛俊文, 副教授.

尽管广义相对论取得了一些显著成就,但一些基本的疑难问题一直没有很好地得到解决,如坐标的意义问题、光速不变性在引力场里是否成立问题、奇点问题等,由于这些问题严重困扰着广义相对论的发展,所以都是亟待解决的问题.另外,一些新的观测事实也不为目前的理论所接受,如考虑了潮汐后月球仍有不明原因的后退,日长的增加与潮汐理论预言的不符等^[1];Ness M 等人^[2]观测到类似银河系的涡旋星系普遍存在一个精细的 X-型箱状结构,暗示大星系不是由小星系合并形成的,星系究竟是如何形成的这一宇宙学的核心问题又摆在人们面前;Martinez-Lombilla C 等人^[3]观测到银河系的半径正在以 500 m/s 的速度向外扩张,与星系形成的聚集说相矛盾.Nielsen J T 等人^[4]的新观测数据显示宇宙是等速膨胀的而非加速膨胀,那么究竟宇宙作何种膨胀,还需重新考虑.也有新的研究^[5-6]显示,太阳在 10 亿年前的亮度不及今天的一半,地球是个冰球,27 亿年前地球上的气压仅为今天的一半,与太阳逐渐衰弱的流行观点相冲突.还有暗物质暗能量问题,为探测之,人们发射了多种仪器,但至今仍是零搜索结果,它们是否真实存在?总之,这些问题的存在预示着现有引力理论还存在相当不足,已不能胜任指导更深入的实践,这是本研究试图修改广义相对论引力场方程的缘由.为系统地阐述,本研究从求解球对称静态引力场的度规开始.

1 用通常意义的坐标表示的球对称静态引力场的度规

本研究只求解用通常球坐标表示的度规,其他坐标系里的形式可通过坐标变换得到.时空坐标 $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (t, r, \theta, \varphi)$, 这里 $x^0 = t$, $x^1 = r$, $x^2 = \theta$, $x^3 = \varphi$, 分别代表通常的时间、矢径和极角.用广义相对论的观测量理论来说, t 就是无限远处静止观测者记录的时间, r 是其测得的原点到场内另一点的距离, θ 和 φ 为极角.本研究在自然单位 $\hbar = c = 1$, 并约定无引力时的度规为 $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = dt^2 - dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$.按照广义相对论,球对称引力场度规的一般形式为 $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = B(r, t)dt^2 - Q(r, t)dtdr - A(r, t)dr^2 - D(r, t)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$, 此式成立的条件仅在于球对称性^[7].对于静态,场量不含时间且时间反演对称,因此球对称的静态度规的一般形式为

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = B(r)dt^2 - A(r)dr^2 - D(r)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \quad (1)$$

现在只需求解 3 个关于 r 的函数 $B(r)$, $A(r)$ 和 $D(r)$.为了保证坐标的意义始终清晰不变,这里不准备借助坐标变换使(1)式简化为通常的标准形式求解,而是直接把 $B(r)$, $A(r)$ 和 $D(r)$ 代入场方程来求解.首先确定其源外解,即满足真空场方程 $R_{\mu\nu} = 0$ 的解,然后确定其源内解.

另外,在无限远处的观测者看来,时空是闵氏的,弯曲处代之以引力场,但力不能使粒子加速到超光速而只能接近光速,因此光速极限即 $|dr/dt| \leq 1$ 在度规场里仍应得到满足,对于光子取等号.这要求 $A(r) = B(r)$, 本研究求解的就是这种体现光速不变的度规,通过下面的求解过程可以看出,此度规不仅存在而且唯一.注意本研究所用指标 $\mu, \nu, \lambda, \alpha, \beta$ 的取值均为 0, 1, 2, 3.

从(1)式可知 $g_{00} = B(r)$, $g_{11} = -A(r)$, $g_{22} = -D(r)$, $g_{33} = -D(r)\sin^2\theta$, $g_{\mu\nu} = 0 (\mu \neq \nu)$. 相应的逆变分量为 $g^{00} = \frac{1}{B(r)}$, $g^{11} = -\frac{1}{A(r)}$, $g^{22} = -\frac{1}{D(r)}$, $g^{33} = -\frac{1}{D(r)\sin^2\theta}$, $g^{\mu\nu} = 0 (\mu \neq \nu)$.

由联络定义 $\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = \frac{1}{2} g^{\lambda\alpha} \left(\frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} \right)$, 注意上下重复的指标意味着从 0 到 3 求和.不难算出它的所有非零分量^[8], $\Gamma_{33}^1 = -\frac{1}{2A} \frac{\partial D}{\partial r} \sin^2\theta$, $\Gamma_{23}^3 = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$, $\Gamma_{11}^1 = \frac{1}{2} \frac{\partial A}{\partial r}$, $\Gamma_{01}^0 = \frac{1}{2B} \frac{\partial B}{\partial r}$, $\Gamma_{00}^1 = \frac{1}{2A} \frac{\partial B}{\partial r}$, $\Gamma_{33}^2 = -\sin\theta \cos\theta$, $\Gamma_{12}^2 = \Gamma_{13}^3 = \frac{1}{2D} \frac{\partial D}{\partial r}$, $\Gamma_{22}^1 = -\frac{1}{2A} \frac{\partial D}{\partial r}$, 其他分量为零.

为书写简便,用撇表示对 r 的求导,如 $A' = \frac{dA}{dr}$, $A'' = \frac{d^2A}{dr^2}$, $A'^2 = \left(\frac{dA}{dr}\right)^2$.由里奇张量的定义 $R_{\mu\nu} = \frac{\partial \Gamma_{\mu\lambda}^\lambda}{\partial x^\nu} - \frac{\partial \Gamma_{\nu\lambda}^\lambda}{\partial x^\mu} + \Gamma_{\mu\lambda}^\alpha \Gamma_{\alpha\nu}^\lambda - \Gamma_{\nu\lambda}^\alpha \Gamma_{\alpha\mu}^\lambda$, 可算出 $\mu \neq \nu$ 时 $R_{\mu\nu} = 0$, 真空场方程自动得到满足,而 $R_{33} = R_{22} \sin^2\theta$, 所以只剩下 3 个需要求解的含有 $B(r)$, $A(r)$ 和 $D(r)$ 的方程

$$R_{00} = -\left(\frac{B'}{2A}\right)' + \frac{B'^2}{2AB} - \frac{B'}{2A} \left(\frac{A'}{2A} + \frac{D'}{D} + \frac{B'}{2B}\right) = 0 \quad (2)$$

$$R_{11} = \left(\frac{D'}{D} + \frac{B'}{2B}\right)' + \left(\frac{D'^2}{2D^2} + \frac{B'^2}{4B^2}\right) - \frac{A'}{2A} \left(\frac{D'}{D} + \frac{B'}{2B}\right) = 0 \quad (3)$$

$$R_{22} = \frac{D''}{2A} + \frac{D'}{4A} \left(-\frac{A'}{A} + \frac{B'}{B}\right) - 1 = 0 \quad (4)$$

由(2) $\times \frac{1}{B} + (3) \times \frac{1}{A} = 0$ 得 $-\frac{AB' + A'B}{2AB} \left(\frac{D'}{D}\right) + \left(\frac{D'}{D}\right)' + \frac{D'^2}{2D^2} = -\frac{(AB)'}{2AB} \frac{D'}{D} + \left(\frac{D'}{D}\right)' + \frac{D'^2}{2D^2} = 0$, 即 $-\frac{(AB)'}{2AB} + \frac{D''}{D'} - \frac{D'}{2D} = 0$, 可看作关于 AB 的微分方程, 其解为 $AB = \frac{D'^2}{4D}$, 因此 $\frac{A'}{A} = \frac{2D''}{D'} - \frac{D'}{D} - \frac{B'}{B}$, 代入方程(4) 得 $B' + \frac{D'}{2D}B - \frac{2D'}{D} = 0$, 这是一个关于 B 的一阶线性常微分方程, 解是 $B = 1 - \frac{2GM}{\sqrt{D}}$, 那么 $A =$

$\frac{1}{1 - 2GM/\sqrt{D}} \left(\frac{d\sqrt{D}}{dr}\right)^2$, G 是牛顿引力常数, M 是源的质量.

值得注意的是, 把上面得到的 A, B 代入方程(2), (3), (4) 中任何一个都能得到一个恒等式, 即无论 $D = D(r)$ 的函数形式如何, 等式都能成立, 因此可以选取一个 $D(r)$ 使得 $A = B$. 因此真空场方程确实存在 $A = B$ 的解. 令 $A = B$ 可解得

$$r = \sqrt{D} + 2GM \ln(\sqrt{D} - 2GM) + C \quad (5)$$

式中: C 为积分常数, 可由天体表面 D 的连续性决定. 至此, 得到 (t, r, θ, φ) 坐标系体现光速不变的球对称静态引力源外度规的完整形式为

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{\sqrt{D}}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{2GM}{\sqrt{D}}\right) dr^2 - D(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \quad (6)$$

其中 $\sqrt{D} = \sqrt{D}(r)$ 由(5) 式反解出. 从(5) 式可看出, 当 $\sqrt{D} = 2GM$ 时, r 为负无穷, 而 r 是距离不得为负, 因此有 $\sqrt{D} > 2GM$, 因此所谓的视界不存在, 无黑洞可言. 利用极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = 0$, 可知无限远处 $r = \sqrt{D}$.

即(6) 式完全回到(1) 式. 相应地, 弱场近似下即 $2GM/r \ll 1$ 时, $\sqrt{D} \sim r$.

把 $(1 - 2GM/\sqrt{D})dr = d\sqrt{D}$ 代入(6) 得

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{\sqrt{D}}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{2GM}{\sqrt{D}}\right) d\sqrt{D}^2 - D(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \quad (7)$$

2 行星轨道进动方程及太阳表面光线弯曲的修正描述

把(7) 式看作 $t, \sqrt{D}, \theta, \varphi$ 坐标系里的度规, 与席瓦西度规形式相同, 直接写出行星的轨道方程^[7]:

$$\left(\frac{du}{d\varphi}\right)^2 = \frac{1}{h^2}(a^2 - 1) + \frac{2GM}{h^2}u - u^2 + 2GMu^3 \quad (8)$$

这里 $u = 1/\sqrt{D}$, 积分常数 $h = Dd\varphi/ds$, $a = (1 - 2GM/\sqrt{D})dt/ds$. 由于行星是在太阳的弱场里运动, (8) 式中最后一项可看作微扰, 去掉这一项就是无进动的椭圆方程. 由(8) 式可给出

$$\int_0^\varphi d\varphi = \int_{u_1}^u \frac{1}{\sqrt{(a^2 - 1)/h^2 + 2GMu/h^2 + 2GMu^3 - u^2}} du \quad (9)$$

其中 u_1 是 $1/\sqrt{D}$ 在近日点的值. 从(5) 式可看出弱场里或远处 $\sqrt{D} = \sqrt{D}(r)$ 是 r 的单调函数, 因此近日点处的 $\sqrt{D}$ 最小, 作为其倒数 u_1 最大, 这保证(9) 式的右边不变号. 根据因式分解定理有 $(a^2 - 1)/h^2 + 2GMu/h^2 + 2GMu^3 - u^2 = 2GM(u - \epsilon_1)(u - \epsilon_2)(u - \epsilon_3)$, 这里 $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ 是方程 $(a^2 - 1)/h^2 + 2GMu/h^2 + 2GMu^3 - u^2 = 0$ 的3个根, 由于 $2GMu^2$ 是1个微扰量, $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ 中的两个必然近似于 u_1 和 u_2 . 不妨令 $\epsilon_1 = u_1, \epsilon_2 = u_2$, 而 u_1 和 u_2 是方程 $(a^2 - 1)/h^2 + 2GMu/h^2 - u^2 = 0$ 的两个根, 分别是 $1/\sqrt{D}$ 在近日点和远日点的值. 注意, 无论近日点处或远日点处都有 $du/d\varphi = 0$. 根据三次方程的韦达定理, 有 $\epsilon_3 = 1/2GM - u_1 - u_2$, 那么 $2GM(u - \epsilon_1)(u - \epsilon_2)(u - \epsilon_3) = -(u - u_1)(u - u_2)[1 - 2GM(u + u_1 + u_2)]$, 代入(9) 式并作展开得

$$\begin{aligned}\varphi = & \int_{u_1}^u \frac{1 + GMu + GM(u_1 + u_2)}{\sqrt{-(u - u_1)(u - u_2)}} du = -\frac{GM}{2} \int_{u_1}^u \frac{d[-u^2 + (u_1 + u_2)u - u_1 u_2]}{\sqrt{-u^2 + (u_1 + u_2)u - u_1 u_2}} + \\ & \frac{1 + 3GM(u_1 + u_2)}{2} \int_{u_1}^u \frac{1}{\sqrt{-(u - u_1)(u - u_2)}} du = \\ & GM \sqrt{-(u - u_1)(u - u_2)} - \left[1 + \frac{3GM(u_1 + u_2)}{2} \right] \arccos \frac{2u - u_1 - u_2}{u_1 - u_2}\end{aligned}\quad (10)$$

显然当 $u = u_2$ 时, $\varphi = -\pi[1 + 3GM(u_1 + u_2)/2] = -\pi - 3\pi G^2 M^2/h^2$, 表示轨道进动角为 $\Delta\varphi = 6\pi G^2 M^2/h^2$. 上式利用了二次方程的韦达定理 $u_1 + u_2 = 2GM/h^2$.

由于行星的运动始终处于太阳的弱场区域, $h^2 = D^2(d\varphi/ds)^2 \approx (r^4 - 8r^3 GM \ln r)(d\varphi/ds)^2$, 所以 $\Delta\varphi = \frac{6\pi G^2 M^2}{h^2} = \frac{6\pi G^2 M^2}{r^4 (d\varphi/ds)^2} + \frac{64\pi G^3 M^3 \ln r}{r^5 (d\varphi/ds)^2}$, 右边第一项是席瓦西度规的结果, 对于水星它是 $0.1''$. 第二项是新增加上的修正项, 对于水星它是 $(1.8 \times 10^{-7})''$, 修正很小, 原因在于弱场里的 $\sqrt{D}$ 与 r 相差甚小. 再令 $(u_1 - u_2)/(u_1 + u_2) = e$, e 是离心率, 进一步得到行星轨迹方程为

$$\begin{aligned}u = & \frac{u_1 + u_2}{2} + \frac{u_1 - u_2}{2} \cos \left[\frac{2GM \sqrt{-(u - u_1)(u - u_2)}}{2 + 3GM(u_1 + u_2)} - \varphi / \left(1 + \frac{3GM(u_1 + u_2)}{2} \right) \right] \approx \\ & \frac{GM}{h^2} \left[1 + e \cos \left(1 - \frac{3G^2 M^2}{h^2} \right) \varphi \right]\end{aligned}\quad (11)$$

最后一步利用了 $2GM \sqrt{-(u - u_1)(u - u_2)} \ll 1$ 和 $1/[1 + 3GM(u_1 + u_2)/2] \approx 1 - 3GM(u_1 + u_2)/2$. 需指出的是, 教科书里解出的轨迹方程是 $1/r = GMh^{-2}(1 + e \cos \varphi) + 3G^3 M^3 h^{-4} e \varphi \cdot \sin \varphi$. 这个解应认为是错误的. 因为 $\varphi = 2\pi n$ 时, 最后一项为零, 轨迹在 X 轴上的交点表现为两个不动点, 因此这方程描述的不是一个进动的椭圆. 借助 φ 很小时这个轨迹方程近似为^[7-8] $1/r = GMh^{-2}[1 + e \cos(1 - 3G^2 M^2 h^{-2})\varphi]$, 给出了正确的进动角, 但实际的 φ 可以很大, 因此论证不合理, 尽管给出了正确的结果.

还需要说的是, 爱因斯坦的原始论文给出的进动角是正确的, 但推导过程不清晰, 按照爱氏的步骤得不到所要结果.

至于(6)式描述的光线在太阳表面的偏转角, 这里只给出结果不再推导, 读者可通过类似的推导得到, 结果是 $\Delta\varphi = 4GM/\sqrt{D}$, 其中 $\sqrt{D} = \sqrt{D(R_\odot)} \approx R_\odot$, $R_\odot$ 是太阳半径.

3 高速情况下与牛顿引力的弱场衔接及黑洞基础危机

容易看出(6)式描述的光速不变. 设光子沿径向运动, $d\varphi = d\theta = 0$, $ds^2 = 0$, 从(6)得 $dr/dt = \pm 1$, 表明径向光速始终为 1. 再看沿切向运动的光, 令 $\theta = \pi/2$, $dr = 0$, $ds^2 = 0$, 从(6)得到切向光速 $rd\varphi/dt = \sqrt{1 - 2GM/\sqrt{D}}(r/\sqrt{D})$, 而(5)式显示 $\sqrt{1 - 2GM/\sqrt{D}}$ 比 1 越小, $r/\sqrt{D}$ 比 1 就越大, 所以 $rd\varphi/dt$ 对 1 即便有偏离也不会太远, 正是在这种意义上(6)式描述的光速不变. 允许切向光速的微弱变化与光线在天体表面的弯曲是一致的, 否则只能沿直线运动了. 而席瓦西度规给出的切向光速 $rd\varphi/dt = \sqrt{1 - 2GM/r}$, 不难看出当 $r = 2GM$ 时其值为零, 严重偏离 1.

(6)式的正确性不仅体现在它描述的光速不变上, 也体现在弱场近似下与牛顿引力的自然衔接上. 以往仅要求低速情况下测地线的弱场近似回到牛顿引力, 这对于以描述高速运动为著称的相对论来说显然是不够的, 在高速情况下测地线的弱场近似也应回到牛顿引力. (6)式能满足这一要求. (6)式提供 $g_{00} = 1 - 2GM/\sqrt{D}$, $g_{11} = -1 + 2GM/\sqrt{D}$, $g_{22} = -D$, $g_{33} = -D \sin^2 \theta$, $g_{\mu\nu} = 0 (\mu \neq \nu)$, 可算出 $\Gamma_{01}^1 = 0$, $\Gamma_{11}^1 = \Gamma_{01}^0 = GM/\sqrt{D}$, $\Gamma_{00}^0 = GM/\sqrt{D}$. 引力场里粒子满足测地线方程, 消去固有时后的测地线方程是 $\frac{d^2 x^\mu}{dt^2} + \Gamma_{\alpha\beta}^\mu \frac{dx^\alpha}{dt} \frac{dx^\beta}{dt} - \Gamma_{\alpha\beta}^0 \frac{dx^\alpha}{dt} \frac{dx^\beta}{dt} = 0$, 教科书里有推导^[7], 不再重复. 不妨设粒子沿径向运动 $d\varphi = 0$, $d\theta = 0$, 令 $v = dr/dt$, $\mu = 1$, 有

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\Gamma_{00}^1 - \Gamma_{11}^1 v^2 + 2v^2 \Gamma_{01}^0 = -\frac{GM}{D} + \frac{GMv^2}{D} \quad (12)$$

显然, 当 $v^2 = 1$ 时, 粒子的加速度为零, 1 为极限速度. 至此光速不变与光速极限是统一的. 在远处 $\frac{1}{D} \rightarrow \frac{1}{r^2}$, 这意味着弱场近似下 $\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{GM}{r^2} + \frac{GMv^2}{r^2}$, 这正是狭义相对论框架里的牛顿引力方程即 $\frac{d(mv)}{dt} = -\frac{GMm}{r^2}$, 其中 $m = m_0 / \sqrt{1-v^2}$ 是粒子的运动质量. 这不能证明: 由于 $v = \frac{dr}{dt}$, $\dot{v} = \frac{d^2 r}{dt^2}$, 从 $\frac{d(mv)}{dt} = -\frac{GMm}{r^2}$, 有 $\frac{d(mv)}{dt} = m_0 \frac{d(v/\sqrt{1-v^2})}{dt} = m_0 \frac{\dot{v} \sqrt{1-v^2} + v(1-v^2)^{-\frac{1}{2}} v \dot{v}}{1-v^2} = \frac{m_0 \dot{v}}{(1-v^2)^{3/2}} = -\frac{GMm_0}{r^2(1-v^2)^{1/2}}$, 两边同乘 $\frac{m_0}{(1-v^2)^{3/2}}$ 得到 $\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{GM}{r^2} + \frac{GMv^2}{r^2}$. 至此说明(6)式体现了广义相对论引力在弱场近似下与牛顿引力的完美衔接. 而席瓦西度规给出的测地线的相应近似是 $\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{GM}{r^2} + \frac{3GMv^2}{r^2}$, 显然不是 $\frac{d(mv)}{dt} = \frac{GMm}{r^2}$, 而且速度高于 $1/\sqrt{3}$ 时, 引力变斥力, 显得很怪异. 席瓦西度规还存在其他问题, 席瓦西度规是

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \quad (13)$$

(13) 式描述的径向光速是 $dr/dt = \pm(1 - 2GM/r)$, 显然不等于 1. 当 $r = 2GM$ 时, $dr/dt = 0$, 严重偏离 1, 而 dr/dt 是无限远处观测者看到的光速, 仍应为 1, 因此(13)式存在严重缺陷, 至少在 $r = 2GM$ 附近不成立. 为什么 dr/dt 一定要等于 1 呢? 这是因为在无限远处的观测者看来, 时空是闵氏的, 弯曲处表现为引力场, 而力只能使粒子加速到接近光速但不能超过光速, 这意味着光子不被引力加速, 所以无限远处的观察者看到的度规场里的光速仍是 1. 这也表明黑洞不存在, 相对论不但不能预言黑洞而且必须否定黑洞, 即便测到了引力波也非来自黑洞. 一些教科书为了回避(13)式的缺陷, 不把那里的 r 解释作通常的矢径, 而是模糊地称作意义不清的径向参数或其他什么^[7], 这样 dr/dt 就不再具有速度的含义, 确实回避了观测上的问题, 但由此也使(13)式变得无用, 因为它不再与任何实际问题发生联系, 如不能与轨道半径发生联系.

但在数学上(13)式还是有用的, 它可以用作中间过渡, 通过坐标变换寻找其他形式的解, 如引进变换方程 $dr/dr' = 1 - 2GM/r$ (此决定一个 $r \rightarrow r'$ 的变换) 得到以 t, r', θ, φ 为坐标的度规, 再把 r' 换成 r 就是(6)式. 之所以没这样做而是直接从场方程求解是为了展示(6)式的唯一性.

4 球对称静态引力源内的光速不变解

下面求解源内的 $A(r), B(r)$ 和 $D(r)$. 为了体现引力源内的光速不变, 仍要求源内的 $A(r) = B(r)$. 有源的场方程是

$$R_{\mu\nu} = \gamma(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Tg_{\mu\nu}) \quad (14)$$

γ 就是耦合常数, 之所以没有写出它的具体值, 是为下面的修改作铺垫. $T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_\mu u_\nu - pg_{\mu\nu}$ 是源的能动张量, 其中 $u^\mu = dx^\mu/ds$, $u_\mu = g_{\mu\nu}u^\nu$, $u_\mu u^\mu = 1$, $g_{\mu\nu}g^{\mu\nu} = 4$, $T = g^{\mu\nu}T_{\mu\nu} = \rho - 3p$. 对于静态 $u^i = dx^i/ds = 0$, $i = 1, 2, 3$. 那么 $u_i = g_{i\nu}u^\nu = 0$, $1 = B(dt/ds)^2 = B(u^0)^2$, $u_0 = g_{00}u^0 = \sqrt{B}$, $T_{11} = pA$, $T_{22} = pD$, $T_{33} = pD\sin^2\theta$, $T_{00} = \rho B$, 代人(14)式可得下面 3 个需要解的方程:

$$R_{00} = -\left(\frac{B'}{2A}\right)' + \frac{B'^2}{2AB} - \frac{B'}{2A}\left(\frac{A'}{2A} + \frac{D'}{D} + \frac{B'}{2B}\right) = \frac{\gamma}{2}(\rho + 3p)B \quad (15)$$

$$R_{11} = \left(\frac{D'}{D} + \frac{B'}{2B}\right)' + \left(\frac{D'^2}{2D^2} + \frac{B'^2}{4B^2}\right) - \frac{A'}{2A}\left(\frac{D'}{D} + \frac{B'}{2B}\right) = \frac{\gamma}{2}(\rho - p)A \quad (16)$$

$$R_{22} = \frac{D''}{2A} + \frac{D'}{4A}\left(-\frac{A'}{A} + \frac{B'}{B}\right) - 1 = \frac{\gamma}{2}(\rho - p)D \quad (17)$$

注意, 当 $\mu \neq \nu$ 时, $T_{\mu\nu} = 0$, $R_{\mu\nu} = 0$, 场方程自动满足. 由 $(R_{00}/2B) + (R_{11}/2A) + (R_{22}/D) = \rho\gamma$ 得

$$\left(\frac{1}{A}\right)' + \left(\frac{2D''}{D'} - \frac{D'}{2D}\right)\frac{1}{A} - \frac{2}{D'} - 2\gamma\rho\frac{D}{D'} = 0 \quad (18)$$

这是一个关于 $1/A$ 的一阶线性常微分方程. 为书写简便, 令 $\sqrt{D} = l$, 在确保原点处 $\sqrt{D} = l = 0$ 且 A 有限的情况下(18) 的解是 $A = \left(1 + \frac{\gamma}{l} \int_0^l \rho l^2 dl\right)^{-1} l'^2$, 注意 $l'^2 = \left(\frac{dl}{dr}\right)^2$. 记 $A_1 = \left(1 + l^{-1} \gamma \int_0^l \rho l^2 dl\right)^{-1}$, 有 $A' = A_1 l' l'' + 2A_1 l' l''$, $(l^2)'' = 2l'^2 + 2ll''$, $B' = l' dB/dl$, 一同代回(17) 式得

$$\frac{dB}{Bdl} = -\gamma A_1 (pl + l^{-2} \int_0^l l^2 \rho dl) \quad (19)$$

为了确保 $B(r)$ 在边界处连续, (19) 的解是 $B = \left(1 - \frac{2GM}{l_e}\right) \exp \int_{l_e}^l -\gamma A_1 (pl + l^{-2} \int_0^l l^2 \rho dl) dl$. 注意 $l = l(r)$ 是 r 的函数, $l_e = l(r_e)$ 是边界处的值, r_e 代表源的半径.

重要的是, 当把 A 和 B 代入 (15), (16) 和 (17) 式中的任何一个都能得到一个恒等式, 即无论 $l = l(r)$ 的函数形式如何等式都成立, 且与 γ 无关, 因此能够选择一个适当的 $l = l(r)$ 使得 $A(r) = B(r)$, 即从

$$\left(1 - \frac{2GM}{l_e}\right) \exp \int_{l_e}^l -\gamma A_1 (pl + l^{-2} \int_0^l l^2 \rho dl) dl = \left(1 + l^{-1} \gamma \int_0^l \rho l^2 dl\right)^{-1} l'^2 \quad (20)$$

确定 $l = l(r)$.

另外, 由于度规张量满足毕安基恒等式, T^μ 的协变散度为零, 即 $T_{\mu;\nu}^\nu = 0$, 此即描述源内连续介质的运动方程(测地线描述的是自由粒子的运动), 对于静态的源, 它是

$$\frac{\partial p}{\partial x^\mu} = -(\rho + p) \frac{\partial}{\partial x^\mu} \ln \sqrt{B} \quad (21)$$

5 引力场方程耦合系数的修改及 $D(r)$ 的源内形式

当引力源表面处的压强取作零时, 从(19) 式可看出, 若使表面处的测地方程在弱场近似下回到牛顿引力, 常数 γ 是 $-8\pi G$, 这是以往的结果. 但这个结果并非合理, 尽管存在了一个多世纪. 因为它导致许多不该出现的奇点, 一个最普通的奇点就是天体的质量与半径之比即 $\frac{2GM}{R} > \frac{8}{9}$ 时, 内部的 p 出现无限大^[8]. 对一个有限的天体而言, 内部压强出现无限大决不被允许, 这是本研究试图修改这一耦合常数的原因. 下面将看到, 当压强取负值时这一耦合常数被确定为 $4\pi G$, 这样不仅能消除各种奇点, 而且使宇宙学的各种疑难问题迎刃而解. 历史上, 对负物理量的引入之初总是被拒绝的, 但最终还是接受的. 有理由相信, 压强取负也是一种进步.

下面求解压强取负值时源内的 $D(r)$, 同时确定耦合常数 γ . 为了便于计算, 求解一个密度 ρ 均匀的天体内的 $D(r)$, 对于一般天体也是很好的近似, 相当于取密度的平均.

当 ρ 视为常数时, $p = -\rho$ 显然是(21) 的解. 由于表面处的测地线弱场近似下需回到牛顿引力, 这要求表面处的 $\Gamma_{00}^1 \rightarrow GM/r_e$, 从(19) 式可看出 $\gamma = 4\pi G$. 注意, 弱场近似下 $l \rightarrow r$, $A_1 \rightarrow 1$, $4\pi \int_0^{l_e} \rho l^2 dl \rightarrow M$, $p = -\rho \rightarrow -3M/4\pi r_e^3$. 把 $p = -\rho$ 及 $\gamma = 4\pi G$ 代入(20), l_e 作为定值, 得 $\frac{dl}{dr} = \frac{\sqrt{1 - 2GM/l_e}}{1 + 4\pi G \rho l_e^2/3} \left(1 + \frac{4\pi G \rho l^2}{3}\right)$, 由于原点的 $B' = 0$, 那么 $l(0) = 0$, 这方程的解为

$$\sqrt{\frac{3}{4\pi G \rho}} \arctan\left(l \sqrt{\frac{4\pi G \rho}{3}}\right) = r \sqrt{\frac{1 - 2GM/l_e}{1 + 4\pi G \rho l_e^2/3}} \quad (22)$$

(22) 式决定了 $l = l(r)$, 而 $D(r) = l^2(r)$. 另外, 天体表面处的引力需连续, 这要求 Γ_{00}^1 连续, 把(19) 式和(6) 式分别用于天体表面处, 得

$$\Gamma_{00}^1 = \frac{\partial B}{B \partial l} \frac{\partial l}{\partial r} = \frac{8\pi G \rho l_e}{3} \sqrt{\frac{1 - 2GM/l_e}{1 + 4\pi G \rho l_e^2/3}} = \Gamma_{00}^1 = \frac{2GM}{l_e^2} \quad (23)$$

解得 $M = \sqrt{G^2 k^2 + k l_e} - Gk$, 其中 $k = 16\pi^2 \rho^2 l_e^5 / (9 + 12\pi G \rho l_e^2)$. 说明 M 依赖于 l_e . 把(22)式用于源的表面, 与(23)式结合原则上可确定 M 和 l_e . 下面只就弱场近似下 $2GM/l_e \ll 1$ 给出其显式解. 泰勒展开(23)式中的根号得 $M = \frac{4\pi \rho l_e^3}{3} - \frac{8}{3}\pi^2 \rho^2 G l_e^5 + \dots$, 取它的一阶近 $M = 4\pi \rho l_e^3 / 3$ 代入(22)式用于源的表面得 $\sqrt{\frac{3}{4\pi G \rho}} \arctan\left(l_e \sqrt{\frac{4\pi G \rho}{3}}\right) = r_e \sqrt{\frac{1 - 8\pi G \rho l_e^2 / 3}{1 + 4\pi G \rho l_e^2 / 3}}$, 两边作泰勒展开得 $l_e = r_e - \frac{14}{9}\pi G \rho r_e^3 + \dots$ 或 $r_e = l_e + \frac{14}{9}\pi G \rho l_e^3 + \dots$. 记 $4\pi \rho r_e^3 / 3 = M_i$, 有 $M = M_i - \frac{5G}{r_e} M_i^2 + \dots$ 或 $M_i = M + \frac{5G}{r_e} M^2 + \dots$, 这个式子把引力质量和惯性质量明显区别开来了. 由 ρ 的定义可知, M_i 代表的是惯性质量, 而 M 是从引力的角度引进的, 所以是引力质量.

有了 $l_e = r_e - 7GM/6$, 根据边界处 $l(r)$ 的连续性就可以确定(5)式里的积分常数 C 了. 把(5)式用于源的表面得 $C = r_e - l_e - 2GM \ln(l_e - 2GM) = r_e - l_e - 2GM \ln(r_e - 2GM) \approx 7GM/6 - 2GM \ln r_e$.

把广义相对论场方程写成

$$R_{\mu\nu} = 4\pi G(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Tg_{\mu\nu}) \quad (24)$$

与之匹配的压强 p 取负值.

6 对负压强物理意义的诠释及天体内部普通压强的计算

从爱因斯坦当初对这压强项的解释可看出, 并没拒绝为负. 在《相对论的意义》^[9]一书中, 鉴于 $T_{\mu\nu} = \rho u_\mu u_\nu$ 的简单^[10], 爱因斯坦说: “我们必须添加压力项, 这个压力项可以按以下方式确立. 物质是由带电粒子组成的. 根据麦克斯韦理论, 很难把它们想象成没有奇点的电磁场. 为了与实际相符, 有必要引入麦克斯韦理论中所没有包括的能量项. 这样, 尽管带电同号的粒子也可以聚集在一起. 为了符合这一事实, 庞家菜曾设想粒子的内部存在一种压力, 这种压力可以与静电力相平衡. 然而不能断定粒子外这种压力为零. 如果在我们的唯象表述中加上压力项, 就可以与这一情况相符. 但是, 不能与流体动压强相混, 因其只是物质内部动力学关系的能量表示.” 从这段话可看出, 爱因斯坦没有把 p 项解释作通常的动压强, 而是当作物质内部一切作用的能量的唯象表述, 因此取负值也就不足为奇了. 之所以仍然把它称作压强, 是因为在运动方程里起压强的作用. 为了更清晰化, 不妨把它理解作物质内部的总结合能. 如果把物质无限分割, 让每一部分移到无限远处, 所做的功就是这总结合能, 大小应等于物质质量的负值, 即 p 除满足(21)式外, 还需满足积分方程 $\int p dx dy dz = - \int \rho dx dy dz$. 由于源外的 ρ 和 p 均为零, 积分实际上只在天体内进行, 因此这方程相当于添加一个物理条件使源内的 p 定解.

事实上, 作为引力源 $T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_\mu u_\nu - pg_{\mu\nu}$ 不再仅仅属于理想流体, 继续理解 p 为通常的压强显然不合适, 如固体内的压强通常被认为是零, 不为(21)式所满足.

下面给出广义相对论框架内天体内的普通压强计算公式. 不妨仍设 ρ 是常量(相当于取平均), 用 P_c 表示普通压强, 即单位面积所受的力, 把天体视为流体, 利用(14)式有

$$P_c = \rho \int_r^{r_e} \Gamma_{00}^1 dr = \rho \int_r^{r_e} \frac{\partial B}{B \partial r} dr = \rho \int_r^{r_e} \frac{\partial B}{B \partial l} dl = \rho^2 \int_l^{l_e} \frac{8\pi G l}{1 + 4\pi G \rho l^2 / 3} dl = \rho \ln \frac{1 + 4\pi G \rho l_e^2 / 3}{1 + 4\pi G \rho l^2 / 3} \quad (25)$$

(25)式无奇点. 其中 $l = l(r)$ 与 $l_e = l(r_e)$ 满足(21)式. 弱场近似下 $l \rightarrow r$, $4\pi G \rho l^2 \ll 1$, 展开(25)式里的对数并取一级近似, 得 $P_c = \rho(GM/r_e - GM r^2 / r_e^3)$, 这正是牛顿结果.

顺便指出, 当把(24)式用于宇宙时, $T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_\mu u_\nu - pg_{\mu\nu}$ 代表的是宇宙空间的能量动量张量, p 和 ρ 是宇宙压强和密度, 根据宇宙学原理, 物质分布大范围被认为均匀的, 因此有 $p = -\rho$, 这正是暗能量的态方程, 因此暗能量就是物质的结合能, 是物质的属性, 而非独立的存在.

7 宇宙学应用及星系形成的分形生成过程

宇宙空间被当作各向同性的, 在随动系 (t, l, θ, φ) 描述这种时空的度规是罗百森-沃克度规

$$ds^2 = dt^2 - R^2(t) \left[\frac{1}{1 - kl^2} dl^2 + l^2 d\theta^2 + l^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 \right] \quad (26)$$

其中 $R(t)$ 是宇宙尺度因子, k 是一常数. (24) 与 (26) 式结合得两个方程:

$$\left(\frac{dR}{dt} \right)^2 + k = -\frac{4\pi G}{3} \rho R^2 \quad (27)$$

$$\frac{d\rho}{dt} R + 3 \frac{dR}{dt} (\rho + p) = 0 \quad (28)$$

(27) 式要求 k 是负的, 这就证明了时空是开放的. 把 $p = -\rho$ 代入 (27) 式得到 $p = -\rho = \text{const}$, 表示宇宙在膨胀过程中密度和压强保持不变, 因此可推知宇宙在膨胀过程必有新的物质连续生成. 对 (27) 式两边求导, 不难得到它的通解是

$$R(t) = k_1 \sin \left(t \sqrt{\frac{4\pi G \rho}{3}} + k_2 \right) \quad (29)$$

(29) 式表明宇宙的膨胀和收缩循环往复, 其中 k_1, k_2 是两个积分常数. 考虑到时间的无始无终, $R(t) = 0$ 的时刻已出现过无数次, 不妨把最近一次 $R(t) = 0$ 的时刻定义作零, 即取此时的 $t = 0$, 因此 $k_2 = 0$.

把 $t = 0$ 到今天 t_0 的时间定义为宇宙的年龄, 从 (29) 可得到

$$H(t) = \frac{dR}{R dt} = \sqrt{\frac{4\pi G \rho}{3}} \cot t \sqrt{\frac{4\pi G \rho}{3}} \quad (30)$$

这就是哈勃参量, 令 $t = t_0$ 得 $t_0 = \sqrt{3/(4\pi G \rho)} \arctan \sqrt{4\pi G \rho / (3H_0^2)}$. 此即宇宙的年龄, 把今天实测的 $H_0 = H(t_0) = 70 \text{ km/s} \cdot \text{Mpc}^{-1}$, $\rho = 3.1 \times 10^{-28} \text{ kg/m}^3$ 代入可得 $t_0 = 1.37 \times 10^{10}$ 年, 即 137 亿年. 从 (29) 式可知宇宙膨胀和收缩的循环周期为 $2\pi/\omega = \sqrt{3\pi/G\rho} = 2 \times 10^{11}$ 年, 即 2000 亿年, 因此今天宇宙处于膨胀阶段, 再过 363 亿年开始收缩. 收缩是膨胀的逆过程.

为了确保膨胀过程宇宙密度不变, 必有新物质生成, 但由于压强 p 实际上局限于天体内部, 新物质只能在天体或星系内生成. 把 $T_{\nu, \mu}^\mu = 0$ 应用到一个星系或天体得 $dm = d(\rho V) = -p dV = \rho dV$, V 是体积, m 是其质量, p, ρ 分别是其内部的压强和密度. 由于 $V \propto R^3(t)$, 那么 $dm = \rho dV = m V^{-1} dV$, 积分得 $m = kV$, 即 $m \propto R^3(t)$, 此式说明 $R(t) = 0$ 时刻万物消失, 包括光子, 因此上一轮循环中的宇宙不可观测, 我们今天看到的只是最近一轮循环里发生的事件, 即我们的宇宙, $t = 0$ 时刻是它的开始, 从这点上说与大爆炸学说一样, 都有一个开始, 而且值得回味的是两者年龄都是 137 亿年.

至此, 我们得到一个全新的宇宙演化图景: 一切都在作哈勃膨胀, 不仅星系之间的空间如此, 星系自身也如此. 这是一个逐渐生成的宇宙, 由于整体与局部遵循同样的生成法则, 因此宇宙具有多层次的自相似的分形结构, $v = Hd$ 及 $dm = \rho dV$ 共同构成其迭代关系. 星系的形成就是分形的生成过程, 整个宇宙就是一个无限大的分形. 不少人已注意到宇宙的分形结构^[3,11], 却不愿用分形的生成机制来解释这种结构, 最大障碍就是不能理解物质的生成, 现在不应再成为问题.

以往的星系形成理论认为星系是由大爆炸后已存在的均匀物质逐渐聚集而来的, 这实际上就是承认星系物质早已存在, 演变的只是其形态, 因此无法解释星系的分形结构, 也不为热力学第二定律所容许, 因为这是一个从无序到有序的熵减过程.

分形是从无到有、逐渐地增长形成的. 星系之间不存在物质交换, 且所有星系是同时增长, 因此星系物质的增加只能通过自身的内部作用来实现, 具体说来就是通过 $dm = -p dV$ 来实现, p 和 ρ 是对立的双方, 象征阴阳互动, 物质和空间的同时生成, 代表有无相生, 与中国古代道家哲学不谋而合. 由 $TdS = dm + dV = 0$ 可知行星在增长过程熵不增, 与热力学定律不矛盾.

图 1 是银河系的逐级放大图, 它代表了银河系的实际增长过程, 随着宇宙的膨胀, 不仅大小在膨胀, 质量和亮度也在增加. 这能很好地解释旋臂的稳定性. 观测显示, 越往外围去银盘上的恒星绕中心运动的角速度越小, 尽管速度没有变小, 这意味着旋臂在逐渐加长. 因此, 要想保持旋臂不被破坏, 恒星必须在绕中心运动的同时远离中心, 这样旋臂就可以像渐开线一样向外逐渐伸展, 否则旋臂必然会重合, 破坏其结构.

最近的一项观测显示, 银河系发光处的半径至少在以 500 m/s 的速度向外扩张^[12], 与按哈勃膨胀计算出的 800 m/s 的速度膨胀量级相同^[13].

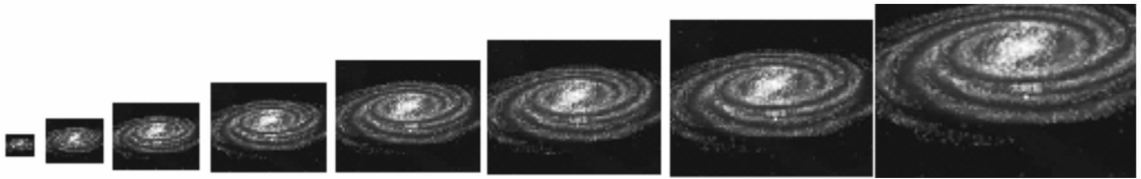


图 1 银河系逐渐增长示意

图 2 是一小片宇宙空间的逐级放大图, 它代表了宇宙的实际演化过程, 图中的白斑代表星系. 从图 2 中可看出, 不仅星系之间的空间在扩大, 星系本身也在扩大, 一切都在同比例扩大. 今天大范围表现出的均匀性正是过去小范围内均匀性的放大, 微波背景辐射描述的就是这一情况. 宇宙是无限的, 包括微波背景辐射在内我们看到的也只是一小片空间, 不过越远越均匀而已. 微波背景辐射是遥远处不可分辨距离的星体发出的光子红移后在仪器上的综合效应, 因来自各种不同的星体, 所以具有连续的黑体谱特征, 而不具备谱线特征. 说微波背景辐射来自所谓的最后散射面是不妥的, 因为这个散射面等同于一个致密的天体的表面, 应该具有谱线特征, 而事实不是这样.

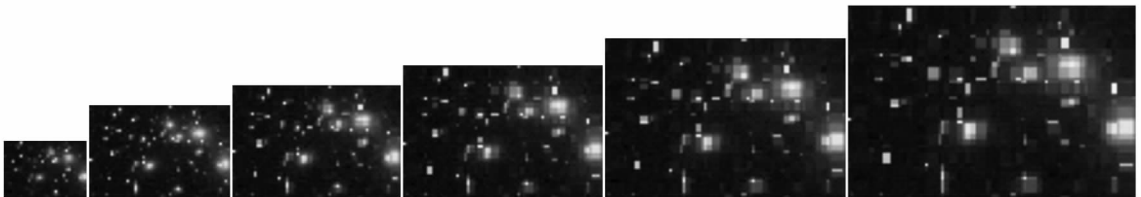


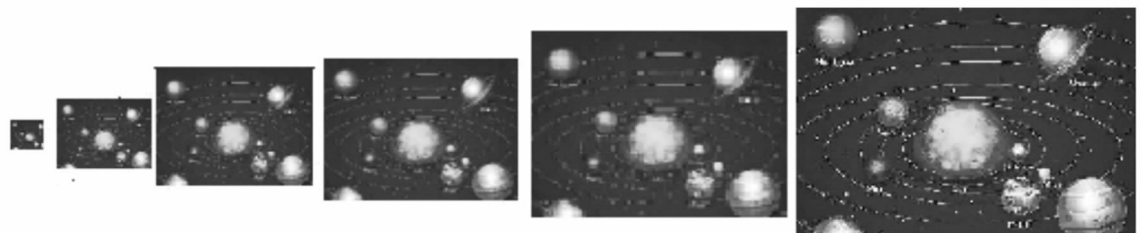
图 2 宇宙空间生成过程示意

图 3 是太阳系图片的逐级放大图, 它代表太阳系的实际形成过程. 不仅尺度在扩大, 而且质量和亮度也在加大. 例如, 地球今天远离太阳的速度 $v_0 = H_0 s_0 = 9 \text{ m/年}$, 下标 0 代表今天的值. 由于哈勃膨胀不改变公转和自转周期, 因此地球的公转速度在增加, 即存在切向加速度 $H_0 \bar{v}_0 = 61 \text{ m/年}^2$, 相应地, 太阳质量增长的速度为 $3H_0 M_0 = 4 \times 10^{20} \text{ kg/年}$. 这里 s_0 是今天的日地距离, M_0 是太阳今天的质量, $\bar{v}_0$ 是地球今天的绕日速度.

相应地, 地球质量增长速度为 $3H_0 m_0 = 1.2 \times 10^{14} \text{ kg/年}$, 半径扩张速度为 $H_0 r_0 = 0.5 \text{ mm/年}$. 这里 r_0 是地球半径, m_0 地球今天的质量. 也可计算出地球表面重力加速度今天增大的速度 $H_0 g_0 = 8.7 \times 10^{-10} \text{ m/年}^3$, 增大很慢.

对于月球绕地运动, 哈勃膨胀使月球的后退速度为 2.7 cm/年, 而观测值是 3.8 cm, 因此潮汐阻尼使月球后退 1.1 cm, 与潮汐理论计算的吻合^[1]. 由于哈勃膨胀不改变地球的自转周期, 日长增加仅来自潮汐刹车, 这样算出的日长增加与观测值趋于一致^[13], 而以往算出的偏大.

按照质光比 $L \propto M^4$, 可知太阳光度增加的速度为 $dL/dt = 12HL$, 用于今天 $12H_0 L_0 = 36 \times 10^{16} \text{ W/年}$, 表明太阳在逐渐变亮, 与观测到的地球 10 亿年前是个冰球一致^[5-6]. 而以往理论不能解释太阳光线的逐渐加强, 把太阳光的加强说成引力收缩实属牵强附会.



不仅太阳在增大, 行星也在同比例增大.

图 3 太阳系逐渐增长的示意

关于微分方程解的存在性及其相关问题的论述,可参看有关论文^[13-15].

作为结束语,最后强调一下弯曲时空与引力场并非完全一回事,前者包含后者,如非惯性系里的时空也是弯曲的,但不是引力场.引力与弯曲时空挂钩在于测地线的弱场近似与牛顿引力等效.于是一方面进一步把引力诠释为时空弯曲,另一方面认为是物质的分布及其运动使时空发生了弯曲.重要的是把弯曲时空的观测理论用于引力场,大大丰富了引力的内容.同一物理现象不同地点不同运动状态的观察者测量的结果不同,引力现象名副其实地被划入相对论.按照观测理论,对于无限远处的观察者而言度规理论就是平直时空里的引力理论,只不过比牛顿引力更高级罢了.所谓无限远处指该处的度规趋于平直,平时人们乐于比较广义相对论与牛顿引力的区别,实际上就是针对这一观察者的测量而言的,对于其他点的观察者来说牛顿引力方程不是这样的.总之,广义相对论是时空的弯曲理论,而平直只是弯曲的一种特殊情况.

8 结 语

引力场方程的耦合常数不唯一,在保证光速不变条件下可以由原来的 $-8\pi G$ 修改为 $4\pi G$;

宇宙的膨胀和收缩循环往复,在膨胀过程,星系或天体逐渐增长,新的物质在天体内生成;收缩是膨胀的逆过程,天体或星系逐渐消失;暗物质暗能量是物质的结合能,不是独立的存在.

参考文献:

- [1] IORIO L. Gravitational Anomalies in the Solar System? [J]. International Journal of Modern Physics D, 2015, 24(6): 1530015-1-1530015-37.
- [2] NESS M, LANG D. The x-Shaped Bulge of the Milky Way Revealed Bywise [J]. The Astronomical Journal, 2016, 152(1): 14-1-14-4.
- [3] MARTÍNEZ-LOMBILLA C, TRUJILLO I, KNAPEN J H. Discovery of Disc Truncations above the Galaxies' Mid-Plane in Milky Way-Like Galaxies [J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2019, 483(1): 664-691.
- [4] NIELSEN J T, GUFFANTI A, SARKAR S. Marginal Evidence for Cosmic Acceleration from Type Ia Supernovae [J]. Scientific Reports, 2016, 6: 35596-1-35596-8.
- [5] HERWARTZ D, PACK A, KRYLOV D, et al. Revealing the Climate of Snowball Earth from $\Delta 17\text{O}$ Systematics of Hydrothermal Rocks [J]. PNAS, 2015, 112(17): 5337-5341.
- [6] SOM S M, BUICK R, HAGADORN J W, et al. Earth's Air Pressure 2. 7 Billion Years ago Constrained to less than Half of Modern Levels [J]. Nature Geoscience, 2016, 9(6): 448-451.
- [7] 俞允强. 广义相对论引论 [M]. 2 版. 北京: 北京大学出版社, 1997.
- [8] 吴时敏. 广义相对论教程 [M]. 北京: 北京师范大学出版社, 1998.
- [9] 阿尔伯特·爱因斯坦. 相对论的意义 [M]. 郝建纲, 刘道军, 译. 上海: 上海科技教育出版社, 2005.
- [10] 高建功, 王令云. 宇宙大尺度分形结构的上限 [J]. Chinese Journal of Astronomy and Astrophysics, 1992(3): 197-201.
- [11] 张一方. 物理理论中的相似性方法和分形 [J]. 益阳师专学报, 1995, 16(5): 32-37.
- [12] 达佳丽, 王 婷, 张丽娟. 高阶微分方程边值问题 3 个正解的存在性 [J]. 西南师范大学学报(自然科学版), 2019, 44(6): 18-21.
- [13] 杨建亮. 广义相对论引力场方程耦合系数的修改及分形宇宙的实现 [J]. 中国传媒大学学报(自然科学版), 2019, 26(6): 18-44.
- [14] 邵正梅, 欧增奇. 具有凹凸非线性项的 Kirchhoff 方程的多解性 [J]. 西南师范大学学报(自然科学版), 2020, 45(4): 25-29.
- [15] 环遵祥, 吴铭蟾. 太阳物理学中的分形和混沌 [J]. 天文学进展, 1996, 14(4): 286-296.