

DOI:10.13718/j.cnki.xsxb.2022.05.005

基于均值零化算子的灰色绝对关联度模型的改进及其应用^①

罗丹, 王松华

百色学院 数学与统计学院, 广西 百色 533000

摘要: 根据广义灰色绝对关联分析模型基本思想, 采用均值零化算子构造方法, 提出一种新的灰色关联算子并对灰色绝对关联度模型进行改进. 改进的灰色绝对关联度模型具有规范性、偶对称性、接近性等性质. 初步的实例验证表明, 改进的灰色关联度模型能真实地反映序列曲线的关联程度, 所得关联分析结果较为客观可靠, 且算法简单, 易于在计算机上实现, 具有一定的实用参考价值.

关键词: 灰色系统; 灰色关联分析模型; 绝对关联度; 均值零化算子

中图分类号: N941

文献标志码: A

文章编号: 1000-5471(2022)05-0038-05

Improvement and Application of Grey Absolute Relational Degree Model Based on Averaging Operator

LUO Dan, WANG Songhua

School of Mathematics and Statistics, Baise University, Baise Guangxi 533000, China

Abstract: Based on the basic idea of the generalized grey absolute correlation analysis model, a new grey correlation operator has been proposed and the grey absolute correlation degree model been improved. The improved grey absolute relational model has the properties of normalization, even symmetry and proximity. The results of correlation analysis are objective and reliable, and the algorithm is simple and easy to be implemented on computer.

Key words: grey system; grey correlation analysis model; absolute degree of correlation; averaging operator

上世纪 80 年代邓聚龙教授提出灰色关联分析理论^[1], 随后这一理论得到了极大的发展与应用^[2-15]. 后 1991 年文献[2] 根据邓氏灰色关联分析模型^[3] 研究了一类广义灰色关联分析模型, 首次提出了绝对关联分析模型. 该模型有效解决了许多科研、生产中的实际问题, 一直以来受到研究者的广泛关注. 在文献[2] 提出的灰色绝对关联分析模型中, 灰色关联算子起到了重要的作用. 但考虑到绝对关联度分析模型在做实际问题的定量分析时, 存在因自然灾害、战争、疫情等意外因素的影响引起系统行为序列数据受到冲击干扰而失真的问题, 本文采用均值化算子构造方法提出一种均值化的新关联算子并对灰色绝对关联度模型进行改进, 并讨论该改进模型的性质和应用.

① 收稿日期: 2020-04-30

基金项目: 广西自然科学基金项目(2020GXNSFAA159069, 2018GXNSFAA28125).

作者简介: 罗丹, 副教授. 主要从事灰色系统理论及其应用的研究.

1 新的灰色关联算子的构造

定义 1 设原始数据的系统特征行为序列 $X_i = \{x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(n)\}$, $i = 1, 2, \dots, n$, 记均值 $\overline{x_i} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_i(k)$, 然后将折线 $\{x_i(1) - \overline{x_i}, x_i(2) - \overline{x_i}, \dots, x_i(n) - \overline{x_i}\}$ 记为 $X_i - \overline{x_i}$. 令 $\overline{s_i} = \int_1^n (X_i - \overline{x_i}) dt$, $\overline{s_i} - \overline{s_j} = \int_1^n (\overline{X_i^0} - \overline{X_j^0}) dt$, 又设序列 X_i 与 X_j 长度相同, 则称 $\overline{\epsilon_{ij}} = \frac{1 + |\overline{s_i}| + |\overline{s_j}|}{1 + |\overline{s_i}| + |\overline{s_j}| + |\overline{s_j} - \overline{s_i}|}$ 为 X_i 与 X_j 的广义灰色均值关联度, 简称均值关联度.

定义 2 设系统行为序列 $X_i = \{x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(n)\}$, D 为序列算子且

$$X_i D = \{x_i(1)d, x_i(2)d, \dots, x_i(n)d\}$$

其中 $x_i(k)d = x_i(k) - \overline{x_i}$, $k = 1, 2, \dots, n$, 则称 D 为均值零化算子, $X_i D$ 为 X_i 的均值零化像, 记为 $X_i D = \overline{X_i^0} = \{\overline{x_i^0}(1), \overline{x_i^0}(2), \dots, \overline{x_i^0}(n)\}$.

2 改进的灰色绝对关联度模型及其性质

定理 1 设系统行为序列 $X_i = \{x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(n)\}$, $X_j = \{x_j(1), x_j(2), \dots, x_j(n)\}$ 的均值零化像分别为 $\overline{X_i^0} = \{\overline{x_i^0}(1), \overline{x_i^0}(2), \dots, \overline{x_i^0}(n)\}$, $\overline{X_j^0} = \{\overline{x_j^0}(1), \overline{x_j^0}(2), \dots, \overline{x_j^0}(n)\}$, 令 $\overline{s_i} - \overline{s_j} = \int_1^n (\overline{X_i^0} - \overline{X_j^0}) dt$, 则

- 1) 当 $\overline{X_i^0}$ 恒在 $\overline{X_j^0}$ 的上方, $\overline{s_i} - \overline{s_j} \geq 0$;
- 2) 当 $\overline{X_i^0}$ 恒在 $\overline{X_j^0}$ 的下方, $\overline{s_i} - \overline{s_j} \leq 0$;
- 3) 当 $\overline{X_i^0}$ 恒与 $\overline{X_j^0}$ 相交, $\overline{s_i} - \overline{s_j}$ 的符号不定.

证 如图 1 所示, 在图 1(a) 中, $\overline{X_i^0}$ 恒在 $\overline{X_j^0}$ 的上方, 所以 $\overline{s_i} - \overline{s_j} \geq 0$; 图 1(b) 中, $\overline{X_i^0}$ 恒与 $\overline{X_j^0}$ 相交, 所以 $\overline{s_i} - \overline{s_j}$ 的符号不定. 由此可知定理 1 结论成立.

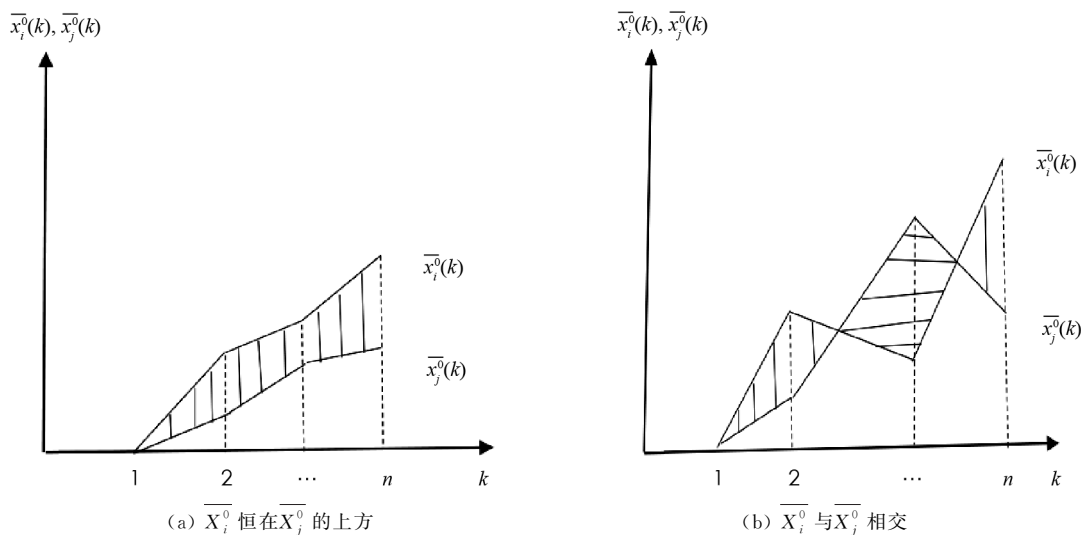


图 1 $\overline{X_i^0}, \overline{X_j^0}$ 折线图

定理 2 广义灰色均值关联度

$$\overline{\epsilon_{ij}} = \frac{1 + |\overline{s_i}| + |\overline{s_j}|}{1 + |\overline{s_i}| + |\overline{s_j}| + |\overline{s_j} - \overline{s_i}|}$$

满足灰色关联公理中规范性、偶对称性与接近性.

证 1) 规范性: 显然, $\overline{\epsilon_{ij}} \geq 0$, 又 $|\overline{s_j} - \overline{s_i}| \geq 0$, 所以 $\overline{\epsilon_{ij}} \leq 1$.

2) 偶对称性: 由 $|\overline{s_j} - \overline{s_i}| = |\overline{s_i} - \overline{s_j}|$ 知 $\overline{\epsilon_{ij}} = \overline{\epsilon_{ji}}$ 成立.

3) 接近性: 显然成立.

引理 1 设 X_i 与 X_j 是长度皆为 1 的时距序列, 而 $\overline{X_i} = \{\overline{x_i^0}(1), \overline{x_i^0}(2), \dots, \overline{x_i^0}(n)\}$, $\overline{X_j^0} = \{\overline{x_j^0}(1), \overline{x_j^0}(2), \dots, \overline{x_j^0}(n)\}$ 分别为 X_i 与 X_j 的均值零化像, 令 $\overline{x_i^0}(l_i) = \max_{1 \leq k \leq n} |\{\overline{x_i^0}(k)\}|$, $\overline{x_j^0}(l_j) = \max_{1 \leq k \leq n} |\{\overline{x_j^0}(k)\}|$, 则

$$|\overline{s_i}| = \left| \sum_{k=1, k \neq l_i}^n \overline{x_i^0}(k) + \frac{1}{2} \overline{x_i^0}(l_i) \right| = \frac{1}{2} \max_{1 \leq k \leq n} |\{\overline{x_i^0}(k)\}| = \frac{1}{2} |\overline{x_i^0}(l_i)|$$

$$|\overline{s_j}| = \left| \sum_{k=1, k \neq l_j}^n \overline{x_j^0}(k) + \frac{1}{2} \overline{x_j^0}(l_j) \right| = \frac{1}{2} \max_{1 \leq k \leq n} |\{\overline{x_j^0}(k)\}| = \frac{1}{2} |\overline{x_j^0}(l_j)|$$

$$|\overline{s_i} - \overline{s_j}| = \left| \left(\sum_{k=1, k \neq l_i}^n \overline{x_i^0}(k) - \sum_{k=1, k \neq l_j}^n \overline{x_j^0}(k) \right) + \frac{1}{2} (\overline{x_i^0}(l_i) - \overline{x_j^0}(l_j)) \right| = \frac{1}{2} |\overline{x_i^0}(l_i) - \overline{x_j^0}(l_j)|$$

定理 3 设 X_i 与 X_j 的长度、时距相同且皆为等时距序列, 则

$$\overline{\epsilon_{ij}} = \left(1 + 1 + \left| \frac{1}{2} \overline{x_i^0}(l_i) \right| + \left| \frac{1}{2} \overline{x_j^0}(l_j) \right| \right) \times \left(1 + \left| \frac{1}{2} \overline{x_i^0}(l_i) \right| + \left| \frac{1}{2} \overline{x_j^0}(l_j) \right| + \left| \frac{1}{2} (\overline{x_i^0}(l_i) - \overline{x_j^0}(l_j)) \right| \right)^{-1}$$

证 不妨设 X_i 与 X_j 皆为 1 时距序列, 由引理 1 和定义 1 得

$$\begin{aligned} \overline{\epsilon_{ij}} &= \left(1 + \left| \sum_{k=1, k \neq l_i}^n \overline{x_i^0}(k) + \frac{1}{2} \overline{x_i^0}(l_i) \right| + \left| \sum_{k=1, k \neq l_j}^n \overline{x_j^0}(k) + \frac{1}{2} \overline{x_j^0}(l_j) \right| \right) \times \\ &\quad \left(1 + \left| \sum_{k=1, k \neq l_i}^n \overline{x_i^0}(k) + \frac{1}{2} \overline{x_i^0}(l_i) \right| + \left| \sum_{k=1, k \neq l_j}^n \overline{x_j^0}(k) + \frac{1}{2} \overline{x_j^0}(l_j) \right| + \right. \\ &\quad \left. \left| \left(\sum_{k=1, k \neq l_i}^n \overline{x_i^0}(k) - \sum_{k=1, k \neq l_j}^n \overline{x_j^0}(k) \right) + \frac{1}{2} (\overline{x_i^0}(l_i) - \overline{x_j^0}(l_j)) \right| \right)^{-1} = \\ &\quad \left(1 + 1 + \left| \frac{1}{2} \overline{x_i^0}(l_i) \right| + \left| \frac{1}{2} \overline{x_j^0}(l_j) \right| \right) \times \left(1 + \left| \frac{1}{2} \overline{x_i^0}(l_i) \right| + \right. \\ &\quad \left. \left| \frac{1}{2} \overline{x_j^0}(l_j) \right| + \left| \frac{1}{2} (\overline{x_i^0}(l_i) - \overline{x_j^0}(l_j)) \right| \right)^{-1} \end{aligned}$$

3 实例分析

例 1 由文献[4], 设有如下数据序列:

$$X_1 = \{1.00, 1.30, 2.50, 2.80, 3.00, 4.60, 5.00, 6.40\}$$

$$X_2 = \{1.20, 1.53, 2.85, 3.18, 3.40, 5.16, 5.60, 7.14\}$$

$$X_3 = \{1.00, 2.50, 3.00, 1.00, 5.00, 2.00, 7.00, 6.00\}$$

其中: X_1 为参考序列, X_2 与 X_3 为相关因素序列. 计算得到的关联度及其关联序见表 1, 数据序列折线图见图 2.

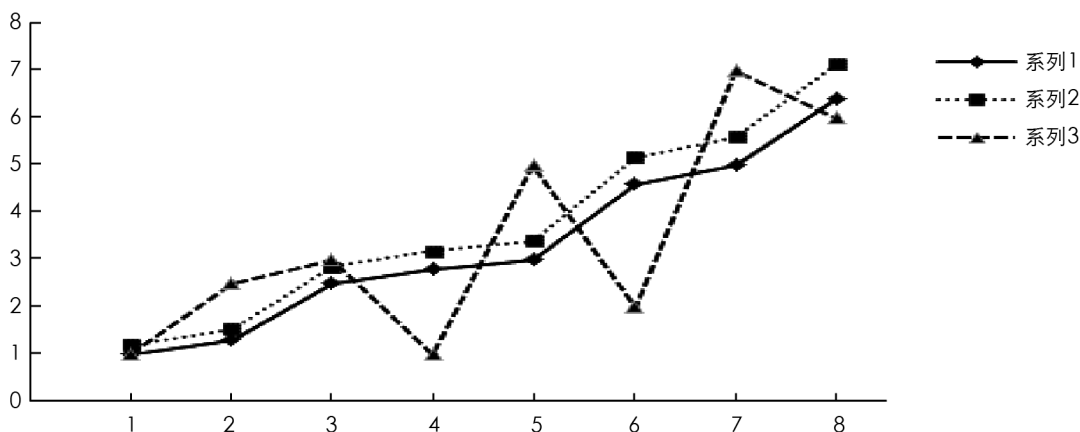


图 2 例 1 数据序列折线图

表 1 关联度与关联序

关联度类型	绝对关联度	本文改进关联度
ϵ_{12}	0.956	0.964 9
ϵ_{13}	0.969	0.937 1
关联序	$\epsilon_{13} > \epsilon_{12}$	$\epsilon_{13} < \epsilon_{12}$

由图 2 可以看出, 序列 X_1 和 X_2 的发展趋势更接近, 而序列 X_1 和 X_3 的发展趋势差异较大, 即 $\epsilon_{13} < \epsilon_{12}$. 所以, 本文构造的灰色关联度如实地反映了数据序列发展态势的相似程度.

例 2 引用文献[5] 数据(表 2) 对我国海洋渔业经济增长与其影响因素的关系进行研究.

表 2 2001—2015 年我国海洋渔业数据

年份	海洋渔业产值 / 万元	固定成本 / 万元	劳动力 / 万人	自然资源 / 万吨
2001	13 939 227.1	18 978.88	292.94	2 572.14
2002	14 637 127.8	29 257.07	287.3	2 646.34
2003	14 730 024.9	29 974.91	309.48	2 685.62
2004	16 382 015	61 819.27	309.72	2 767.79
2005	18 258 319	91 496.62	308.91	2 838.08
2006	20 024 803	93 417.2	298.31	2 887.68
2007	21 530 739	128 577.19	306.88	2 550.89
2008	23 562 509	173 570.63	335.28	2 598.28
2009	25 557 695.6	227 485.97	338.82	2 681.56
2010	29 227 304.2	344 979.21	344.61	2 797.53
2011	34 198 165.8	593 435.01	368.97	2 908.05
2012	39 712 069.6	828 475.7	383.94	3 033.34
2013	44 598 557.9	1 030 260.1	390.69	3 138.83
2014	47 634 329.3	1 215 806.36	385.27	3 296.22
2015	49 411 756.1	1 430 381.54	380.52	3 409.61

将中国海洋渔业产值作为系统行为的参考序列 $X_0(t)$, 把固定成本、劳动力、自然资源看作 $X_1(k)$, $X_2(k)$, $X_3(k)$, $k=2001, 2007, \cdots, 2015$. 利用本文算子构造的灰色关联模型计算步骤及结果如下:

1) 求均值零化像 $\overline{X_i^0} (i=0, 1, 2, 3)$, 结果见表 3.

表 3 均值零化像 $\overline{X_i^0}$ 计算结果表

$\overline{X_0^0}$	$\overline{X_1^0}$	$\overline{X_2^0}$	$\overline{X_3^0}$
−13 621 082.42	−400 882.164	−43.169 333 33	−281.990 666 7
−12 923 181.73	−390 603.974	−48.809 333 33	−207.790 666 7
−12 830 284.65	−389 886.134	−26.629 333 33	−168.510 666 7
−11 178 294.55	−358 041.774	−26.389 333 33	−86.340 666 7
−9 301 990.55	−328 364.424	−27.199 333 33	−16.050 666 7
−7 535 506.55	−326 443.844	−37.799 333 33	33.549 333 3
−6 029 570.55	−291 283.854	−29.229 333 33	−303.240 666 7
−3 997 800.60	−246 290.414	−0.829 333 33	−255.850 666 7
−2 002 613.99	−192 375.074	2.710 666 67	−172.570 666 7
1 666 994.64	−74 881.834	8.500 666 67	−56.600 666 7
6 637 856.29	173 573.966	32.860 666 67	53.919 333 3
12 151 760.08	408 614.656	47.830 666 67	179.209 333 3
17 038 248.34	610 399.056	54.580 666 67	284.699 333 3
20 074 019.70	795 945.316	49.160 666 67	442.089 333 3
21 851 446.50	1 010 520.496	44.410 666 67	555.479 333 3

2) 求 $|\overline{S_i}|, |\overline{S_i} - \overline{S_0}|, i=1, 2, 3$, 计算结果如下:

$|\overline{S_0}|=10\ 925\ 723.25$ $|\overline{S_1}|=505\ 260.25$ $|\overline{S_2}|=27.29$ $|\overline{S_3}|=277.74$

$|\overline{S_1} - \overline{S_0}|=10\ 420\ 463.00$ $|\overline{S_2} - \overline{S_0}|=10\ 925\ 695.96$ $|\overline{S_3} - \overline{S_0}|=10\ 925\ 445.51$

3) 由新构造的灰色均值关联度计算公式

$$\overline{\epsilon_{0i}} = \frac{1 + |\overline{S_0}| + |\overline{S_i}|}{1 + |\overline{S_0}| + |\overline{S_i}| + |\overline{S_i} - \overline{S_0}|}, i = 1, 2, 3$$

得 $\overline{\epsilon_{01}} = 0.523\ 122\ 53$, $\overline{\epsilon_{02}} = 0.500\ 001\ 272$, $\overline{\epsilon_{03}} = 0.500\ 012\ 733$.

由计算结果得 $\overline{\epsilon_{01}} > \overline{\epsilon_{03}} > \overline{\epsilon_{02}}$, 说明对我国海洋渔业经济增长的要素投入关联度影响最大的是固定成本要素, 而自然资源和劳动力要素对我国海洋渔业经济影响的关联度差别不大, 相对而言, 自然资源要素对海洋经济影响略高. 近十年来快速增长的海洋渔业经济使得我国不断增加固定成本投入, 同时捕捞船只的修理与维护费用也随着我国捕捞船只数量和功率的增加而增加, 在对海水养殖进行投入时, 固定成本投入的水平高且贡献率大, 因此固定资产投入的增加仍然是当前我国发展海洋渔业经济的重要手段. 均值灰色关联度排在第二的是自然资源要素, “十一五”规划以来, 国家“以养为主”政策的实施使得海水养殖不断通过调整养殖结构来适应市场的导向, 因此海水养殖的主导地位不断加强, 产量的扩大对海洋渔业发展的推动作用也越来越明显. 均值灰色关联度排在第三的是劳动力投入要素. 近年来, 由于劳动力数量增长缓慢且劳动生产率不高, 相关部门要加大对渔业劳动力转移人群的相关技术培训, 积极正确引导渔民的转产转业.

本文构造的新的灰色均值关联度模型计算结果跟实际情况相符合, 具有一定的实用性和可靠性.

4 结论

针对在利用灰色绝对关联度分析模型做实际问题的定量分析时, 存在因自然灾害、战争、疫情等意外因素的影响, 引起系统行为序列数据受到冲击干扰而失真的问题, 文章根据广义灰色绝对关联分析模型基本思想, 采用均值化算子构造方法, 提出一种名为均值零化的新关联算子并对灰色绝对关联度模型进行改进. 改进的灰色绝对关联度模型具有规范性、偶对称性、接近性等性质. 初步的数值实例表明, 改进的灰色关联度模型能真实地反映序列曲线的关联程度, 所得关联分析结果较为客观可靠, 新的灰色均值关联度模型算法简单且易于在计算机上实现, 具有一定的实用参考价值, 从而进一步拓宽了广义灰色关联度模型的应用领域.

参考文献:

- [1] 刘思峰, 蔡华, 杨英杰, 等. 灰色关联分析模型研究进展 [J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(8): 2041-2046.
- [2] 袁嘉祖. 灰色系统理论及其应用 [M]. 北京: 科学出版社, 1991.
- [3] LIU S F, LIN Y. Grey Information: Theory and Practical Applications Springer-Verlag, Londun Ltd, 2006 [M]. London: Springer-Verlag, 2006.
- [4] 崔立志, 刘思峰, 李致平, 等. 一种新的灰色相似关联度模型及其应用 [J]. 统计与决策, 2010(7): 7-9.
- [5] 冯浩. 我国海洋渔业经济增长影响因素研究 [D]. 上海: 上海海洋大学, 2018.
- [6] 刘思峰, 谢乃明. 灰色系统理论及其应用 [M]. 8 版. 北京: 科学出版社, 2017: 56-63.
- [7] 罗丹. 新的灰色关联度模型的构造及其应用 [J]. 西南师范大学学报(自然科学版), 2018, 43(11): 8-12.
- [8] 罗丹. 关于缓冲算子的性质及其构造方法的研究 [J]. 西南大学学报(自然科学版), 2012, 34(3): 36-40.
- [9] 曹冲, 夏咏. 中国对中亚五国农产品出口贸易发展水平研究——基于“一带一路”倡议及灰色关联度分析 [J]. 新疆财经, 2020(1): 72-80.
- [10] 吕微, 管利娜. 我国高新技术产业灰色关联发展评价研究 [J]. 科技促进发展, 2019, 15(9): 988-996.
- [11] CHANG F T, ZHOU G H, LU Q. A Mapping Network Model Integrating Service to Warrant Function Availability of Complex Electro-Mechanical Products [J]. Procedia CIRP, 2017, 61: 667-672.
- [12] BOUCHER X, MEDINI K. Towards a Generic Meta-Model for PSS Scenarios Modelling and Analysis [J]. Procedia CIRP, 2016, 47: 234-239.
- [13] 黄元亮, 陈宗海. 灰色关联理论中存在的相容问题 [J]. 系统工程理论与实践, 2003, 23(8): 118-121.
- [14] 党耀国, 刘思峰, 刘斌, 等. 灰色斜率关联度的改进 [J]. 中国工程科学, 2004, 6(3): 41-44.
- [15] 尹红征, 刘斌, 张慧, 等. 一种满足灰关联四公理的关联度量化模型 [J]. 河南科学, 2006, 24(2): 162-165.