第 46 卷 第 12 期　　西南师范大学学报(自然科学版)　　2021 年 12 月
Vol. 46　No. 12　Journal of Southwest China Normal University (Natural Science Edition)　Dec.　2021

DOI:10.13718/j.cnki.xsxb.2021.12.005

L-闭包空间的σ_c-连通性①

陈　波[1]，　曾春娜[2]

1. 西南大学 数学与统计学院，重庆 400715；2. 重庆师范大学 数学学院，重庆 401331

摘要：在 L-闭包拓扑空间中定义了 σ_c-连通集与 σ_c-连通空间的概念. 讨论了 σ_c-连通性的等价刻画及其基本性质. 证明了 σ_c-连通性是同胚不变性. 同时，给出了关于 σ_c-连通性的樊畿定理.

关 键 词：L-闭包空间；有序 L-闭远域；σ_c-隔离集；σ_c-连通

中图分类号：O189.1　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1000－5471(2021)12－0026－05

σ_c-Connectedness in L-Closure Spaces

CHEN Bo[1]，　ZENG Chunna[2]

1. School of Mathematics and Statistics, Southwest University, Chongqing 400715, China;

2. School of Mathematics Science, Chongqing Normal University, Chongqing 401331, China

Abstract: In this paper, the concepts of σ_c-connected set and σ_c-connected space are defined in L-closure spaces. Some basic equivalent characterizations and properties of σ_c-connectivity are discussed. It is proved that the σ_c-connectivity is invariant under σ_c-homeomorphism mapping. Meanwhile, the K. Y. Fan theorem of σ_c-connectivity is given.

Key words: L-closure space; ordered L-closed neighborhood; σ_c-separated set; σ_c-connectedness

连通性是一种重要的拓扑性质，文献[1-4]在 L-拓扑空间中建立了多种连通理论. 文献[5]提出了有序闭远域的概念，并建立了 L-拓扑空间的 U-收敛理论. 以有序闭远域为基础，文献[6-8]建立了拓扑分子格中的 σ-收敛、σ-连续序同态、σ-分离等理论. 作为 L-拓扑空间的推广，文献[9]提出了分明闭包空间和 F-闭包空间的概念. 文献[10]将其推广到 L 是完全分配格的情形，即 L-闭包空间. 本文将有序闭远域的概念推广到 L-闭包空间中，在 L-闭包空间中建立了 σ_c-连通性的概念，讨论了 σ_c-连通性的基本性质，给出了 σ_c-连通性成立的樊畿定理.

在本文中，L 表示 F 格(即具有逆序对合的完全分配格)，X 是分明集合. L^X 表示 X 上的 L-集全体，$M(L)$ 与 $M^*(L^X)$ 分别表示 L 与 L^X 中的所有分子之集. $\underline{1}$ 和 $\underline{0}$ 分别表示 L^X 中的最大元和最小元. 其他相关概念请参见文献[1-2，11-14].

定义 1[10]　设 L 为一个完全分配格，若 $\forall A, B \in L^X$，映射 $c: L^X \longrightarrow L^X$ 满足

(a) $c(\underline{0}) = \underline{0}$;

① 收稿日期：2021－01－20

基金项目：国家自然科学基金项目(11801048)；重庆市自然科学基金项目(cstc2020jcyj-msxmX0609)；重庆市教育委员会科学技术研究项目(KJQN201900530)；重庆市留学人员创新创业支持计划(cx2018034，cx2019155).

作者简介：陈　波，讲师，主要从事格上拓扑的研究.

(b) $A \leqslant c(A)$；

(c) 当 $A \leqslant B$ 时，$c(A) \leqslant c(B)$；

(d) $c(c(A)) = c(A)$.

则称 c 为一个 L-闭包算子，(L^X, c) 为一个 L-闭包空间. 如果 $F = c(F)$，则称 F 为(L^X, c) 中的一个 L-闭集. 若 F 为(L^X, c) 中的 L-闭集，则称 F' 为 (L^X, c) 中的 L-开集. 记

$$\eta_c = \{F \in L^X \mid F = c(F)\}$$

δ_c 表示(L^X, c) 中的所有 L-开集构成的集族. 对 $\forall A \in L^X$，令

$$A_c^o = \vee \{P \mid P \leqslant A, P \in \delta_c\}$$

定义 2　设(L^X, c) 是 L-闭包空间，$x_\alpha \in M^*(L^X)$. 如果 L^X 中的两个 L-闭集 P, Q 满足 $x_\alpha \not\leqslant P$ 且 $Q \leqslant P_c^o$，则称 P 和 Q 构成 x_α 的一对有序 L-闭远域，记作$\langle P, Q\rangle \in \eta_c^-(x_\alpha) \times \eta_c^-(x_\alpha)$.

定义 3　设(L^X, c) 是 L-闭包空间，$A \in L^X$，$x_\alpha \in M^*(L^X)$. 如果对 x_α 的每一对有序 L-闭远域$\langle P, Q\rangle$，有 $A \not\leqslant Q$，则称 x_α 为 A 的 σ_c-附着点. A 的所有 σ_c-附着点之并称为 A 的 σ_c-闭包，记为 $A_{\sigma_c}^-$. 若$A_{\sigma_c}^- \leqslant A$，则称 A 为 σ_c-闭集. 若 A' 为 σ_c-闭集，则称 A 为 σ_c-开集.

定义 4　设$(L_i^{X_i}, c_i)(i = 1, 2)$ 是 L-闭包空间，$f: L_1^{X_1} \longrightarrow L_2^{X_2}$ 是序同态，若 $L_2^{X_2}$ 中的每个 σ_c-开集的原象是 $L_1^{X_1}$ 中的 σ_c-开集，则称 f 为 σ_c-连续映射.

由定义 4，$f: L_1^{X_1} \longrightarrow L_2^{X_2}$ 为 σ_c-连续序同态当且仅当对 $\forall B \in L_2^{X^2}$，$(f^{-1}(B))_{\sigma_c}^- \leqslant f^{-1}(B_{\sigma_c}^-)$.

定义 5　设(L^X, c) 是 L-闭包空间，$A, B \in L^X$. 如果 $A_{\sigma_c}^- \wedge B = A \wedge B_{\sigma_c}^- = \underline{0}$，则称 A, B 是 σ_c-隔离子集.

定义 6　设(L^X, c) 是 L-闭包空间，$A \in L^X$. 如果不存在异于$\underline{0}$ 的 σ_c-隔离子集 B, C，使得 $A = B \vee C$，则称 A 为 σ_c-连通子集. 特别地，当 L-子集$\underline{1}$ 为 σ_c-连通子集时，称(L^X, c) 是 σ_c-连通空间.

定理 1　设(L^X, c) 是 L-闭包空间，则以下结论等价：

(i) (L^X, c) 不是 σ_c-连通空间；

(ii) 存在两个异于$\underline{0}$ 的 σ_c-闭集 A, B，使得 $A \vee B = \underline{1}$，$A \wedge B = \underline{0}$；

(iii) 存在两个异于$\underline{0}$ 的 σ_c-开集 A, B，使得 $A \vee B = \underline{1}$，$A \wedge B = \underline{0}$.

证　(i)⇒(ii) 设(L^X, c) 不是 σ_c-连通空间，则存在异于$\underline{0}$ 的 σ_c-隔离子集 A, B，使得 $A \vee B = \underline{1}$. 于是

$$A_{\sigma_c}^- = A_{\sigma_c}^- \wedge (A \vee B) = (A_{\sigma_c}^- \wedge A) \vee (A_{\sigma_c}^- \wedge B) = A$$

即 A 是 σ_c-闭集. 同理可证 B 是 σ_c-闭集.

(ii) ⇒(i) 由定义 5 知结论成立.

(ii)⇒(iii) 设存在两个异于$\underline{0}$ 的 σ_c-闭集 C, D，使得 $C \vee D = \underline{1}$，$C \wedge D = \underline{0}$. 则 C', D' 是两个异于$\underline{0}$ 的 σ_c-开集，且

$$C' \vee D' = \underline{1} \qquad C' \wedge D' = \underline{0}$$

令 $A = C'$，$B = D'$，则(iii) 成立. 同理可证(iii)⇒(ii) 成立.

推论 1　设(L^X, c) 是 L-闭包空间，则(L^X, c) 不是 σ_c-连通空间当且仅当存在 L^X 中的异于$\underline{0}$ 和$\underline{1}$ 的 L-集A 既是 σ_c-开集又是 σ_c-闭集.

定理 2　设(L^X, c) 是 L-闭包空间，$A \in L^X$ 是 σ_c-连通子集. 若 $A \leqslant B \leqslant A_{\sigma_c}^-$，则 B 是 σ_c-连通子集.

证　反设 B 不是 σ_c-连通集，则存在 L^X 中两个异于$\underline{0}$ 的 σ_c-隔离子集 C, D，使得 $B = C \vee D$. 令

$$E = A \wedge C \qquad F = A \wedge D$$

由于 $A \leqslant B$，则

$$E \vee F = (A \wedge C) \vee (A \wedge D) = A \wedge (C \vee D) = A \wedge B = A$$

且

$$E_{\sigma_c}^- \wedge F = E \wedge F_{\sigma_c}^- = \underline{0}$$

由于 A 是 σ_c-连通子集，则 $E = \underline{0}$ 或 $F = \underline{0}$. 不妨设 $E = \underline{0}$，则 $A = F = A \wedge D$，从而

$$A \leqslant D \qquad A_{\sigma_c}^- \leqslant D_{\sigma_c}^-$$

又因

$$C \leqslant B \leqslant A^-_{\sigma_c} \qquad C = C \wedge A^-_{\sigma_c} \leqslant C \wedge D^-_{\sigma_c} = \underline{0}$$

即 $C=\underline{0}$，矛盾．于是，B 是 σ_c -连通子集．

推论 2 设 A 是(L^X, c)中的 σ_c -连通子集，则 $A^-_{\sigma_c}$ 是 σ_c -连通子集．

定理 3 设(L^X, c)是 L -闭包空间，$A \in L^X$ 是 σ_c -连通子集．如果存在 L^X 中的 σ_c -隔离子集 B，C，使得 $A \leqslant B \vee C$，则 $A \leqslant B$ 或 $A \leqslant C$．

证 设 B，C 是(L^X, c)中的 σ_c -隔离子集，使得 $A \leqslant B \vee C$．则

$$A = A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

且

$$(A \wedge B)^-_{\sigma_c} \wedge (A \wedge C) \leqslant B^-_{\sigma_c} \wedge C = \underline{0}$$

即

$$(A \wedge B)^-_{\sigma_c} \wedge (A \wedge C) = \underline{0}$$

同理

$$(A \wedge C)^-_{\sigma_c} \wedge (A \wedge B) = \underline{0}$$

于是，$A \wedge B$ 和 $A \wedge C$ 是 σ_c -隔离子集．由于 A 是 σ_c -连通子集，则 $A \wedge B = \underline{0}$ 或 $A \wedge C = \underline{0}$．如果 $A \wedge B = \underline{0}$，则

$$A = A \wedge C \qquad A \leqslant C$$

同理，若 $A \wedge C = \underline{0}$，则 $A \leqslant B$．

定理 4 设(L^X, c)是 L -闭包空间，$\{A_t\}_{t \in T} \subset L^X$ 是(L^X, c)中的 σ_c -连通子集族．若存在 $s \in T$，使得对 $\forall t \in T \backslash \{s\}$，$A_t$ 与 A_s 都不是 σ_c -隔离的，则 $A = \bigvee_{t \in T} A_t$ 是 σ_c -连通子集．

证 设 B，C 是(L^X, c)中的 σ_c -隔离子集，使得 $A = B \vee C$．由定义 6，只需证明 $B = \underline{0}$ 或 $C = \underline{0}$．

对 $\forall t \in T$，令

$$B_t = A_t \wedge B \qquad C_t = A_t \wedge C$$

则

$$A_t = A_t \wedge A = (A_t \wedge B) \vee (A_t \wedge C) = B_t \vee C_t$$

且

$$B^-_{t\sigma_c} \wedge C_t = C^-_{t\sigma_c} \wedge B_t = \underline{0}$$

即对 $\forall t \in T$，B_t 与 C_t 是 σ_c -隔离子集．由于 A_t 是 σ_c -连通子集，则 $B_t = \underline{0}$ 或 $C_t = \underline{0}$．从而，$A_t = C_t \leqslant C$ 或 $A_t = B_t \leqslant B$．特别地，$A_s = C_s \leqslant C$ 或 $A_s = B_s \leqslant B$．不妨设 $A_s = C_s \leqslant C$，则对 $\forall t \in T \backslash \{s\}$，$A_t \leqslant C$．事实上，如果存在 $t \in T$，使得 $A_t \nleqslant C$，则 $A_t \leqslant B$．于是

$$A^-_{t\sigma_c} \wedge A_s = A^-_{t\sigma_c} \wedge C_s \leqslant B^-_{\sigma_c} \wedge C = \underline{0}$$

$$A_t \wedge A^-_{s\sigma_c} = A_t \wedge C^-_{s\sigma_c} \leqslant B \wedge C^-_{\sigma_c} = \underline{0}$$

即 A_t 与 A_s 是 σ_c -隔离子集，矛盾．于是，对 $\forall t \in T$，$A_t \leqslant C$，$A \leqslant C$．则

$$B = B \wedge A \leqslant B \wedge C \leqslant B \wedge C^-_{\sigma_c} = \underline{0}$$

即 $B = \underline{0}$．从而 $A = \bigvee_{t \in T} A_t$ 是 σ_c -连通子集．

推论 3 设(L^X, c)是 L -闭包空间，$\{A_t\}_{t \in T} \subset L^X$ 是(L^X, c)中的 σ_c -连通子集族．若 $\bigwedge_{t \in T} A_t \neq \underline{0}$，则 $A = \bigvee_{t \in T} A_t$ 是 σ_c -连通子集．

定义 7 设(L^X, c)是 L -闭包空间，$A \in L^X$ 称为(L^X, c)中的 σ_c -连通分支，如果存在 σ_c -隔离子集 B，当 $A \leqslant B$ 时，有 $B = A$ 成立．

定理 5 设(L^X, c)是 L -闭包空间，则：

(i) 所有 σ_c -连通分支的并是 $\underline{1}$；

(ii) 不同的 σ_c -连通分支互不相交；

(iii) 任意的 σ_c -连通分支都是 σ_c -闭集．

证 (i) 首先证明，对 $\forall x_\alpha \in M^*(L^X)$，$x_\alpha$ 是 σ_c -连通子集．事实上，如果 x_α 不是 σ_c -连通子集，则存在两个异于 $\underline{0}$ 的 σ_c -隔离子集 A，B，使得 $x_\alpha = A \vee B$．由于 x_α 是分子，则 $x_\alpha = A$ 或 $x_\alpha = B$．从而 $A = \underline{0}$

或 $B=\underline{0}$，矛盾．令

$$P(x_\alpha)=\{A\in L^X \mid x_\alpha\leqslant A,\ A\text{ 是}\sigma_c\text{-连通子集}\}\qquad A(x_\alpha)=\bigvee P(x_\alpha)$$

则 $A(x_\alpha)$ 是包含 x_α 的 σ_c-连通分支，即对 $\forall x_\alpha\in M^*(L^X)$，都存在包含 x_α 的 σ_c-连通分支．由于$\bigvee M^*(L^X)=\underline{1}$，则$(L^X, c)$ 中所有的 σ_c-连通分支的并是$\underline{1}$．

(ii) 设 A,B 是(L^X, c) 中不同的两个 σ_c-连通分支，如果 $A\wedge B\neq\underline{0}$，则 $A\vee B$ 是σ_c-连通子集．这与 A,B 是σ_c-连通分支矛盾．

(iii) 设 A 是(L^X, c) 中任意的 σ_c-连通分支，则 $A^-_{\sigma_c}$ 是σ_c-连通子集，且 $A\leqslant A^-_{\sigma_c}$．于是 $A=A^-_{\sigma_c}$，即 A 是 σ_c-闭集．

定理 6　设$({L_i}^{X_i}, c_i)(i=1,2)$ 是 L-闭包空间，$f: {L_1}^{X_1}\longrightarrow {L_2}^{X_2}$ 是 σ_c-连续序同态．如果 $A\in {L_1}^{X_1}$ 是 σ_c-连通子集，则 $f(A)$ 是$({L_2}^{X_2}, c_2)$ 中的 σ_c-连通子集．

证　设 B,C 是${L_2}^{X_2}$ 中的 σ_c-隔离子集，使得 $f(A)=B\vee C$．只需证明 $B=\underline{0}$ 或 $C=\underline{0}$．

令

$$E=f^{-1}(B)\qquad F=f^{-1}(C)$$

则

$$A\leqslant f^{-1}f(A)=f^{-1}(B)\vee f^{-1}(C)=E\vee F$$

由 f 的连续性，有

$$E^-_{\sigma_c}\wedge F=(f^{-1}(B))^-_{\sigma_c}\wedge f^{-1}(C)\leqslant f^{-1}(B^-_{\sigma_c})\wedge f^{-1}(C)=f^{-1}(B^-_{\sigma_c}\wedge C)=f^{-1}(\underline{0})=\underline{0}$$

$$E\wedge F^-_{\sigma_c}=f^{-1}(B)\wedge(f^{-1}(C))^-_{\sigma_c}\leqslant f^{-1}(B)\wedge f^{-1}(C^-_{\sigma_c})=f^{-1}(B\wedge C^-_{\sigma_c})=f^{-1}(\underline{0})=\underline{0}$$

即 E,F 是$({L_1}^{X_1}, c_1)$ 中的 σ_c-隔离子集．令

$$G=A\wedge E\qquad H=A\wedge F$$

则 G,H 是$({L_1}^{X_1}, c_1)$ 中的 σ_c-隔离子集，且 $A=G\vee H$．由于 A 是σ_c-连通子集，则 $G=\underline{0}$ 或 $H=\underline{0}$．不妨设 $G=\underline{0}$，则

$$A=H\leqslant F\qquad f(A)\leqslant f(F)=f(f^{-1}(C))\leqslant C$$

于是

$$B=B\wedge f(A)\leqslant B\wedge C\leqslant B\wedge C^-_{\sigma_c}=\underline{0}$$

综上所述，$f(A)$ 是$({L_2}^{X_2}, c_2)$ 中的 σ_c-连通子集．

推论 4　L-闭包空间中的σ_c-连通性是σ_c-同胚不变性．

定义 8　设(L^X, c) 是 L-闭包空间，$x_\alpha\in M^*(L^X)$，$P\in L^X$．如果 P 是σ_c-闭集，且 $x_\alpha\not\leqslant P$，则称 P 为 x_α 的σ_c-闭远域，以 $\eta^-_{\sigma_c}(x_\alpha)$ 记 x_α 的所有σ_c-闭远域之族．令 $Q\in L^X$，如果存在 x_α 的σ_c-闭远域P，使得 $Q\leqslant P$，则称 Q 为 x_α 的σ_c-远域，以 $\eta_{\sigma_c}(x_\alpha)$ 记 x_α 的所有 σ_c-远域之族．

定理 7(樊畿定理)　设(L^X, c) 是 L-闭包空间，$A\in L^X$ 是 σ_c-连通子集当且仅当对每个映射

$$P: M^*(A)\longrightarrow\{\eta_{\sigma_c}(e)\mid e\in M^*(A)\}$$

$$P(e)\in\eta_{\sigma_c}(e)\qquad e\in M^*(A)$$

及 A 中任意二分子 a,b，存在 A 中有限多个分子 $e_0,e_1,\cdots,e_n$，使得

$$e_0=a\qquad e_n=b\qquad A\not\leqslant P(e_i)\vee P(e_{i+1})\qquad i=0,1,\cdots,n-1\tag{1}$$

证　设 A 不是σ_c-连通子集，则存在 L^X 中两个异于$\underline{0}$的 L-子集 B,C，满足

$$B^-_{\sigma_c}\wedge C=C^-_{\sigma_c}\wedge B=\underline{0}\qquad A=B\vee C$$

定义

$$P: M^*(A)\longrightarrow\{\eta_{\sigma_c}(e)\mid e\in M^*(A)\}\tag{2}$$

使得当 $e\leqslant B$ 时，$P(e)=C^-_{\sigma_c}$；当 $e\leqslant C$ 时，$P(e)=B^-_{\sigma_c}$．由分子的性质知，$\forall e\in M^*(A)$，$e\leqslant B$ 或 $e\leqslant C$ 成立，于是(2) 式定义了 $M^*(A)$ 上的一个映射．由于

$$B^-_{\sigma_c}\wedge C=C^-_{\sigma_c}\wedge B=\underline{0}$$

于是 $e\not\leqslant P(e)$，且 $P(e)$ 是 σ_c-闭集．故对 $\forall e\in M^*(A)$，均有 $P(e)\in\eta_{\sigma_c}(e)$．任取分子 $a\in B$，$b\in C$，则 $a,b\in M^*(A)$．对 A 中有限多个分子 $e_0,e_1,\cdots,e_n$，$e_0=a$，$e_n=b$，由于 $e_i\leqslant B$ 或 $e_i\leqslant C(i=0,1,\cdots,n)$ 必

有一个成立，则 $P(e_i)=C_{\sigma_c}^-$ 或 $P(e_i)=B_{\sigma_c}^-$. 显然 $P(e_0)=C_{\sigma_c}^-$，$P(e_n)=B_{\sigma_c}^-$，于是存在 $i\in\{1,\cdots,n\}$，使得 $P(e_i)=C_{\sigma_c}^-$，$P(e_{i+1})=B_{\sigma_c}^-$，从而

$$A=B\vee C\leqslant B_{\sigma_c}^-\vee C_{\sigma_c}^-=P(e_i)\vee P(e_{i+1})$$

与(1)式矛盾.

反之，设(1)式不成立，即存在映射

$$P:M^*(A)\longrightarrow\{\eta_{\sigma_c}(e)\mid e\in M^*(A)\}$$

$$P(e)\in\eta_{\sigma_c}(e)\qquad e\in M^*(A)$$

及不同的分子 $a,b\in M^*(A)$，使得对 A 中任意有限多个分子 $e_0,e_1,\cdots,e_n$，(1)式不成立. 为方便，设 a,b 是 A 中的两个分子，如果存在 A 中有限多个分子 $e_0,e_1,\cdots,e_n$，使得(1)式成立，则称 a,b 是 σ_c-可连接的，否则称为 σ_c-不可连接的. 令

$$\Phi=\{e\in M^*(A)\mid a\text{ 与 }e\text{ 是 }\sigma_c\text{-可连接的}\}$$

$$\Psi=\{e\in M^*(A)\mid a\text{ 与 }e\text{ 是 }\sigma_c\text{-不可连接的}\}$$

$$B=\vee\Phi\qquad C=\vee\Psi$$

由于 $a\not\leqslant P(a)$，则 $A\not\leqslant P(a)$，a 与 a 是 σ_c-可连接的. 于是 $a\in\Phi$，$a\leqslant B$. 由假设 a 与 b 是 σ_c-不可连接的，则 $b\in\Psi$，$b\leqslant C$. 从而 $B\neq\underline{0}$，$C\neq\underline{0}$. 对 $\forall e\in M^*(A)$，$e\in\Phi$ 或 $e\in\Psi$，所以 $A=B\vee C$. 只需证明 $B_{\sigma_c}^-\wedge C=C_{\sigma_c}^-\wedge B=\underline{0}$. 从而，$A$ 是 σ_c-不连通子集，矛盾.

事实上，不妨设 $B_{\sigma_c}^-\wedge C\neq\underline{0}$. 任取分子 $d\leqslant B_{\sigma_c}^-\wedge C$. 于是 $d\leqslant B_{\sigma_c}^-$，$d\not\leqslant P(d)$，则 $B\not\leqslant P(d)$，因此存在 $e\in\Phi$，使得 $e\not\leqslant P(d)$. 从而

$$e\not\leqslant P(d)\vee P(e)\qquad e\leqslant B\leqslant A$$

所以 $A\not\leqslant P(d)\vee P(e)$. 由于 e 与 a 是 σ_c-可连接的，则 a 与 d 是 σ_c-可连接的. 又由 $d\leqslant C$，知 $C\not\leqslant P(d)$，存在 $\lambda\in\Psi$，使得 $\lambda\not\leqslant P(d)$. 从而

$$\lambda\not\leqslant P(d)\vee P(\lambda)\qquad \lambda\leqslant C\leqslant A$$

所以 $A\not\leqslant P(d)\vee P(\lambda)$. 由于 d 与 a 是 σ_c-可连接的，则 a 与 λ 是 σ_c-可连接的，这与 $\lambda\in\Psi$ 矛盾. 从而 $B_{\sigma_c}^-\wedge C=\underline{0}$.

同理可得 $C_{\sigma_c}^-\wedge B=\underline{0}$.

参考文献:

[1] 王国俊. *L*-Fuzzy 拓扑空间论 [M]. 西安：陕西师范大学出版社，1988.

[2] LIU Y M, LUO M K. Fuzzy Topology [M]. Singapore, New Jersey: World Scientific, 1997.

[3] LI S G. Connectedness in *L*-Fuzzy Topological Spaces [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 116(2): 361-368.

[4] LU J, LI S G. Fuzzy Connectedness: New Definitions and Comparisons [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2006, 157: 1928-1940.

[5] CHEN S L. *U*-Convergence and *L*-Fuzzy *U*-Sets [J]. Information Science, 1995, 87: 205-213.

[6] CHEN S L, CHEN S T, WANG X G. σ-Convergence Theory and Its Applications in Fuzzy Lattice [J]. Information Sciences, 2004, 165(1): 45-58.

[7] 陈水利，张金河，翁马巷. *L*-Fuzzy σ-连续序同态及其特征 [J]. 模糊系统与数学，2000，14(3)：15-18.

[8] 陈水利，钮永莉，陈明志. 拓扑分子格的 σ 分离性 [J]. 模糊系统与数学，2004，18(3)：52-55.

[9] MASHHOUR A S, GHANIM M H. Fuzzy Closure Space [J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 1985, 106(1): 154-170.

[10] ZHOU W N. Generalization of *L*-Closure Spaces [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2005, 149: 415-432.

[11] 陈 波. *L*-闭包空间的 *L*-可数性 [J]. 西南大学学报(自然科学版)，2009，31(12)：130-133.

[12] 陈 波，刘建军. *L*-闭包空间的 Lindelöf 可数性 [J]. 西南大学学报(自然科学版)，2007，29(6)：43-45.

[13] 杨 浩，吴健荣. 模糊度量空间中的伪度量结构及等距同构 [J]. 西南大学学报(自然科学版)，2021，43(6)：95-100.

[14] 马晓君，汤建钢. Ω-左 *R*-模范畴中的平坦对象研究 [J]. 西南大学学报(自然科学版)，2020，42(12)：88-95.

责任编辑 廖 坤